Universidad Central de Venezuela
Ediciones de la Biblioteca EBUC

Colección Tricentenaria

LA FÍSICA DEL BEISBOL

CON HECHOS Y HAZAÑAS DE LAS GRANDES LIGAS

UN APORTE DIDÁCTICO PARA UN MEJOR ENTENDIMIENTO
Y DISFRUTE DEL JUEGO DE BÉISBOL

José Luis López, Ph.D. - Oscar Andrés López, Ph.D.

EDICIONES DE LA BIBLIOTECA-EBUC

Publicación conmemorativa de los trescientos años de la fundación de la Real Universidad de Caracas, hoy Universidad Central de Venezuela, por la Real Cédula dada en Lerma (Burgos) el 22 de diciembre de 1721.

Universidad Central de Venezuela

Rectora: Cecilia García Arocha
Vicerrectora Académica: Inírida Rodríguez (e)
Vicerrector Administrativo: Amalio Belmonte (e)
Secretario: Amalio Belmonte
Gerente de Información, Conocimiento y Talento: Julie González de Kancev

1ra edición digital, Ediciones de la Biblioteca EBUC-UCV, 2022
© Ediciones de la Biblioteca-EBUC, Universidad Central de Venezuela
© José Luis López Sánchez/Oscar Andrés López Sánchez

Coordinación Editorial: Ediciones de la Biblioteca EBUC-UCV
Diseño de portada: Mariana López A.
Diseño gráfico, diagramación y montaje: Elizabeth Raven G.

Hecho en la República Bolivariana de Venezuela
Hecho el Depósito de Ley
Depósito Legal: :
ISBN:

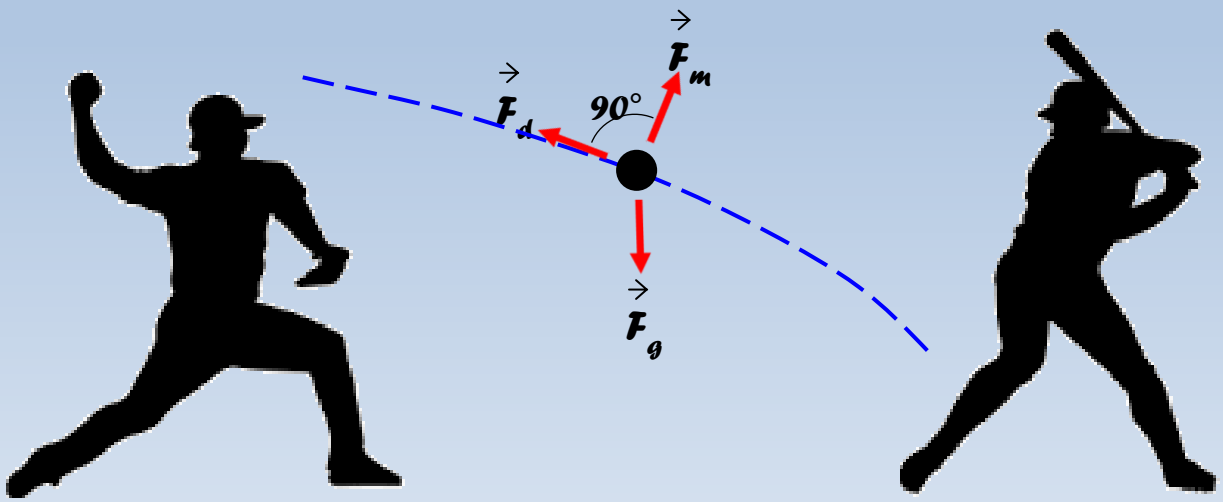
Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier vía o método
sin autorización por escrito del Editor y el Autor

La Física del Béisbol

con Hechos y Hazañas de las Grandes Ligas

José Luis López Sánchez - Oscar Andrés López Sánchez

Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela



Universidad Central de Venezuela
Ediciones de la Biblioteca EBUC
Diciembre 2022

A Mariana, Luzbella, Daniela,

Oscar Luis, José Luis, Luis Leonardo y Adrián.

Nuestros hijos, nuestro mayor orgullo.

Contenido General

Prefacio

Los Autores

1 La Física del Béisbol y el Modelo Matemático

2 Aprendiendo sobre el Vuelo de la Pelota

3 Aprendiendo sobre los Lanzamientos del Pitcher

4 Aprendiendo sobre el Bateo

5 Referencias Bibliográficas

6 Anexos

Contenido Detallado

Prefacio 9

El por qué del libro 9
Sobre los objetivos 9
Sobre el contenido del libro 10
Sobre términos y unidades 11
Sobre la sabermetría 11
Sobre la lectura del libro 12
Sobre la función del libro 12
Sobre el aporte didáctico del libro 12
Agradecimientos 12

Los Autores 13

1. La Fisica del Béisbol y el Modelo Matemático 15

1.1 La trayectoria de la pelota y las fuerzas actuantes 15
1.2 La fuerza de gravedad y el movimiento de la pelota 16
1.3 La resistencia del aire y la fuerza de arrastre 18
1.4 La rotación de la pelota y la Fuerza de Magnus 22
1.5 El modelo matemático para la simulación de la trayectoria de la pelota 25
1.6 Validación del modelo matemático 29
a. Caso teórico sin resistencia del aire 29
b. Caso real de bola bateada en un juego de béisbol 30

2. Aprendiendo sobre el Vuelo de la Pelota 33

2.1 Influencia relativa de las fuerzas: Gravedad, Arrastre y Magnus 33
2.2 Influencia de la altitud y los Rockies de Colorado 37
2.3 Los Bombarderos de la Calle Blake 39
2.4 Influencia de la humedad y la temperatura 40
2.5 Influencia de la velocidad del viento 42
2.6 Influencia del viento en el estadio de los Tiburones de la Guaira 43
a. Características del estadio 43
b. Características de los vientos 44

c. Efecto del viento en los grandes batazos a los jardines 45
d. Conclusiones 48
2.7 Influencia de la velocidad de salida 49
2.8 Influencia de la altura de impacto 49
2.9 Influencia del ángulo de salida 50
2.10 ¿Cuál es el ángulo de salida que maximiza el recorrido de la pelota? 51
2.11 Tipos de rotación que puede adquirir la pelota 53
2.12 Variación en el tiempo de las componentes rotacionales 54
2.13 Influencia de la rotación hacia atrás (*backspin*) o hacia adelante (*topspin*) 55
2.14 Influencia de la rotación de lado (*sidespin*) 57
2.15 ¿Por qué las pelotas hacia las líneas de *foul* terminan fuera del terreno? 59
2.16 ¿Por qué los receptores e *infielders* tienen problemas para atrapar los elevados de *pop-up?* 62
2.17 La fuerza de Magnus le da el triunfo a los Astros de Houston 65
2.18 ¿Cómo sería un juego de béisbol en la luna? 66

3. Aprendiendo sobre los Lanzamientos del Pitcher . 70

3.1 El montículo y el plato 69
3.2 La zona de strike 70
3.3 El rol de las costuras 73
3.4 Tipos de lanzamiento 75
3.5 Tipos de rotación 77
3.6 Ángulo del eje de rotación 79
3.7 Agarre de la pelota 81
3.8 Trayectoria del lanzamiento y efectos de la rotación 83
3.9 La bola rápida (*fastball*) 88
a. La bola rápida de cuatro costuras 89
b. La bola rápida de dos costuras 89
c. La *sinker* 89
d. La *cutter* 90
e. La *splitter* o bola rápida de dedos separados 90
3.10 El Cambio 91
3.11 La bola curva 91
3.12 La bola de *slider* 92

3.13 La bola de nudillos 94
3.14 La *knuckle-curve* 95
3.15 La *screwball* 95
3.16 La *forkball* 96
3.17 La *eephus* 96
3.18 Lanzamientos prohibidos 96
a. La bola de saliva, la vaselina y otras sustancias prohibidas 96
b. La bola raspada o rasgada 96
3. 19 ¿Por qué el árbitro cambia la bola cada vez que toca el suelo en las cercanías del plato? .. 97
3.20 El lanzamiento misterioso de Freddy García que puso en jaque a los físicos 97
3.21 Comparación de la bola rápida de cuatro costuras con la de dedos separados (*splitter*) 100
3.22 Simulación de un lanzamiento en *sinker* de 100 mph 101
3.23 Análisis de la trayectoria de la bola curva 104
3.24 ¿Cuánto es la deflexión vertical de la bola curva? 105
3.25 ¿Hay una caída brusca de la bola curva cuando llega al plato? 107
3.26 ¿Cuánto es el rompimiento horizontal de la *slider*? 109
3.27 Estimación del movimiento y la deflexión de un lanzamiento en curva mediante fórmulas clásicas de la física 110
3.28 Movimiento de la pelota medida por Statcast 112
3.29 Influencia de la orientación de las costuras y la rotación en la bola de nudillos 117
a. Influencia de la orientación inicial de las costuras en una pelota sin rotación 120
b. Influencia de la orientación inicial de las costuras en pelota con rotación muy lenta ... 120
c. Influencia de la rapidez de rotación 122
d. Influencia de la velocidad de translación 123
3.30 Simulación de un lanzamiento de nudillos 124
3.31 El año de los lanzadores: la temporada de 1968 en la MLB 126
3.32 Influencia de la altura del montículo en los lanzamientos del *pitcher* 127

4. Aprendiendo sobre el Bateo 131

4.1 El tiempo de decisión del bateador 131
4.2 El impacto con el bate y la velocidad de salida de la pelota 132
a. Tiempo y zona óptima de impacto 132
b. La velocidad de salida de la pelota bateada 133
4.3 La era de la bola viva y la era de la bola muerta 138

4.4 El incremento en los jonrones 139
a. Jonrones por temporada 139
b. Jonrones por juego 140
c. Períodos en la producción jonronera 141
d. Promedios de bateo por temporada 142
e. Otra medida de la producción jonronera 144
f. El informe del comité de expertos 145
4.5 Efectos de rotación generados con el bateo 145
a. Punto de contacto entre el bate y la pelota 147
b. Posiciones que puede adoptar el bate al hacer contacto con la pelota 148
c. Fuerzas que actúan en el punto de impacto 149
d. Fuerza de Magnus sobre la pelota en movimiento 150
e. Rotaciones típicas que se producen al batear 151
f. ¿Cuál es la magnitud de la rapidez rotacional de lado? 156
4.6 ¿Puede una bola curva ser bateada más lejos que una bola rápida? 158
4.7 Modificaciones en el bate para llevar la bola más lejos 161
4.8 ¿ Qué tan lejos puede ser bateada una pelota? 162
a. Consideraciones sobre la máxima velocidad de salida 163
b. Consideraciones sobre la máxima rapidez de rotación 163
c. Consideraciones sobre la densidad del aire 164
d. Consideraciones sobre la máxima velocidad del viento y su dirección 164
e. ¿Qué tan lejos puede llegar la pelota? 165
4. 9 ¿Cómo determinar la distancia recorrida por jonrones? 166
4.10 Reivindicando el gran jonrón de Galarraga de 1997 173
a. El Gran Gato hace historia 173
b. Incógnitas a determinar 173
c. Tiempo de vuelo y punto de impacto 174
d. Condiciones climáticas 175
e. Condiciones iniciales 176
f. Soluciones posibles 176
g. Análisis geométrico descriptivo para encontrar las soluciones más confiables 178
h. Síntesis y Conclusiones 179

4.11 Los más largos jonrones en la historia de las grandes ligas 180
a. Distancias de jonrones de acuerdo al enfoque tradicional 181
b. Distancias de jonrones de acuerdo al enfoque moderno 182
c. Conclusiones 186
4.12 ¿Quién es el mayor jonronero en la historia del béisbol? 186
4.13 El año de los bateadores: la temporada de 1930 en la MLB 190
4.14. ¿Cuál ha sido la temporada más dominante de un bateador? 191
a. Criterios de selección 191
b. Descripción de las temporadas más dominantes 192
c. Conclusiones 193
4. 15 La mejor temporada de un bateador venezolano en la MLB 194
a. Criterios de selección 194
b. Descripción de las temporadas extraordinarias 195
c. Comparación de las temporadas extraordinarias usando los parámetros tradicionales 202
d. Mejorando la evaluación con la incorporación de la Sabermetría 204
e. Comparación de las temporadas extraordinarias usando las estadísticas sabermétricas 205
f. Síntesis y Conclusiones 208
4.16 ¿Cuál es la distancia que recorren los jonrones en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas? 209
a. Construcción de un modelo digital 3D del estadio 210
b. Sectorización de las gradas y representación mediante elementos discretos 212
c. Definición de escenarios y datos de entrada al modelo matemático de simulación 212
d. Influencia del ángulo y rapidez de salida 214
e. Simulación con el modelo matemático para determinar distancias que recorrerían los jonrones 215
f. Consideraciones finales 216

5. Referencias Bibliográficas 221

ANEXOS 227

ANEXO A: Lista de Abreviaturas y Símbolos 227

ANEXO B: La Trayectoria de la Pelota sin Resistencia del Aire 231

ANEXO C: La Capa Límite y su Rol en la Resistencia del Aire 235

ANEXO D: La velocidad Rotacional y la Solución de las Ecuaciones diferenciales 241

ANEXO E: Formulación y Validación del Modelo Matemático Bidimensional 245

ANEXO F: Cálculo de la Deflexión de la Pelota Debido a la Rotación.....253

ANEXO G: El Coeficiente "BESR" 255

ANEXO H: Confiabilidad de las Soluciones Calculadas para el Gran Jonrón de Galarraga 257

ANEXO I: Fórmulas Sabermétricas y Fórmulas Tradicionales Utilizadas 261

ANEXO J: Instructivo para Ejecutar el Modelo Matemático 264

Prefacio

El por qué del libro

El béisbol, o *baseball* en idioma inglés, es el deporte que más seguidores tiene en nuestro país y el que nos ha cautivado desde jóvenes cuando escuchábamos las transmisiones en la radio de los juegos y coleccionábamos las barajitas de los peloteros. Como aficionados acuciosos de este deporte, la observación del juego de pelota nos ha planteado en algún momento numerosas interrogantes, tales como:

¿Por qué en algunos lanzamientos del *pitcher* la bola parece hundirse al llegar al plato?

¿Cómo y cuánto influye la rotación de la pelota en la trayectoria de la misma?

¿Cuál es la máxima distancia que puede recorrer una pelota bateada?

¿Por qué los bateadores de poder hablan de metérsele a la pelota por debajo al momento de golpearla?

¿Qué efecto tienen la altitud del estadio y las condiciones climáticas en la distancia que recorre la bola?

Para responder éstas y muchas otras interrogantes hay que adentrarse en el fascinante mundo de la física del béisbol. El origen del libro nace de una inquietud intelectual de los autores por analizar y entender los procesos físicos que se encuentran en la práctica del béisbol. A pesar de existir muchas publicaciones en portales y revistas que tratan estos temas de manera aislada, solo se consiguen tres libros sobre la física del béisbol, todos escritos en inglés. El aporte personal de los autores está en privilegiar la didáctica y presentar los conceptos de manera sencilla y gradual, desmenuzando el problema y discriminando los efectos de las diferentes variables que surgen en el análisis del béisbol.

Sobre los objetivos

El propósito del libro es entonces introducir al aficionado que habla el idioma castellano en el apasionante mundo de la física del béisbol y utilizar estos principios para mejorar nuestro conocimiento sobre la teoría y práctica del deporte. El libro intenta llenar un vacío en la literatura técnica de los estudiosos del béisbol de América Latina, y está escrito, en la medida de lo posible, en un lenguaje sencillo de manera que pueda ser entendido por cualquier aficionado, no necesariamente un especialista en física o matemática. Algunos aspectos más técnicos se presentan en anexos al final del libro para la consulta de lectores interesados en profundizar en esta materia.

Un aspecto complementario del libro es que no se limita solamente a analizar los aspectos relacionados con la física del béisbol, sino también, como lo sugiere el nombre del libro, éste se enriquece con la descripción y el análisis de algunas hazañas y hechos extraordinarios que han acompañado al béisbol desde el nacimiento de las grandes ligas en 1876. Preguntas tales como ¿cuál ha sido la mejor temporada de un bateador venezolano en las grandes ligas? ¿Quién es el mayor jonronero en la historia del béisbol? ¿Cuál es la verdadera distancia recorrida por el famoso jonrón de Andrés Galarraga en 1997? y otras, se responden objetivamente, siguiendo un enfoque metodológico científico, examinando los datos y usando la física así como nuevas herramientas tecnológicas y estadísticas.

Sobre el contenido del libro

En el Capítulo1 se presentan las leyes y los principios físicos que gobiernan el movimiento de la pelota y se formula e implementa en el computador un modelo matemático para simular la trayectoria de la bola, ya sea bateada por el jugador o lanzada por el lanzador o por cualquier otro jugador. El lector que

no esté familiarizado con las matemáticas puede saltarse el Capítulo 1 sin perder continuidad en la lectura del libro.

El Capítulo 2 utiliza el modelo matemático para analizar y cuantificar la influencia que tienen diferentes variables en condicionar el vuelo de la pelota de béisbol, tales como su velocidad de salida, el ángulo de despegue, el tipo de rotación y su velocidad de giro, la velocidad del viento y las condiciones climáticas. El modelo computarizado permite realizar rápidamente múltiples análisis para reproducir diferentes escenarios, cuyos resultados se presentan en forma gráfica y tabulada para una mejor compresión del lector. La idea principal inmersa en el modelo matemático es aprender a través de la simulación y experimentación numérica en el computador.

Adicionalmente en ese capítulo se analizan problemas prácticos que el aficionado curioso se plantea cuando observa un partido de béisbol, tales como ¿Por qué los receptores y los jugadores del cuadro tienen problemas para atrapar los elevados cortos (*pop-up*)? ¿Por qué las pelotas bateadas hacia las líneas del jardín izquierdo (*left field*) o jardín derecho (*right field*) tienden a desviarse hacia la zona de *foul*? ¿Cuánto viajaría una pelota de béisbol en la luna? Algunos de estos temas se ilustran con ejemplos extraidos de juegos de las grandes ligas.

El Capítulo 3 se concentra en los lanzamientos del *pitcher*. Después de revisar las características del montículo, el plato y la zona de *strike*, se hace una revisión de los diferentes tipos de lanzamientos y rotaciones que pueden imprimírsele a la pelota. Se explica hacia dónde se desvía la pelota y porqué lo hace, en cada uno de los lanzamientos más usados por los lanzadores. Posteriormente se analizan con el modelo matemático las trayectorias de los lanzamientos de recta de cuatro costuras, recta de dedos separados, curva, *slider* y bola de nudillos. En particular se discute y cuantifica la magnitud del rompimiento vertical de la bola curva y del rompimiento horizontal de la bola de *slider*, y se comparan con mediciones de Statcast. Para ilustrar la aplicación en situaciones reales de juego, se presenta la simulación de un lanzamiento en *sinker* de 100 mph de Jordan Hicks y la de un lanzamiento de nudillos de 75 mph de Steven Wright. El capítulo finaliza con una discusión sobre el lanzamiento misterioso de Freddy García que puso en jaque a los físicos.

El Capítulo 4 se centra en aprender sobre el bateo. Se presentan los efectos de rotación que puede adquirir la pelota al ser bateada y que dependen del punto de contacto bate-pelota y del ángulo de inclinación del bate. En el capítulo se propone una metodología para determinar la distancia recorrida por jonrones del pasado, cuando no se disponía de la tecnología actual de Statcast. La metodología puede ser usada también a jonrones del presente en estadios que no dispongan de la tecnología Statcast, como es el caso de los estadios en Venezuela y demás países de Latinoamérica y del mundo. La aplicación de la metodología se ilustra con la determinación de las distancias que recorren los jonrones que se batean en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas, sede de los equipos Leones del Caracas y Tiburones de La Guaira.

Adicionalmente la metodología se utiliza para analizar el extraordinario jonrón de Andrés Galarraga conectado el 31/05/1997 en el estadio de los Marlins de Florida, el cual estuvo sujeto a controversias sobre la distancia real recorrida. Las investigaciones adelantadas por los autores demuestran que la verdadera distancia que alcanzó el batazo es de 524 pies lo cual ha sido reconocida por publicaciones especializadas en el béisbol de las grandes ligas. El capítulo se complementa con un análisis meticuloso, usando estadísticas tradicionales y sabermétricas, para identificar la mejor temporada que ha tenido un bateador venezolano en las grandes ligas, llegándose a la conclusión que fue la de Miguel Cabrera el año 2013, superior a la temporada cuando ganó la triple corona en el año 2012.

Sobre términos y unidades

Es usual que en el ámbito latinoamericano se usen algunas palabras en inglés y otras en castellano para describir términos asociados al juego de béisbol. Los autores prefieren usar, en la medida de

lo posible, los términos en castellano a fin de promover el uso correcto de nuestro idioma. Usaremos jonrón en lugar de *homerun*, lanzador y receptor para describir al *pitcher* y al *catcher*, jardineros para los *outfielders*, jugadores del cuadro para los *infielders*, plato para *homeplate*, elevado para *fly*, roletazo para *rolling*, y otros. Para aquellas palabras en inglés que no tienen una traducción precisa, se mantiene el uso del término original, pero se coloca en cursivas para destacarlo, como es el caso del *strike* o del *hit*.

En el béisbol las longitudes se miden en la unidad inglesa de pies y los aficionados estamos acostumbrados a esas unidades. Es decir, entendemos lo que significa un jonrón de 400 pies y no tendríamos una perspectiva clara si nos hablaran de un jonrón de 120 metros. Por lo tanto, en el libro se trabaja mayormente con la unidad de pies (ft) para las distancias y millas por hora (mph) para las velocidades, acompañada de la conversión respectiva en unidades métricas para complementar la información. La masa de la pelota se expresa en kg masa y la densidad del aire en kg masa por metro cúbico, de acuerdo al sistema internacional de unidades. En todo el contenido del libro en la representación de los números se usa el punto como separador de los miles y la coma como separador decimal. Excepto en las estadísticas de bateo, donde para ser coherentes con la nomenclatura tradicional, se respeta el uso del punto en lugar de la coma como separador decimal.

En el lenguaje común se usa el término velocidad para referirnos a la rapidez con que se desplaza un objeto en el espacio. En el béisbol hablamos de la velocidad de salida de la pelota bateada o la velocidad de los lanzamientos del *pitcher*. No obstante, en el lenguaje de los físicos, se emplea el término rapidez en lugar de velocidad, ya que estrictamente hablando la velocidad es un vector cuyo módulo, es decir su valor absoluto, es la rapidez. En este libro, para ser consecuentes con los principios y la enseñanza de la física, utilizamos el término rapidez cuando se hace la formulación y el desarrollo del modelo matemático de simulación. Sin embargo, en otras partes del libro donde se describen y analizan diversos escenarios del juego, usamos el término velocidad, con el permiso de los físicos, para un mejor entendimiento de los lectores no familiarizados con el lenguaje técnico.

Sobre la sabermetría

El béisbol, a diferencia de otros deportes, produce mucha información numérica que genera bases de datos de gran tamaño que permiten análisis matemáticos y estadísticos orientados hacia una mejor comprensión del juego. Esta es una gran atracción que no tiene ningún otro deporte. La revolución inducida por la sabermetría a partir del año 1984, introducida por Bill James y seguida posteriormente por numerosos investigadores, representa la búsqueda de un conocimiento más objetivo del béisbol a través de análisis estadísticos complejos para medir el desempeño de los jugadores. Una segunda revolución está teniendo lugar actualmente a consecuencia del desarrollo de nuevas herramientas tecnológicas basadas en el uso de cámaras de video de alta resolución y radares Doppler, que han sido instalados desde el año 2015 en todos los estadios de las grandes ligas, para monitorear con gran precisión la trayectoria de la pelota y los movimientos de los jugadores, generando una enorme cantidad de datos que constituye una fuente inagotable de información, todavía pendiente por analizar por los estudiosos del béisbol. Estas dos revoluciones están cambiando nuestra perspectiva de ver el juego a la vez que mejoran el conocimiento de la física del béisbol. En el libro se introducen y se aplican algunas de las nuevas herramientas sabermétricas para responder a muchas de las interrogantes que se plantean en el mismo.

Sobre la lectura del libro

El libro puede ser leído de varias maneras. Aquellos interesados en la física, que deseen revisar y extender los conceptos básicos cubiertos en educación secundaria y en la universidad, encontrarán en el Capítulo 1 la presentación del modelo matemático necesario para hacer los cálculos que permitan

determinar la trayectoria de una pelota bateada o lanzada. Aquellos que no estén interesados en profundizar la física y los cálculos, pueden obviar el Capítulo 1, especialmente la Sección 1.5, e ir directamente al resto de los capítulos en donde se han obviado en gran medida los cálculos matemáticos y más bien se presenta una descripción cualitativa y didáctica, del vuelo de la pelota, de los lanzamientos del pitcher y del bateo, acompañada de relatos sobre hechos particulares y hazañas en varios aspectos del juego.

Sobre la función del libro

Nos sentiremos satisfechos si en el futuro este libro, con los conocimientos que aquí se transmiten, contribuya a un mejor entendimiento, apreciación y disfrute del juego de béisbol, por parte de los jugadores en la práctica de este deporte o de los aficionados. Nuestra satisfacción será completa si en algún momento escuchamos o leemos a los locutores o periodistas deportivos hablar de la fuerza de Magnus para explicar algunas de las jugadas que suceden con frecuencia en el juego de béisbol.

Sobre el aporte didáctico del libro

El libro puede ser utilizado por los docentes para apoyar la enseñanza de la física y la matemática en los cursos que se dictan en la escuela secundaria y universitaria. Para los estudiantes es una gran oportunidad para aprender física a través de ejemplos y aplicaciones relacionadas con el movimiento de la pelota de béisbol. El programa de cálculo que resuelve las ecuaciones que formula el modelo matemático desarrollado por los autores, se presenta en el Anexo J del libro. Allí se describen los datos de entrada requeridos para ejecutar (correr) el modelo y se presentan dos ejemplos de cálculo, relacionados con una pelota bateada y otra lanzada por el *pitcher*. Una vez familiarizado el usuario con la ejecución del modelo, el programa de cálculo puede ser utilizado por los estudiantes para realizar prácticas numéricas de simulación de diferentes escenarios de juego, tales como la variación del ángulo de salida de la pelota, su velocidad de traslación, su velocidad de rotación, o la densidad del aire, entre otros. El programa, desarrollado en una hoja de cálculo en Excel, produce automáticamente gráficos para visualizar la trayectoria de la pelota, tanto en el plano vertical como en el plano horizontal. De esta forma, el proceso de enseñanza-aprendizaje se fortalece a través de la experimentación numérica en el computador.

Agradecimientos

El capítulo 4.10 donde se reivindica la distancia del gran jonrón de Andrés Galarraga de 1997 fue parte de una investigación multidisciplinaria en donde la Arquitecta Elizabeth Raven hizo una significativa contribución al aportar elementos de geometría descriptiva y análisis de videos que suministraron un enfoque novedoso del tema y permitieron validar los resultados obtenidos. Adicionalmente aportó el análisis geométrico descriptivo del Capítulo 4.9 y diseñó y mejoró los aspectos gráficos de numerosas figuras del libro. Adrián López participó aportando valiosas ideas en el análisis de la física del problema y escribió la formulación inicial del modelo matemático en tres dimensiones. Harold Fermín y Sandy Atencio hicieron los cálculos para determinar la distancia recorrida por los jonrones bateados en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas (UCV) (Capítulo 4.16), como parte de su trabajo de grado en ingeniería civil bajo la dirección del primer autor. Los profesores Douglas Bravo, Miguel Ríos y Ruy Pereira, del Departamento de Geodesia de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, ejecutaron el levantamiento topográfico de las gradas del estadio de la UCV.

José Luis López, Ph.D. Oscar Andrés López, Ph.D.

Caracas, Enero 2022

Los Autores

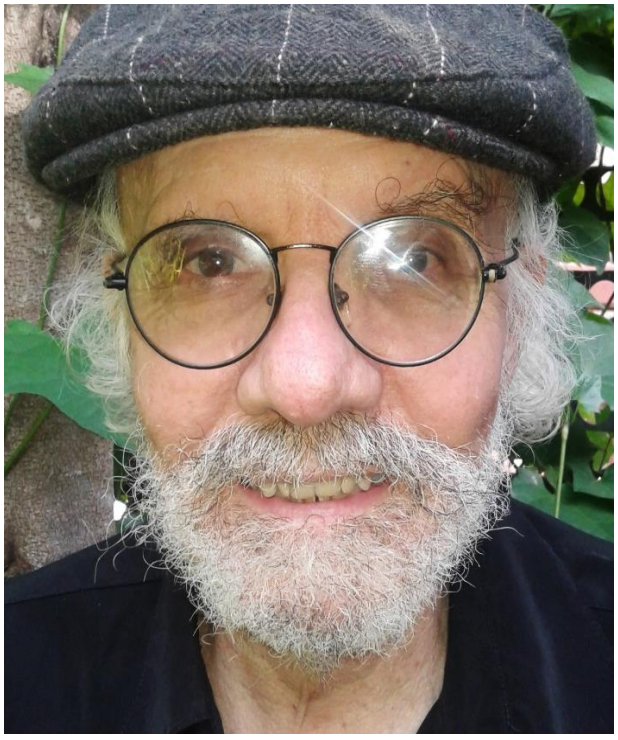
Ambos autores son ampliamente reconocidos en sus respectivas especialidades profesionales, son grandes aficionados al béisbol y fueron practicantes de este deporte en su juventud.

José Luis López Sánchez

Es ingeniero hidráulico especialista en dinámica fluvial y modelos matemáticos, habiendo obtenido un M.Sc. y un Ph.D. en la Universidad de Colorado (Colorado State University). Es profesor-investigador del Instituto de Mecánica de Fluidos (IMF) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela (UCV). Es editor de 4 libros y autor o coautor de más de 100 publicaciones en congresos y revistas técnicas en el área de su especialidad. Es Individuo de Número de la Academia de Ingeniería y El Hábitat de Venezuela. Ha publicado sobre la física del béisbol en la revista Baseball Research Journal de la Society for American Baseball Research (SABR).

Oscar Andrés López Sánchez

Es experto en dinámica estructural e ingeniería sismo-resistente y posee un M.Sc. y un Ph.D. de la Universidad de California en Berkeley. Es profesor-investigador en el Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela y ha publicado 68 artículos en revistas nacionales e internacionales. Es Individuo de Número de la Academia de Ingeniería y El Hábitat y ha obtenido en cuatro oportunidades el premio nacional al mejor trabajo científico en investigación tecnológica. En la revista BRJ de la SABR publicó un trabajo sobre el gran jonrón de Galarraga con el primer autor.



1. La Física del Béisbol y el Modelo Matemático

El estudio de la física del béisbol ha recibido mucha atención desde mediados del siglo pasado (década de 1950) cuando se iniciaron los primeros ensayos en túneles de viento para evaluar la resistencia del aire en el movimiento de la pelota. El desarrollo de modelos matemáticos de predicción de la trayectoria de la pelota es un asunto complejo, dadas las características particulares de la pelota la cual presenta una superficie irregular donde se superponen hilos de costura que siguen una trayectoria en forma de herradura, sobre una superficie lisa de cuero. Esto hace que la pelota durante su recorrido, usualmente rotando, muestre diferentes configuraciones asimétricas al flujo de aire, que hacen difícil una descripción matemática precisa del movimiento de la pelota. Es por esta razón que se recurre a la experimentación en el laboratorio, particularmente en túneles de viento, para obtener parámetros que permiten ajustar los modelos matemáticos basados en las leyes físicas que gobiernan el movimiento de un objeto a través del aire. En estos últimos años nuevas herramientas han sido desarrolladas para medir con gran precisión la trayectoria de la pelota en el campo de béisbol, lo cual ha permitido validar la confiabilidad de los modelos matemáticos. Ellas se basan en el uso de tecnologías de punta para monitorear el movimiento de la pelota con cámaras de video de alta resolución y sistemas de radar Doppler que han sido instalados en los estadios de béisbol. Estos sistemas suministran una cantidad enorme de datos e información que están permitiendo mejorar y enriquecer el conocimiento del béisbol. De igual forma han permitido incorporar nuevas estadísticas que han sido creadas para evaluar el desempeño de los jugadores en el terreno.

El principio fundamental que rige el movimiento de la pelota de béisbol fue formulado hace más de 300 años y consiste en la muy conocida Segunda Ley de Newton, que se enseña en los cursos de física de educación secundaria y que establece que la resultante de la sumatoria de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración que adquiere. El problema fundamental radica en la identificación y evaluación de las fuerzas que actúan durante el vuelo de la pelota, que es lo que se discute a continuación. En los ejemplos que se presentan a lo largo del libro, a menos que se indique otro valor, se utiliza una pelota de béisbol con una circunferencia igual a 22,86 cm (9 pulgadas) y un peso de 145 gr (5,11 onzas), de acuerdo a las reglas del béisbol[1].

1.1 La trayectoria de la pelota y las fuerzas actuantes

Cualquier pelota, bateada o lanzada, sigue una trayectoria curva que se aleja de la dirección inicial en la que fue enviada, debido a la fuerza de gravedad que atrae la pelota hacia abajo y debido también a la resistencia del aire que frena el avance de la misma. Por otro lado, hay que reconocer que es casi imposible que una pelota viaje sin rotar sobre sí misma. Las rotaciones que sufre la pelota en su recorrido por el espacio, generan una fuerza adicional de tipo aerodinámica denominada Fuerza de Magnus, que desvía la trayectoria de la misma.

La Figura 1.1.1 describe en un espacio tridimensional de coordenadas x, y, z, las velocidades y las fuerzas actuantes sobre una pelota en movimiento ascendente que se desplaza con una velocidad de traslación $\vec{V}_p$ y con una velocidad rotacional $\vec{\omega}$. La flecha indica que son vectores, es decir tienen

[1] Las reglas establecen que la pelota debe pesar no menos de 5 ni más de $5^{1/4}$ onzas, y medir no menos de 9 ni más de $9^{1/4}$ pulgadas de circunferencia.

magnitud, dirección y sentido. Se supone que el viento actúa en la dirección horizontal con una velocidad $\vec{V}_v$. La velocidad relativa de la pelota con respecto al viento se denomina $\vec{V}$. Las fuerzas son: 1) la fuerza de gravedad $\vec{F}_g$ que actúa en la dirección vertical hacia abajo; 2) la fuerza de resistencia o también llamada fuerza de arrastre, $\vec{F}_d$, que se opone al movimiento de la pelota y actúa en sentido contrario al vector velocidad relativa, haciendo que ésta recorra una distancia menor a la que recorriese si no existiese la resistencia del aire; y 3) la fuerza de Magnus, $\vec{F}_m$, de dirección perpendicular al vector velocidad relativa y al vector velocidad rotacional. En el caso de no haber viento, la fuerza de arrastre tiene la misma dirección pero sentido contrario que el vector velocidad traslacional $\vec{V}_p$ y es tangente a la trayectoria (Figura 1.1.b). Tanto la fuerza de arrastre como la fuerza de Magnus son el resultado de pequeños desbalances de la presión del aire en diferentes partes de la pelota. Con la pelota en movimiento, el flujo de aire colide con la superficie de la pelota y altera su movimiento.

a) Velocidades

b) Fuerzas sobre la pelota

(sin viento: $\vec{V}_V = 0$)

c) Fuerzas sobre la pelota

(con viento $\vec{V}_V \neq 0$)

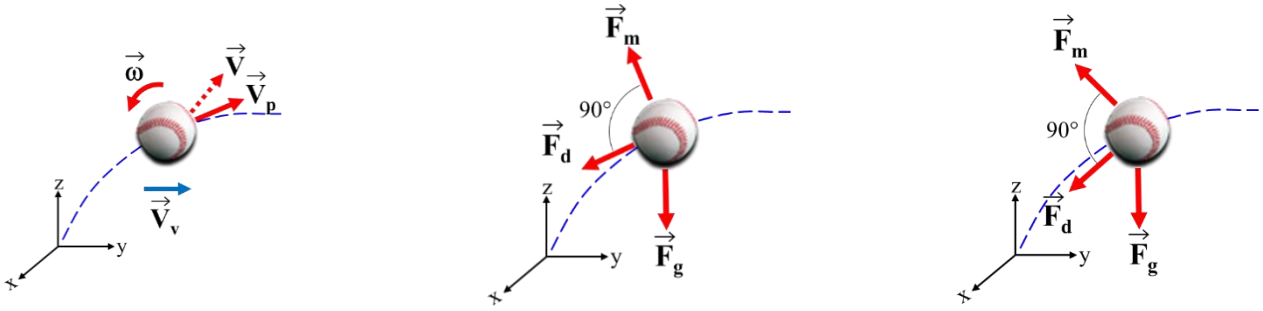


Figura 1.1.1.

Trayectoria (línea discontinua en azul) de la pelota viajando de izquierda a derecha indicando su velocidad traslacional ($\vec{V}_p$) la velocidad del viento ($\vec{V}_v$), la velocidad relativa de la pelota con respecto al viento ($\vec{V}$) y el vector velocidad rotacional $\vec{\omega}$. Las fuerzas actuantes son: Gravedad ($\vec{F}_g$), Arrastre ($\vec{F}_d$) y Magnus ($\vec{F}_m$).

1.2 La fuerza de gravedad y el movimiento de la pelota

La trayectoria de una pelota está sujeta a la atracción gravitacional que ejerce la tierra. Se le debe a Galileo Galilei en el siglo XVI, el descubrimiento de que la aceleración que experimenta un cuerpo que se deja caer sobre la superficie de la tierra es aproximadamente constante[2]. Una demostración rigurosa de este experimento en el laboratorio puede verse en el vínculo abajo[3]. Fue Isaac Newton quién 100 años más tarde, en el año 1687, estableció las leyes del movimiento de los cuerpos en el espacio, relacionando los conceptos de fuerza y aceleración. A la constante de

[2] Si se anula la resistencia del aire, esta aceleración es la misma para todos los cuerpos. Esto fue demostrado por un experimento que hicieron los astronautas del Apolo 15 en la luna el año 1971, dejando caer un martillo de geólogo y una pluma de halcón, los cuales, a pesar de su diferencia de forma y masa, llegaron al suelo lunar simultáneamente debido a la ausencia de atmosfera (no hay resistencia del aire). Un video de este experimento puede verse en: https://www.youtube.com/watch?v=2iOsvJQKVR8

[3] https://www.youtube.com/watch?v=QyeF-_QPSbk

aceleración se le da el símbolo de g y tiene un valor de aproximadamente 9,81 m/s^2 y la fuerza de gravedad resultante (el peso) está dirigida hacia el centro de la tierra[4].

El movimiento de la pelota comienza con una velocidad inicial que da lugar a una trayectoria que está determinada por la fuerza de gravedad y la resistencia del aire. En el análisis clásico se desprecia la resistencia del aire por lo que no hay fuerzas horizontales actuando sobre la pelota y la única fuerza que se considera es la fuerza de gravedad que actúa en la dirección vertical, dando como resultado un movimiento parabólico. Este tema fue inicialmente estudiado en la antigüedad en relación con la práctica militar en el lanzamiento de balas de cañones. La pelota puede ser lanzada por la mano del pitcher o de otro jugador o golpeada por el bate. El desarrollo de las ecuaciones que gobiernan la trayectoria de la pelota sin incluir la resistencia del aire se presenta en el Anexo B, en donde se demuestra que la pelota describe una trayectoria parabólica.

En la Figura 1.2.1 se muestra la trayectoria parabólica que recorre la pelota en el plano vertical x-z, en donde x es la distancia horizontal recorrida y z es la altura. El origen de coordenadas (x = 0, z = 0) está sobre el terreno debajo del punto donde la bola es golpeada por el bate. La bola sale con cierta velocidad inicial hasta alcanzar una altura máxima H y aterrizar luego a una distancia D. Se demuestra en el Anexo B que la distancia horizontal D que recorre la pelota desde el punto de salida hasta su llegada nuevamente al terreno está dada por:

$$D = \frac{V_0^2 \,.\, \text{sen}\,(2\theta_0)}{2\,g} + \frac{V_0 \cos\theta_0}{g}\sqrt{V_0^2\,\text{sen}^2\theta_0 + 2\,h_0\,g} \qquad (1.2.1)$$

Al haber despreciado la resistencia del aire, la distancia recorrida D en la Ecuación (1.2.1) solo depende de tres parámetros: V_0 es la rapidez inicial o módulo del vector velocidad inicial, θ_0 es el ángulo vertical de salida medido con respecto a la horizontal, h_0 es la altura a la cual la pelota inicia su recorrido.

El tiempo (t_D) que tarda la bola en su recorrido para alcanzar la distancia D está dado por (Anexo B):

$$t_D = \frac{D}{V_0 \cos\theta_0} \qquad (1.2.2)$$

De la Ecuación (1.2.1) se puede inferir que para valores pequeños de h_0 en relación a D, es decir en el caso de los grandes batazos a los jardines o de los jonrones, la mayor distancia D se alcanza con un ángulo de salida de aproximadamente 45°. Si fuese h_0 igual a cero, el ángulo ideal para golpear la pelota sería exactamente 45°. Es decir, despreciando la resistencia del aire, la máxima distancia que puede recorrer la bola se alcanza cuando el ángulo de salida es de aproximadamente 45 grados. Sin embargo, debe tenerse presente que la resistencia del aire y los efectos aerodinámicos de rotación de la pelota conducen a un ángulo más pequeño de salida para alcanzar las mayores distancias (ver Cap. 2.8). La medición de este ángulo hecho por Statcast durante la temporada de 2018 en la MLB indica que, para los 50 jonrones más largos en esa temporada, los ángulos de salida estuvieron comprendidos entre 19º y 33º, con un valor promedio de 26º.

[4] Realmente g no es estrictamente constante, ya que la tierra es ligeramente elipsoidal y no exactamente una esfera, por lo que depende de su posición geográfica, en particular de su latitud y su elevación, pero para efectos nuestros esta variación es pequeña y puede despreciarse.

La altura máxima H que alcanza la pelota (ver Anexo B) está dada por:

$$H = h_0 + \frac{(V_0 \ \text{sen}\ \theta_0)^2}{2g} \qquad (1.2.3)$$

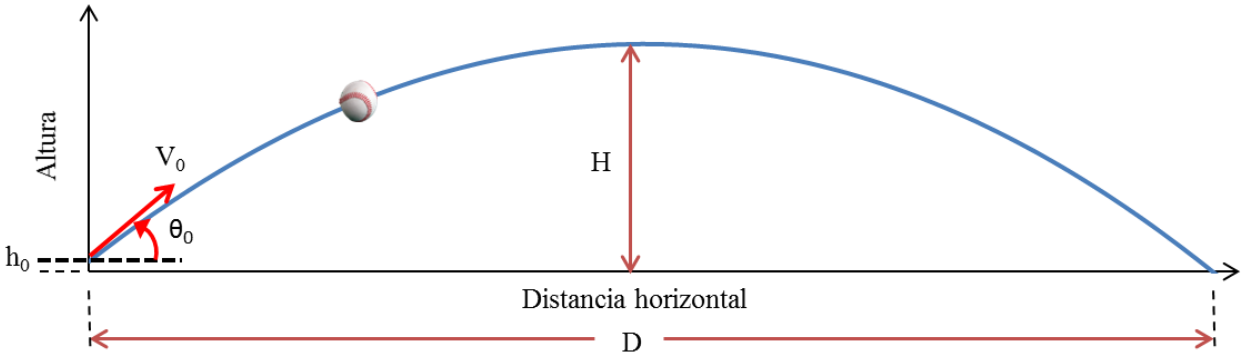


Figura 1.2.1.

Trayectoria parabólica de una pelota de béisbol saliendo desde una altura h_0 con una rapidez inicial V_0 y un ángulo vertical inicial θ_0, despreciando la resistencia del aire. Se indican la altura máxima alcanzada (H) y la distancia total recorrida (D).

El tiempo (t_H) para que la pelota alcance su altura máxima está dado por (Anexo B):

$$t_H = \frac{V_0 \ \text{sen}\ \theta_0}{g} \qquad (1.2.4)$$

Las ecuaciones (1.2.1) a (1.2.4) no son válidas para los casos reales en donde está presente la resistencia del aire; sin embargo, estas ecuaciones en conjunto con las ecuaciones de la trayectoria contenidas en el Anexo B, son útiles cuando se estudie y discrimine la importancia de las diferentes fuerzas (gravedad, arrastre y Magnus) que influencian el movimiento de la pelota lo cual se presenta en el Cap. 2.1. Adicionalmente, las ecuaciones de este capítulo y del Anexo B serán utilizadas posteriormente para evaluar la efectividad del método numérico de solución de las ecuaciones diferenciales no lineales que describen la trayectoria de la pelota (Cap. 1.5), así como para determinar la trayectoria de ésta en un juego de béisbol en la luna en donde no hay aire y solo actúa la fuerza de gravedad lunar (Cap. 2.17).

1.3 La resistencia del aire y la fuerza de arrastre

La trayectoria de la pelota de béisbol en su recorrido por el espacio está influenciada por la resistencia del aire. Esta fuerza, que se opone al movimiento de la pelota, se denomina fuerza de arrastre. Todos la hemos experimentado cuando nos colocamos en una corriente fuerte de aire o cuando sacamos la mano por la ventana de un carro en movimiento.

La magnitud de la fuerza de arrastre F_d se define como[5]:

[5] Ésta es una ecuación escalar válida para cualquier dirección x, y, z en el espacio tridimensional. La formulación vectorial se presenta en el Subcapítulo 1.5.

$$F_d = \frac{1}{2}\rho\, C_d\, A\, V^2 \qquad (1.3.1)$$

Donde ρ es la densidad de masa del aire, dada en Kg masa por metro cúbico; C_d es el coeficiente de arrastre; A es el área de la sección transversal de la pelota igual a πR^2; R es el radio de la bola y V es la rapidez relativa de la pelota o módulo del vector velocidad relativa. Ver el Cap. 1.5 para una descripción del vector de la fuerza de arrastre.

La fuerza de arrastre, dada por la Ecuación (1.3.1), engloba los dos tipos de resistencia que se presentan en el movimiento de la pelota: la resistencia de fricción, debida al rozamiento del flujo de aire con la pelota, y la resistencia de forma debido a que el flujo no sigue el contorno de la pelota y se produce el fenómeno de separación.

La Figura 1.3.1 ilustra dos casos extremos de la resistencia de forma. Para simplificar la discusión, suponemos que no hay viento. El primero generado por una placa plana, colocada perpendicular a la dirección del flujo de aire, y el segundo generado por un cuerpo de forma aerodinámica. En el primer caso, la separación del flujo, al no poder seguir el contorno del objeto, origina una amplia estela turbulenta de remolinos que perturban el flujo y aumentan la resistencia del aire. En el segundo caso, la zona de separación se reduce a un mínimo al tener el cuerpo una forma aerodinámica, tal como un auto de carreras o el ala de un avión, con el propósito de trasladar el punto de separación lo más atrás posible y reducir el tamaño de la estela de remolinos. Esto se traduce en una menor resistencia al flujo del aire. A pesar de que, en este caso, la resistencia por fricción aumenta al haber una mayor superficie de contacto entre el aire y el objeto, este aumento es usualmente insignificante comparado con la disminución en la resistencia de forma causada por la reducción de la estela de remolinos en la zona de separación.

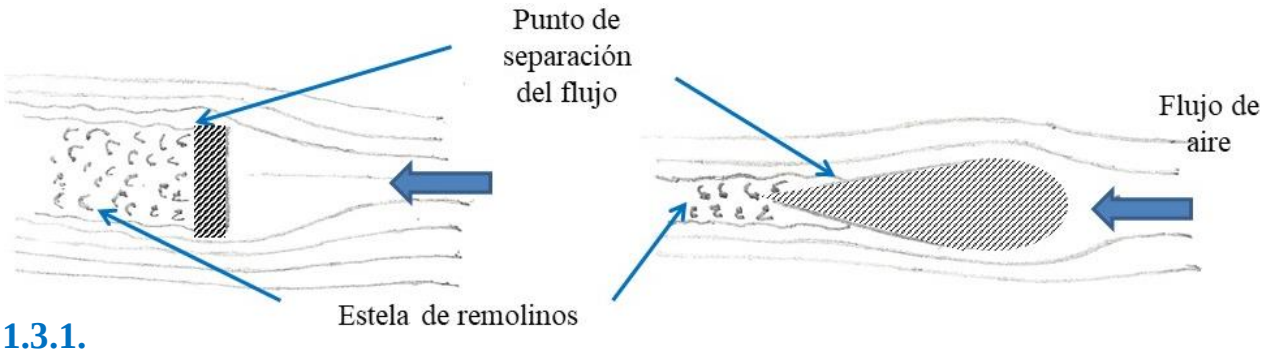


Figura 1.3.1.

Vista en planta del flujo de aire sobre una placa plana (izquierda) y sobre un cuerpo de forma aerodinámica (derecha), mostrando la zona de separación y la estela de remolinos detrás del objeto. El flujo en ambos casos es de derecha a izquierda.

El coeficiente de arrastre C_d describe la importancia de la resistencia que ejerce el aire sobre la pelota. Un mayor valor de C_d significa un mayor freno al movimiento de la pelota. El coeficiente de arrastre C_d para una pelota de béisbol ha sido obtenido experimentalmente en el laboratorio mediante ensayos en túneles de viento y se ha encontrado que depende solamente de la velocidad relativa de la pelota con respecto al viento (Adair, 2002). La Figura 1.3.2 muestra la variación del coeficiente de arrastre con la velocidad para una pelota de béisbol, así como para una pelota totalmente lisa y otra totalmente rugosa, del mismo tamaño que la pelota de béisbol. La pelota de béisbol, con sus costuras sobresalientes, es un caso intermedio entre la pelota totalmente lisa (sin costuras) y la totalmente rugosa (sin zonas lisas).

La ecuación matemática que describe la variación del coeficiente C_d con la velocidad de la pelota, expresada en la Figura 1.3.2, viene dada por (Nathan, 2008a):

$$C_d = 0{,}50 - \frac{0{,}227}{1 + e^{-\left(\frac{1{,}467\,V - 108{,}7}{21{,}0}\right)}} \qquad (1.3.2)$$

Donde la rapidez V viene expresada en millas por hora (mph).

Los siguientes comentarios pueden hacerse con relación a la Figura 1.3.2. En cualquiera de las curvas, se observa que el coeficiente C_d es igual a 0,5 para velocidades bajas y se reduce drásticamente aproximadamente a la mitad para velocidades altas. El esquema de la Figura 1.3.3 nos ayuda a entender el proceso que tiene lugar. Independientemente de la rugosidad de la pelota, a velocidades bajas, menores de 50 millas/hora, correspondientes a números de Reynolds[6] aproximadamente menores a 1 x 10^5, el flujo muy cercano alrededor de la pelota es suave y ordenado, no-turbulento, generando una presión positiva al frente de ella y un área de presión negativa en los lados y en la parte de atrás, donde el flujo se separa de la pelota y se genera la estela de remolinos[7]. La separación del flujo ocurre a un ángulo aproximado de 80° del frente de la pelota y la estela de remolinos es amplia (Figura 1.3.3.a). Para velocidades un poco mayores, cercanas a 120 mph, correspondientes a números de Reynolds en el orden de 3 x 10^5, el flujo muy cercano alrededor de la pelota se hace turbulento lo cual origina que el punto de separación se desplace hacia la parte de atrás de la pelota, a un ángulo cercano a 120°, disminuyendo la estela de remolinos y por lo tanto la resistencia al flujo, produciéndose una caída brusca en el coeficiente C_d hasta valores cercanos a 0,3 (Figura 1.3.3.b). Esta reducción drástica en el coeficiente de arrastre debido a la contracción de la estela, es lo que se conoce como la *crisis del arrastre*.

Comparando las curvas para las pelotas totalmente lisa y totalmente rugosa, se observa que el coeficiente de resistencia es mayor en el primer caso (lisa) que en el segundo (rugosa). En el rango entre 50 y 130 millas por hora (mph), la bola lisa tiene un coeficiente casi constante e igual a 0,5, mientras que para la bola rugosa varía entre 0,5 y 0,1. El mismo razonamiento anterior puede hacerse para explicar este fenómeno. La turbulencia generada por las rugosidades de la pelota provoca un desplazamiento de la zona de separación hacia la parte posterior de la misma, reduciendo el tamaño de la estela y la resistencia al flujo, tal como se ilustra en la Figura 1.3.3.

Esto explica el porqué de la presencia de hoyuelos u orificios cavados en las bolas de golf, los cuales causan que la transición a flujo turbulento ocurra a bajas velocidades con su correspondiente caída en el coeficiente de resistencia. Sin la presencia de estas cavidades, es decir si la bola fuera lisa, la bola de golf viajaría una distancia mucho menor. Esta diferencia en los coeficientes de arrastre entre una bola lisa y una rugosa es esencial para entender el comportamiento de la bola de nudillos (*knuckleball*) que será explicado más adelante en el Cap. 3.

[6] El número de Reynolds se define como: $R = 2R\rho V/\mu$ donde ρ es la densidad del aire, igual a 1,225 kg/m^3 para condiciones estándar del clima; R es el radio de la pelota igual a 3,64 cm y μ es la viscosidad dinámica del aire, igual a 0,0000183 kg/m/s.

[7] Lo que sucede realmente es un poco más complicado e involucra una pequeña capa de fluido de espesor no mayor a 1 o 2 mm, muy cerca de la superficie de la pelota, llamada capa límite o capa de contorno. Una explicación detallada de este fenómeno se presenta en el Anexo C.

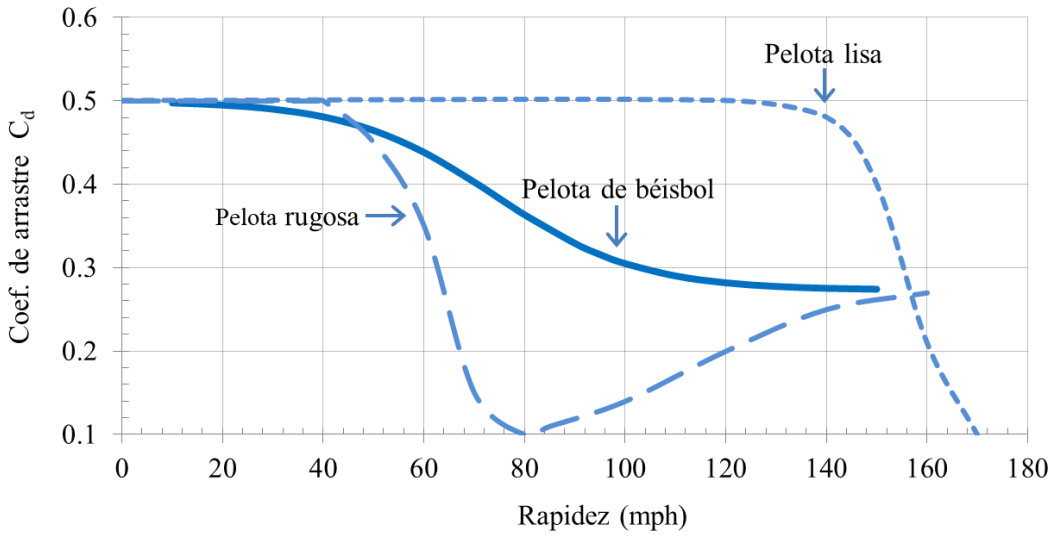


Figura 1.3.2.

Variación del coeficiente de arrastre C_d con la velocidad para una pelota lisa, una pelota rugosa y una pelota de béisbol (Adair, 2002).

a) Pelota a baja velocidad o pelota lisa

b) Pelota a alta velocidad o pelota rugosa

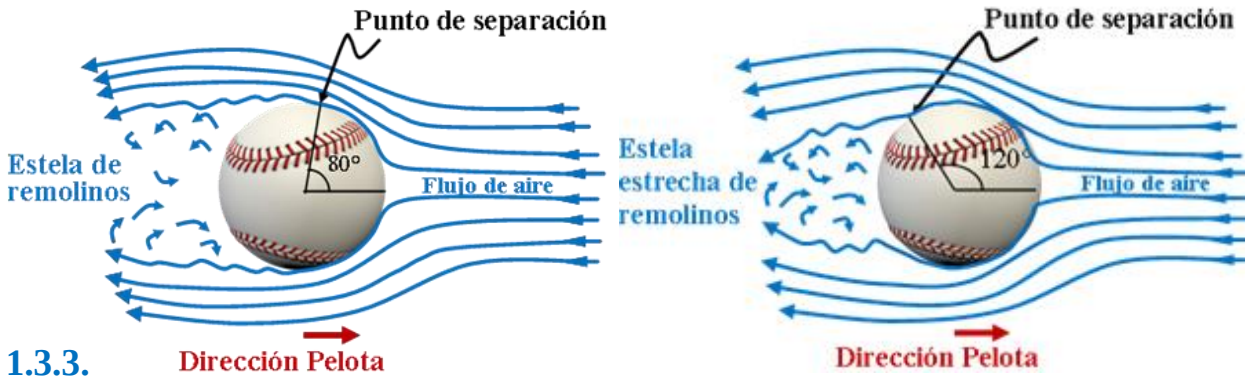


Figura 1.3.3.

Vista lateral, en un plano vertical, de una pelota desplazándose de izquierda a derecha con diferentes velocidades, mostrando el punto de separación del flujo y la estela de remolinos. A alta velocidad (Caso b) el punto de separación se desplaza hacia atrás de la pelota por lo que la estela se estrecha y se reduce la resistencia al flujo en relación al Caso a. El mismo argumento aplica para describir el flujo alrededor de una pelota lisa (Caso a) o de una pelota rugosa (Caso b) viajando ambas a la misma velocidad.

En el juego de béisbol las velocidades más comunes están comprendidas entre 60 mph y 130 mph, y los coeficientes de arrastre para la pelota, de acuerdo a la Figura 1.3.2, disminuyen rápidamente desde 0,5 hasta 0,26 para el rango mencionado. Esto resalta la importancia de tomar en cuenta la variación del coeficiente de arrastre con la velocidad si se quiere simular y reproducir apropiadamente la trayectoria de la pelota en el campo de béisbol. La crisis del arrastre es tomada en cuenta en el modelo mediante la dependencia del coeficiente de resistencia C_d con la velocidad (Ecuación 1.3.2). Nótese que el efecto del viento está incluido dentro de la fuerza de arrastre (Ecuación 1.3.1) al definir V como la rapidez relativa de la pelota.

1.4 La rotación de la pelota y la Fuerza de Magnus

Si la pelota rota sobre sí misma durante el vuelo, se genera una fuerza adicional denominada Fuerza de Magnus que es perpendicular a la dirección del movimiento y que causa que la pelota desvíe su trayectoria. Esta fuerza es llamada así en honor al científico alemán Gustav Magnus quien se dio cuenta de este fenómeno en los alrededores del año 1850.

La Figura 1.4.1.a muestra el flujo de aire en torno a una pelota que se desplaza de izquierda a derecha girando en sentido contrario a las agujas del reloj, es decir con efecto hacia atrás (*backspin*), con una rapidez rotacional ω. Por efecto de la viscosidad del aire y de la fricción del contorno, las capas de aire que se encuentran en contacto con la superficie de la pelota son arrastradas por el movimiento de giro de la bola de tal forma que en la parte superior los elementos del fluido (aire) aumentan su velocidad mientras que en la parte inferior la disminuyen. Como consecuencia, el punto de separación en la parte superior de la pelota se traslada hacia la izquierda mientras que en la parte inferior se traslada hacia la derecha, en comparación con el caso donde no hay giro (Figura 1.3.3). Esto ocasiona una deflexión de la estela de remolinos hacia abajo, generando una asimetría en la zona de separación, en contraposición con el caso del flujo sin rotación señalado en la Figura 1.3.3 donde la zona de separación es simétrica. La asimetría en la separación del flujo empuja el aire de atrás de la pelota para abajo. La fuerza que empuja el aire hacia abajo tiene una reacción en sentido contrario que empuja la pelota hacia arriba, de acuerdo a la tercera ley de Newton (ley de acción y reacción), que establece que el aire ejerce una fuerza de la misma magnitud sobre la pelota, pero en sentido opuesto. Esta fuerza, que en este caso es hacia arriba y ayuda a mantener la pelota en el aire un tiempo mayor del que estaría si no rotara la bola, es la fuerza de Magnus, y es perpendicular a la dirección de la pelota y al eje de rotación (este eje es perpendicular al plano de la figura)[8].

La fuerza de Magnus también puede actuar en la dirección opuesta (Figura 1.4.1.b). En el caso en que la pelota rote hacia adelante (sentido horario) se produce el efecto contrario, es decir la deflexión de la estela de remolinos es ahora hacia arriba y el flujo de aire empuja la pelota hacia abajo. Este es el famoso efecto de *topspin* que hace que la pelota baje rápidamente, muy usado por los jugadores de tenis y de tenis de mesa, y que explica la deflexión de la pelota de béisbol que se observa en el lanzamiento en curva del lanzador. Desde un punto de vista práctico, el sentido de la fuerza de Magnus viene dado por el sentido en que rota el frente de la pelota.

La fuerza de Magnus es muy conocida en la aeronáutica, ya que es la fuerza ascensional que se genera alrededor del ala de los aviones que permite que estos puedan despegarse del suelo y ascender. En este caso, no hay rotación; la forma que tiene el ala genera un diferencial de velocidades y por tanto una resultante de presiones hacia arriba que permite que el avión despegue.

[8] La fuerza de Magnus puede explicarse también por el Principio de Bernoulli que establece que la presión en un fluido (en este caso aire) disminuye cuando la velocidad aumenta. La mayor velocidad de los elementos de fluido en el tope de la pelota (Caso a) se traduce en que la presión es menor, mientras que en la parte inferior las velocidades menores implican una mayor presión. Se crea entonces un gradiente de presiones en la dirección vertical que actúa hacia arriba, dando origen a la fuerza de Magnus.

a) Rotación hacia atrás (*backspin*)

b) Rotación hacia adelante (*topspin*)

Figura 1.4.1. Vista en un plano vertical, de una pelota desplazándose de izquierda a derecha con rotación hacia atrás y con rotación hacia adelante, lo cual desvía la estela de remolinos y genera la aparición de la fuerza de Magnus que es perpendicular a la dirección del movimiento.

La fuerza de Magnus F_m se define con una expresión similar a la fuerza de arrastre mostrada previamente por la Ecuación 1.3.1:

$$F_m = \frac{1}{2}\ \rho\, C_m\, A\, V^2 \qquad (1.4.1)$$

en donde C_m es el coeficiente de Magnus. La Ecuación (1.4.1) es una ecuación escalar donde F_m es la magnitud del vector de la fuerza de Magnus. La dirección de esta fuerza es simultáneamente perpendicular al vector velocidad relativa y al vector velocidad rotacional. Una presentación más completa usando notación vectorial se presenta en el Cap. 1.5.

Estudios experimentales han encontrado que C_m varía débilmente con la velocidad de la pelota y que depende fundamentalmente de un factor de rotación, el cual puede ser expresado mediante las siguientes relaciones (Sawicki et al, 2003; Nathan, 2008):

$$C_m = 1{,}5\, S \quad \text{para} \quad S \leq 0{,}1 \qquad (1.4.2)$$

$$C_m = 0{,}09 + 0{,}6\, S \quad \text{para} \quad S > 0{,}1 \qquad (1.4.3)$$

$$S = \frac{R\,\omega}{V} \qquad (1.4.4)$$

En donde S es un parámetro adimensional denominado factor de rotación, R es el radio de la pelota, ω es la rapidez rotacional (módulo del vector velocidad rotacional) en radianes por segundo y V es la rapidez traslacional de la pelota (módulo del vector velocidad relativa).

Más recientemente, Nathan (2012) propuso la siguiente relación para representar la variación del coeficiente de Magnus con el factor de rotación:

$$C_m = \frac{2{,}5\, S}{1 + 5{,}8\, S} \qquad (1.4.5)$$

La variación del coeficiente de Magnus C_m con el factor de rotación S, de acuerdo a las ecuaciones anteriores, se muestra en la Figura 1.4.2. La rapidez rotacional de la pelota de béisbol está en el rango entre 1.000 y 3.000 rpm o revoluciones por minuto [9] y las rapideces traslacionales en un rango entre 70 y 130 mph. Esto significa que el parámetro de rotación S está comprendido entre 0,07 y 0,37 (Ecuación 1.4.4), lo cual se traduce en valores típicos de C_m entre 0,1 y 0,3 (ver Figura 1.4.2).

Por otro lado, pudiera esperarse que la rapidez rotacional ω que se le imprime a la pelota en el momento del impacto, decaiga o se reduzca durante el tiempo de recorrido antes de tocar tierra, en el orden de 5 o 6 segundos para los largos elevados. La experiencia en el juego indica que los rodados (*rollings*) pueden salir rebotando del guante de los fildeadores cuando la bola lleva una gran rapidez de rotación, pero no pasa lo mismo con los jardineros, lo cual sugiere una reducción de la rapidez rotacional en los largos elevados a los jardines.

Estudios de Sawicki (2003), basados en experimentos con pelotas de golf, han encontrado que el decaimiento de la rapidez rotacional en un vuelo típico de un elevado de béisbol está en el orden de 10% a 15%, y que esto resulta en un cambio entre 6% y10% en el coeficiente de Magnus, el cual ocurre solo en la parte final del vuelo. Sin embargo, estudios posteriores de Nathan (2008) analizando las trayectorias de largos elevados y *popups* concluyen que el decaimiento de la rapidez rotacional tiene una importancia menor en influenciar la trayectoria de la pelota.

Para tomar en cuenta este fenómeno de reducción en ω se incorpora en el modelo un factor de decaimiento multiplicando el factor de rotación por $(1-\kappa)^t$ donde κ es la fracción de decaimiento de la rotación y t es el tiempo en segundos. La Ecuación (1.4.4) se modifica entonces para adoptar la siguiente expresión (López et al, 2017):

$$S = \frac{R\,\omega}{V}\,(1-\kappa)^t \qquad (1.4.6)$$

Por ejemplo, un valor de κ = 0,02, significa que la velocidad rotacional decae 2% cada segundo. Tomando en cuenta que la pelota de béisbol tiene un radio de 3,64 cm y haciendo la correspondiente transformación de unidades, la Ecuación (1.4.6) puede escribirse como:

$$S = 0{,}00853\,\frac{\omega}{V}\,(1-\kappa)^t \qquad (1.4.7)$$

Donde ω se expresa en revoluciones por minuto (rpm) y V en millas por hora (mph).

Hay que señalar también que parece lógico suponer que tanto el coeficiente C_m como el coeficiente C_d están influenciados por la orientación que presenten las costuras de la pelota en su recorrido. No es lo mismo una pelota viajando que exponga 2 costuras al paso del aire en cada rotación que otra que exponga 4 costuras. Ensayos experimentales han encontrado que este efecto es importante solamente a bajas velocidades de rotación, como es el caso del lanzamiento de la *knuckleball* que se discute en el Cap. 3.13. Para las velocidades características de las bolas bateadas o lanzadas este efecto puede despreciarse.

[9] Para tener una idea más clara de estas magnitudes, el motor de un carro estándar marchando en una zona plana a 60 km por hora gira en el orden de 2.000 rpm.

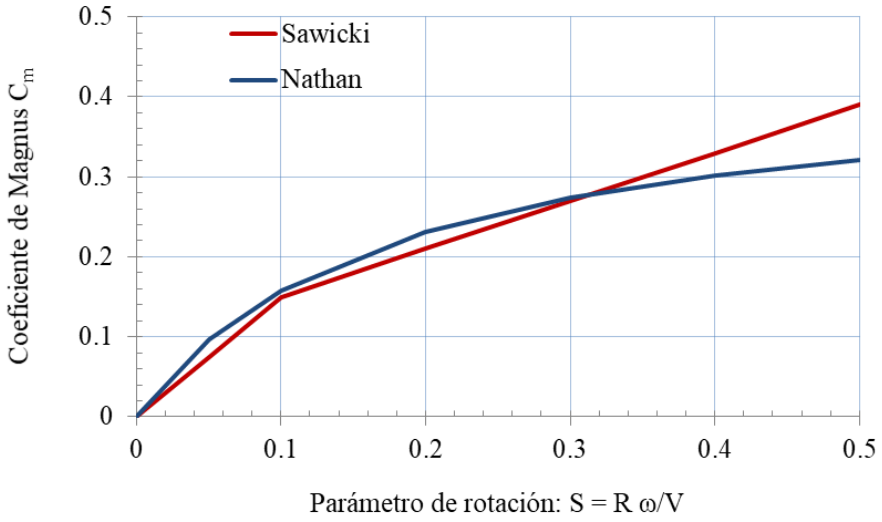


Figura 1.4.2.

Relación entre el coeficiente de Magnus C_m y el factor de rotación S, dada por las expresiones de Sawicki et al. (2003) y Nathan (2012).

1.5 El modelo matemático para la simulación de la trayectoria de la pelota

Un modelo matemático es un conjunto de ecuaciones que describen la esencia del fenómeno físico que se quiere reproducir, en este caso el movimiento de la pelota de béisbol a través del espacio. Todos los cuerpos en movimiento siguen las leyes de Newton. La ecuación fundamental que gobierna el movimiento de la pelota viene dada por la segunda ley de Newton, que establece que la sumatoria de fuerzas actuando sobre un cuerpo en una dirección determinada viene dada por el producto de su masa por la aceleración que el cuerpo adquiere en esa dirección. Esta ecuación se expresa en forma vectorial como:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_d + \vec{F}_m = m\,\vec{a} \qquad (1.5.1)$$

Donde:

m: masa de la pelota.

$\vec{a}$: Vector de la aceleración traslacional de la pelota.

$\vec{F}_g$: Vector de la fuerza de gravedad (peso).

$\vec{F}_d$: Vector de la fuerza de arrastre.

$\vec{F}_m$: Vector de la fuerza de Magnus.

El vector de la fuerza de gravedad (peso) y el vector de la aceleración traslacional están dados por:

$$\vec{F}_g = -m.\,g\,\hat{k} \qquad (1.5.2)$$

$$\vec{a} = a_x\,\hat{\imath} + a_y\,\hat{\jmath} + a_z\,\hat{k} \qquad (1.5.3)$$

Donde $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, $\hat{k}$ son vectores unitarios a lo largo de los ejes fijos en el sistema inercial de referencia (x, y, z), g es la aceleración de gravedad y a_x, a_y, a_z son las componentes del vector aceleración. El signo menos en la Ecuación (1.5.2) indica que el peso actúa siempre hacia abajo, en sentido contrario al vector $\hat{k}$ que es positivo hacia arriba. Se desprecia la fuerza de Coriolis debida a la rotación de la tierra. La Ecuación vectorial (1.5.1) contiene tres ecuaciones escalares asociadas a cada una de las direcciones x, y, z.

Las ecuaciones previas y la solución que se muestra más adelante son válidas para cualquier pelota, no únicamente de béisbol. La especificidad de la pelota de béisbol se introduce en la definición de los coeficientes C_d y C_m de las fuerzas de arrastre y de Magnus que se describieron previamente.

El vector de la fuerza de arrastre citada previamente, Ecuación (1.3.1), está dado por:

$$\vec{F}_d = -\frac{1}{2}\,\rho_m\, C_d\, A\, V^2\, \hat{V} \qquad (1.5.4)$$

$$\vec{V} = \vec{V}_p - \vec{V}_v \qquad (1.5.5)$$

Donde:

$\vec{V}$: Vector de la velocidad relativa de la pelota con respecto al viento.

V: Rapidez relativa de la pelota o módulo del vector $\vec{V}$.

$\hat{V}$: Vector unitario en la dirección de $\vec{V}$.

$\vec{V}_p$: Vector de la velocidad traslacional de la pelota con respecto al sistema fijo a tierra.

$\vec{V}_v$: Vector de la velocidad del viento. Se supone constante en el tiempo.

V_v: Rapidez del viento o módulo del vector $\vec{V}_v$.

C_d , ρ_m y A fueron definidos en el Cap. 1.3.

El signo menos en la Ecuación (1.5.4) indica que el vector de la fuerza de arrastre tiene sentido contrario al vector de la velocidad relativa. El efecto del viento está incluido dentro de la fuerza de arrastre la cual depende de la velocidad relativa entre la pelota y el viento (Ecuación 1.5.5). Si no hubiese viento (estadio techado) V sería la rapidez de la pelota con respecto al sistema tierra. En el caso teórico de que la velocidad del viento tuviese la misma magnitud, dirección y sentido que la velocidad de la pelota, la velocidad relativa es cero y la fuerza de arrastre se haría nula. Se supone que el viento actúa solamente en dirección horizontal y mantiene la misma dirección, sentido y magnitud en todo el trayecto de la pelota.

La fuerza de Magnus se suele expresar de la siguiente forma (McBeath et al., 2008):

$$\vec{F}_m = \frac{1}{2}\,\rho_m\, C_m\, A\, V^2\, (\hat{\omega} \times \hat{V}) \qquad (1.5.6)$$

$$\hat{\omega} = \frac{\vec{\omega}}{\omega} \qquad (1.5.7)$$

$$\hat{V} = \frac{\vec{V}}{V} \qquad (1.5.8)$$

$$\vec{\omega} = \omega_x \hat{\imath} + \omega_y \hat{\jmath} + \omega_z \hat{k} \qquad (1.5.9)$$

$$\vec{V} = V_x \hat{\imath} + V_y \hat{\jmath} + V_z \hat{k} \qquad (1.5.10)$$

$$\omega = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)^{1/2} \qquad (1.5.11)$$

$$V = (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)^{1/2} \qquad (1.5.12)$$

Donde:

C_m: Coeficiente de Magnus dado en el Cap.1.4.

$\hat{\omega}$: Vector unitario en la dirección de $\vec{\omega}$.

$\vec{\omega}$: Vector velocidad rotacional.

ω: Rapidez rotacional de la pelota o módulo de $\vec{\omega}$.

La dirección de la fuerza de Magnus está definida por un vector que es simultáneamente perpendicular a los vectores $\vec{V}$ y $\vec{\omega}$. El símbolo x en la Ecuación 1.5.6 significa producto vectorial. Las componentes del vector velocidad rotacional en las coordenadas globales, $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ se pueden expresar en función de las componentes $(\omega_b, \omega_s, \omega_g)$ del mismo vector en las coordenadas locales (b, s, g) según se indica en la siguiente expresión matricial (Anexo D):

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_y/V_{xy} & -V_x V_z/V V_{xy} & V_x/V \\ -V_x/V_{xy} & -V_y V_z/V V_{xy} & V_y/V \\ 0 & V_{xy}/V & V_z/V \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \omega_b \\ \omega_s \\ \omega_g \end{bmatrix} \qquad (1.5.13)$$

Estas componentes tienen el siguiente significado: ω_b es la rotación con eje horizontal que puede ser hacia atrás (*backspin*) o hacia adelante (*topspin*); ω_s es la rotación lateral (*sidespin*) de eje vertical que puede ser en sentido horario o antihorario, y ω_g es la rotación en tirabuzón (*gyrospin*) cuyo eje es a lo largo de la dirección del movimiento (Ver Cap. 2.10). Estas componentes se suponen conocidas en el instante inicial (t=0) de la pelota bateada o lanzada.

En el caso de una pelota bateada se dispone de información medida sobre los valores del módulo (ω) del vector velocidad rotacional al momento del impacto; dependiendo de la posición relativa del bate y la pelota se pueden estimar las contribuciones a ω de sus componentes ω_b y ω_s; adicionalmente se suele adoptar un valor inicial nulo de la componente ω_g. En el caso de una bola lanzada por el *pitcher* se han hecho mediciones de la rapidez rotacional inicial la cual se puede asociar a ω_b (*backspin*) en el caso de una recta o a $-\omega_b$ en el caso de una curva (*topspin*) o a ω_s en el caso de una slider (*sidespin*) o a una combinación de ellas.

Conocidos los valores iniciales de $(\omega_b, \omega_s, \omega_g)$ de la bola bateada o lanzada, las componentes iniciales $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ en el sistema global de coordenadas se calculan usando la Ecuación (1.5.13).

Si depreciamos el decaimiento de la rapidez rotacional con el tiempo, el momento angular se conserva durante el vuelo de la pelota y en consecuencia el vector velocidad rotacional $\vec{\omega}$ permanece constante en el sistema inercial (x, y, z) durante toda su trayectoria. Si consideramos un decaimiento en la rapidez rotacional, multiplicamos cada una de las componentes $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ por el parámetro κ definido en el Cap. 1.4; en consecuencia el vector velocidad rotacional $\vec{\omega}$ mantiene su dirección pero su módulo queda multiplicado por κ en cada instante. Ahora bien, debido al cambio en la dirección del vector velocidad $\vec{V}$ durante el recorrido, el sistema de coordenadas locales no es un sistema inercial y las componentes rotacionales $\omega_b, \omega_s, \omega_g$ cambian en el transcurso del tiempo; ellas se pueden calcular en cada instante a partir de la Ecuación (1.5.13) dado que dependen de $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ (Ver Anexo D).

Dado que las componentes de las fuerzas de arrastre y de la fuerza de Magnus dependen de la velocidad de la pelota (Ecuaciones 1.5.4 y 1.5.6), la cual depende de las coordenadas x, y, z, la ecuación (1.5.1) se puede descomponer en un conjunto de tres ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden que no tienen solución analítica y deben ser resueltas por métodos numéricos para determinar las coordenadas que definen la trayectoria de la pelota en movimiento. Es decir, el objetivo del cálculo numérico es determinar en cada instante de tiempo t los valores de las coordenadas x, y, z las cuales definen la trayectoria de la pelota de béisbol sometida a las fuerzas descritas anteriormente. El sistema de tres ecuaciones diferenciales que se obtienen de la Ecuación 1.5.1 se resuelve en forma numérica según se describe en el Anexo D.

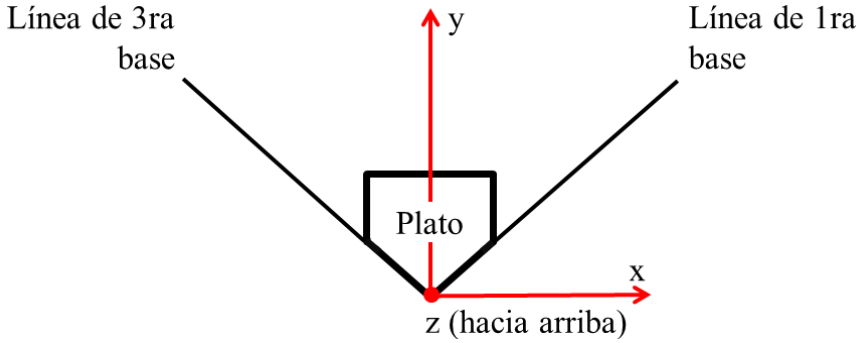


Figura 1.5.1.
Sistema de coordenadas (x,y,z) para la solución de las ecuaciones diferenciales.

La solución numérica requiere de definir un sistema de coordenadas (x, y, z). Aun cuando cualquier elección es válida, el sistema de coordenadas utilizado en este trabajo es el siguiente. El origen está en la esquina posterior del plato, el eje-x apunta hacia la derecha del receptor, el eje-y apunta hacia la segunda base y el eje-z vertical apunta hacia arriba (Figura 1.5.1).

Las ecuaciones anteriores constituyen el modelo matemático de simulación que será aplicado para reproducir el movimiento y determinar la trayectoria de la pelota, ya sea impulsada por el bateador o lanzada por un jugador. La ventaja del modelo matemático es que permite realizar ensayos numéricos en el computador, en la misma forma que el científico realiza ensayos en el laboratorio, con la idea de aprender sobre los procesos físicos que gobiernan el movimiento de la pelota en un estadio de béisbol. Mediante la simulación numérica de diferentes escenarios podemos evaluar la influencia y cuantificar el efecto que tienen diversas variables, tales como la velocidad de salida de la pelota, tipo de rotación y velocidad de rotación, ángulo de salida, densidad del aire, etc., de forma de conocer como estas modifican la trayectoria de la pelota. El objetivo es aprender a través de la simulación y experimentación en el computador. Sin embargo, hay que acotar que el modelo no

pretende dar respuestas absolutas a todos los problemas planteados. El modelo es una aproximación a una realidad muy compleja, y con él se pretende más que todo evaluar y cuantificar los cambios que pueden producirse cuando se modifican algunas de las variables que determinan el viaje de la pelota. Más adelante examinamos la confiabilidad del modelo al comparar sus resultados con mediciones de campo.

El modelo matemático aquí presentado es un modelo general 3D que describe la trayectoria de la pelota en el espacio. Este modelo incluye en sí mismo a un modelo más simple, el bidimensional (Modelo 2D), en el cual la trayectoria de la pelota se describe solamente por dos coordenadas, una horizontal (x) y otra vertical (z). Una versión simplificada del modelo 2D se presentó en el Cap. 1.2 para el caso particular de ignorar la presencia del aire. La versión más completa del modelo 2D, tomando en cuenta la resistencia del aire y la rotación de la bola, se presenta en el Anexo E. En el Modelo 2D la bola está contenida en un plano vertical y solo puede experimentar rotación hacia atrás (*backspin*) o hacia adelante (*topspin*). El Modelo 3D es más completo por que incorpora la tercera dimensión y por lo tanto la pelota puede salirse del plano vertical ya sea por efectos de la rotación lateral (*sidespin*) suministrada por el jugador (lanzador o bateador) o por efectos del viento.

Una vez construido el modelo e implementado en el computador, es pertinente la pregunta siguiente: ¿Cómo se pueden validar sus resultados? O en otras palabras, ¿cómo comprobar si los resultados numéricos que arroja el modelo matemático son correctos y reproducen satisfactoriamente la realidad? Este es el objetivo del siguiente capítulo.

1.6 Validación del modelo matemático

El modelo matemático se emplea para resolver dos casos en los cuales la solución es conocida previamente, lo que permite evaluar la precisión de las fórmulas propuestas y del método numérico de integración de las ecuaciones diferenciales no lineales. Cada caso se resuelve usando las ecuaciones (1.5.1) a (1.5.13) siguiendo el método numérico que se indica en el Anexo D.

a. Caso teórico sin resistencia del aire

El primer caso es el caso teórico en donde se desprecia la resistencia del aire por lo que se eliminan las fuerzas de arrastre y de Magnus y la solución al problema de determinar la trayectoria de la pelota está dada por las fórmulas de la teoría clásica del movimiento presentadas en el Cap. 1.2. En los cálculos que siguen se usó g= 9,81 m/s^2 = 32,185 ft/s^2.

Supongamos que la pelota es bateada con una altura inicial h_o=3 ft, una velocidad de salida V_o=90 mph y un ángulo vertical de salida medido con respecto a la horizontal de θ_o=30º. La distancia recorrida (D), el tiempo de vuelo (t_D), la altura máxima (H) y su tiempo asociado (t_H) están dados por las ecuaciones (1.2.1) a (1.2.4), respectivamente. Sustituyendo en ellas los valores de h_o, V_o y θ_o se obtiene: D = 474,0 ft, t_D =4,15 sg, H = 70,67 ft, t_H = 2,05 sg.

Para el cálculo con el modelo matemático asignamos un valor de densidad del aire (ρ) igual a cero en las ecuaciones (1.3.1) y (1.4.1) con lo que las fuerzas de arrastre y de Magnus son iguales a cero. Se resolvieron las tres ecuaciones diferenciales (1.5.1) según se indica en el Anexo D usando un intervalo de tiempo de 0,001 segundos. Los resultados obtenidos son: D = 474,2 ft, t_D = 4,15 sg, H = 70,70 ft, t_H = 2,05 sg, valores prácticamente iguales a los suministrados por la teoría clásica, con un error relativo menor a 4,5 x 10^{-4}, siendo las pequeñas diferencias atribuibles a la discretización computacional.

b. Caso real de bola bateada en un juego de béisbol

El segundo ejemplo de validación evalúa el modelo matemático mediante la comparación con datos de la trayectoria real seguida por una pelota durante un juego de las grandes ligas (MLB), la cual fue medida con el sistema Statcast. Este es un sistema implementado desde el año 2015 en todos los estadios de la MLB, el cual mide múltiples parámetros por medio de cámaras de video y radares Doppler de alta precisión. El caso de estudio corresponde a un elevado bateado por Kris Bryant en un juego de la serie de campeonato de la Liga Nacional el año 2006, reportado por Nathan (2016), en el cual la bola describió una inusual trayectoria curva que causó confusión en el jardinero central al tratar de capturarla[10]. La Figura 1.6.1 muestra una fotografía del momento del batazo y un gráfico en plano horizontal del recorrido en curva de la pelota.

Dada la gran rotación que llevaba la pelota, este es un excelente ejemplo para evaluar la precisión del modelo matemático aquí desarrollado para reproducir el movimiento tridimensional de una pelota en el espacio que experimenta rotaciones según sus tres ejes locales.

El juego tuvo lugar en el Dodger Stadium el 20 de octubre de 2016. Los datos de Statcast muestran que la bola salió despedida por el bate con una velocidad de salida (V_0) de 107,1 mph, un ángulo vertical de despegue (θ_0) de 20,8 º y un ángulo inicial horizontal (β_0) de -2,4º medido con respecto a la línea plato-segunda base y apuntando ligeramente hacia la parte izquierda del jardín central. La bola aterrizó en un punto a 382,6 ft del plato con un ángulo horizontal final (β_f) de 4,4º en un punto que está algo a la derecha en lo más profundo del jardín central con un tiempo de recorrido (t_D) de 3,9 sg.

a) Momento del impacto.

b) Recorrido de la bola (Planta).

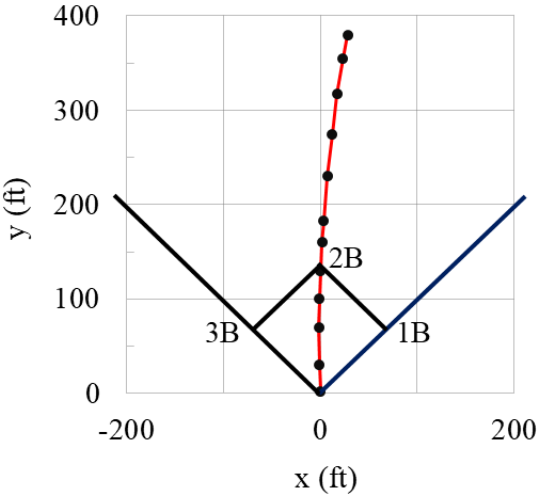


Figura 1.6.1.

Batazo de Kris Bryant medido el 20/10/16 con el sistema Statcast.

La trayectoria completa de la pelota, en un plano vertical y en un plano horizontal, se muestra gráficamente en el artículo de Nathan y se reproduce en la Figura 1.6.2. La vista de la pelota desde arriba (plano horizontal) muestra una trayectoria curvilínea, indicando que la pelota bateada tuvo

[10] El video de la jugada puede verse en https://blogs.fangraphs.com/spinning-out-of-control/

una fuerte componente de rotación de lado (*sidespin*), tomando en cuenta que no había viento. La elevación reportada del Dodger Stadium es de 515 ft sobre el nivel del mar. De acuerdo al *box score*, el juego comenzó a las 5:09 pm y el elevado de Bryant ocurrió en el tope del quinto inning lo cual se estima que ocurrió aproximadamente a las 6:40 pm. Para ese momento, la página Weather Underground en la estación climatológica más cercana indicaba una temperatura del aire de 80,96 ºF, una presión barométrica de 1.010,9 hPa y un punto de rocío de 28,04 ºF, sin presencia de viento. Usando estos datos la densidad de masa del aire resulta ser 1,169 kg/m^3. En los cálculos se adoptó un radio de la pelota de 0,121 ft y un peso de 0,320 lb, valores típicos de una pelota en la MLB. Para ejecutar el modelo, se requiere información adicional sobre la rapidez de rotación de salida de la pelota, pero este dato no se presenta en el trabajo de Nathan. La observación del video muestra que el bate de Bryant estaba inclinado unos 45° hacia abajo en el momento de hacer impacto con la pelota, por lo que asumimos que la bola sale despedida del bate con una cantidad similar de *backspin* y de *sidespin* (Figura 1.6.1.a).

Para comparar la trayectoria predicha por el modelo matemático con la medida por Statcast, es necesario usar el mismo sistema de coordenadas que siguió Nathan al graficar las trayectorias que se muestran en la Figura 1.6.2. Dicho sistema de coordenadas es el mismo descrito en la Figura 1.5.1, donde el origen de coordenadas está en la esquina posterior del plato, con lo que las condiciones iniciales de la posición de la pelota en el momento del impacto son: $x_o = 0$, $y_o = 2$ ft y $z_o = 3$ ft. Es decir, el bate hace contacto con la pelota a 3 ft sobre el terreno de juego y a 2 ft de la esquina posterior del plato.

a) Vista en planta. b) Vista lateral.

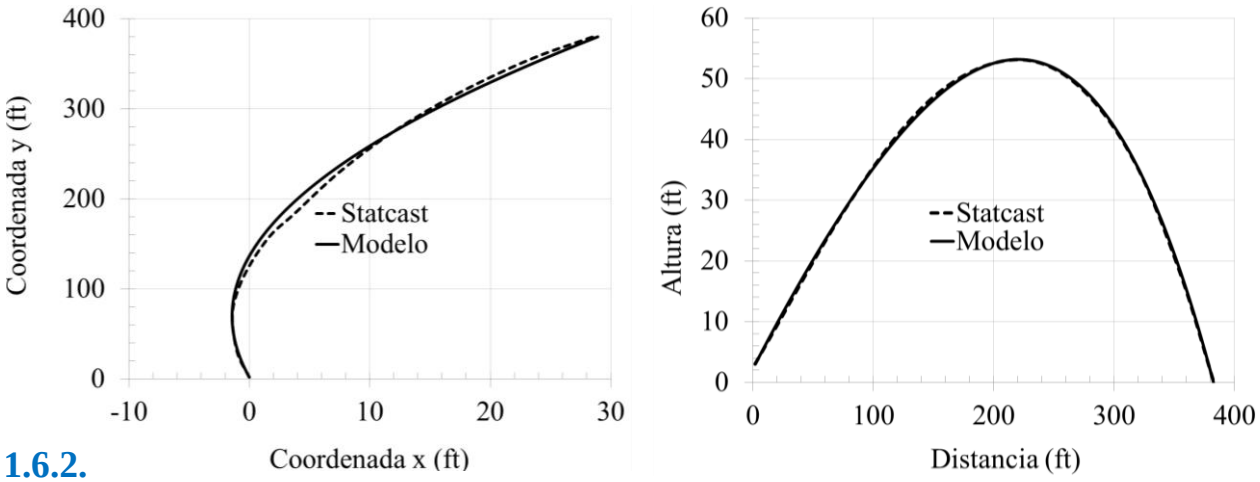


Figura 1.6.2.

Comparación de la trayectoria calculada con el modelo matemático y la medida por Statcast. El recorrido se muestra en el plano horizontal (planta) y en un plano vertical (lateral). En ambas figuras las escalas están distorsionadas para mostrar mayor detalle en la comparación entre las curvas.

Entonces, el problema se formula de la siguiente forma: dadas las condiciones iniciales conocidas (x_0, y_0, z_0,V_0, θ_0 y β_0) la meta de la simulación es ajustar los valores de las velocidades iniciales de rotación (ω_{b0} y ω_{s0}) de manera de replicar, de la forma más precisa posible, la trayectoria medida por Statcast.

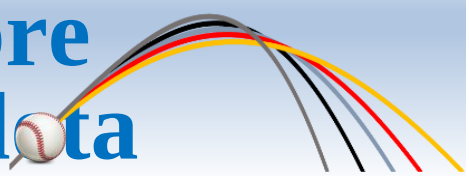
La solución numérica fue calculada con un intervalo de tiempo de 0,001 segundos. Después de

algunas iteraciones con diferentes velocidades de rotación, el mejor ajuste fue obtenido con ω_{b0} = 830 rpm y ω_{so} = -820 rpm, adoptando ω_g = 0. Se usó un factor de decaimiento rotacional de κ=0,98. El signo negativo (-) en ω_{so} indica que la rotación de la pelota con *sidespin* es en sentido horario.

En la Figura 1.6.2 se comparan los resultados del modelo con los datos medidos por Statcast. Las escalas han sido distorsionadas para permitir que las pequeñas diferencias sean apreciadas.

La variable Distancia en la Figura 1.6.2.b es la distancia horizontal medida desde el origen de coordenadas. Los datos medidos por Statcast fueron extraídos del gráfico de Nathan mediante la digitalización de la trayectoria de la pelota. Los resultados que se muestran en la Figura 1.6.2 (vistas en planta y lateral) muestran una muy buena correspondencia entre los datos y el modelo. El modelo conduce a una distancia horizontal de 382,6 ft en t = 4,0 sg y un ángulo final horizontal de β_f = 4,4º, comparado con 382,6 ft en t = 3,9 sg y β_f = 4,4º de Statcast. Se concluye entonces que el modelo reproduce satisfactoriamente la trayectoria medida de la pelota.

2. Aprendiendo sobre el Vuelo de la Pelota



En este capítulo se utiliza el modelo matemático desarrollado en el Capítulo 1 para identificar los factores que más influencian la trayectoria de las pelotas bateadas, tales como la velocidad inicial de la pelota, el ángulo de salida, su rapidez rotacional, la elevación a que se encuentra el estadio, las condiciones de humedad y temperatura y el viento, entre otras. Se analiza la paradoja de los elevados al cuadro (*pop-up*), se presenta una nota sobre los bombarderos de la Calle Blake y se describen las peculiaridades de un juego de béisbol en la Luna.

2.1 Influencia relativa de las fuerzas: Gravedad, Arrastre y Magnus

Como vimos anteriormente, el vuelo de la pelota de béisbol está afectado por tres fuerzas, gravedad, arrastre y Magnus, las cuales condicionan y determinan la trayectoria que sigue en su recorrido. Sin embargo, es interesante estimar la distancia que viajaría una pelota bateada si fuese afectada solamente por la fuerza de gravedad, sin la presencia de la resistencia del aire ni de la fuerza de Magnus, y compararla con la distancia que recorrería al incorporar las otras fuerzas actuantes. Para ello se analizan tres casos en forma separada. En el primero se considera una situación ideal donde solo actúa la fuerza de gravedad, como si la pelota viajara en un medio sin aire; en el segundo caso se incluye adicionalmente la fuerza de arrastre o resistencia del aire; y en el tercer caso se incorpora a las anteriores la fuerza de Magnus suponiendo la pelota rotando con efecto hacia atrás. No se considera el efecto del viento en ninguno de estos casos y se desprecia el decaimiento de la rapidez rotacional ($\kappa = 0$).

Un bateador de poder puede imprimirle a la pelota, en respuesta a una recta de 90 mph lanzada por el *pitcher*, una velocidad de salida en el orden de 100 mph (la máxima reportada por Statcast es 122,2 mph). En este ejercicio numérico suponemos entonces una pelota bateada que sale despedida con una rapidez inicial de 110 mph (49 m/s) formando un ángulo vertical de salida de 35º, rotando hacia atrás (*backspin*) con una rapidez rotacional de 1.500 rpm, sin rotación de lado (*sidespin*) y sin viento y con una altura inicial (altura donde el bate hace contacto con la pelota) de 1 m, que es la altura promedio de la zona de *strike*. Adicionalmente, tenemos que especificar el intervalo de tiempo Δt que se va a usar en el cálculo numérico. Después de varias pruebas para examinar la sensibilidad de los resultados, se adoptó un valor de $\Delta t = 0{,}005$ segundos, observándose que valores menores no producían cambios significativos en las trayectorias.

Alimentamos entonces el modelo matemático (Cap. 1.5) con esta información (datos de entrada) para obtener los resultados que se muestran en la Figura 2.1.1. La trayectoria para la pelota en ausencia de aire, afectada solo por la fuerza de gravedad, describe una parábola, tal como se deduce de la física clásica (ver Cap. 1.2 y Anexo B). La trayectoria está dada por la Ecuación B.8 y la distancia recorrida, el tiempo de vuelo y la altura máxima por las ecuaciones B.10, B.12 y B.15. Alternativamente, los cálculos se pueden hacer con el modelo matemático descrito en el Cap. 1.5 haciendo que la densidad del aire sea igual a cero. Debido a la ausencia de fuerzas en la dirección horizontal que frenen el movimiento de la pelota (no hay resistencia del aire), la rapidez de llegada de la pelota al suelo es prácticamente la misma que la rapidez de salida de 110 mph. Serían exactamente las mismas si la salida y la llegada de la pelota estuviesen ambas a la misma altura. La distancia horizontal que recorre la bola es de 765 ft, equivalentes a 233 m, con un tiempo de vuelo de 5,79 sg, alcanzando en su punto más alto una altura de 136 ft. Esta gran distancia recorrida,

por supuesto, no es posible conseguirla en el béisbol real donde sí hay resistencia del aire. El jonrón promedio recorre entre 350 y 400 ft, y los más largos que se han medido no llegan a 600 ft.

Si se incluye en el modelo la fuerza de arrastre inducida por la presencia del aire, la curva en color rojo (Figura 2.1.1) muestra la nueva trayectoria, calculada adoptando una densidad del aire de 1,225 kg/m^3, típica de estadios a nivel del mar. Una vez que la pelota alcanza su punto más alto, comienza a declinar su trayectoria alejándose del caso sin aire (curva en color negro). Se observa la asimetría de la trayectoria, que se hace más pronunciada en la fase de descenso, la cual estrictamente hablando no es parabólica y por tanto no es simétrica. En este caso hablamos de una trayectoria curva cuasi-parabólica. Como es evidente, la resistencia del aire frena el movimiento de la pelota y esta recorre solo 397 ft, con una altura máxima de 96 ft. Es decir, su recorrido se recorta en 368 ft o 112 m, por la acción de la resistencia del aire. La pelota tarda 4,85 sg en su recorrido contra 5,79 sg en el caso anterior. La rapidez de llegada es de 56,7 mph, una reducción de casi la mitad (48,5%) de su valor de 110 mph en la salida.

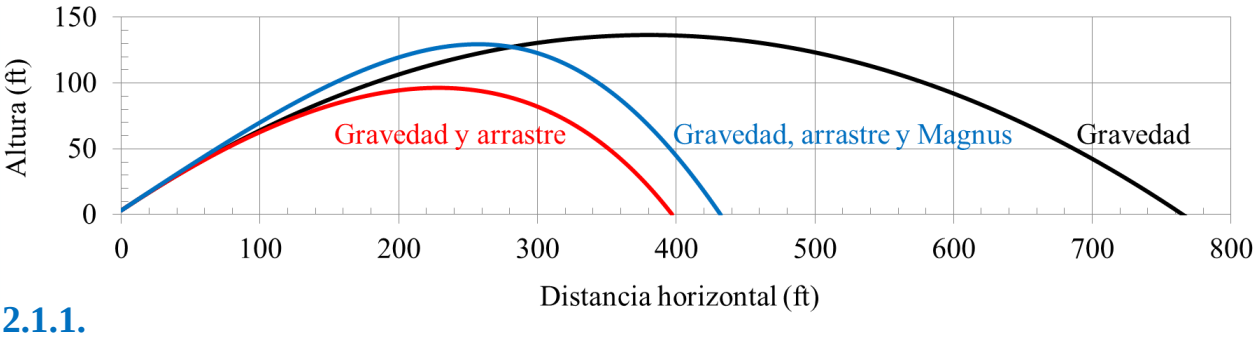


Figura 2.1.1.

Trayectoria de la pelota saliendo con una rapidez de 110 mph, una rapidez rotacional de 1.500 rpm y un ángulo de salida de 35º, para tres diferentes casos de fuerzas actuantes: a) solo gravedad; b) gravedad y arrastre; y c) gravedad, arrastre y Magnus.

Si ahora incorporamos en el análisis la fuerza de Magnus, reproducimos la realidad del juego de béisbol. Suponiendo una pelota que viaja con una rotación hacia atrás (*backspin*) a razón de 1.500 revoluciones por minuto, valor típico para los elevados, la línea de color azul muestra la trayectoria calculada para las mismas condiciones iniciales de rapidez y ángulo de salida. Como era de esperar, la fuerza de Magnus, dirigida en dirección hacia arriba debido al efecto de rotación hacia atrás, actúa como una fuerza ascensional, manteniendo la pelota más tiempo en el aire (6,26 sg) e incrementando la altura máxima del vuelo a 129 ft y la distancia recorrida a 432 ft. La rapidez de llegada es de 56,6 mph, similar al caso anterior (solo gravedad y arrastre). La diferencia principal con el caso anterior, es que la fuerza de Magnus incrementa la distancia recorrida en 35 ft. Es decir, una pelota bateada a 110 mph, sin rotación, con un ángulo de 35º que recorre 397 ft, llegaría hasta 431 ft si se le imprimiera una rotación hacia atrás de 1.500 rpm. Este hecho es bien conocido por los bateadores de poder, que, aunque probablemente nunca han oído hablar de la fuerza de Magnus por no haber todavía leído este libro, saben por experiencia propia que, si se le meten a la pelota por debajo, es decir si la golpean ligeramente por debajo del centro, esta viajará más lejos.

En el caso de que la pelota salga con rotación hacia adelante, *topspin*, lo más probable es que se produzca un rodado o una línea corta a los jardines, pero nunca un elevado de larga distancia, como se verá más adelante (Cap. 2.12) cuando se analice la influencia de la rotación.

A partir de este último caso donde se consideraron las tres fuerzas actuantes, podemos profundizar y visualizar el comportamiento de la pelota durante el vuelo. En el gráfico de la Figura 2.1.2

observamos la variación de la velocidad (rapidez) de la bola durante los 6,26 sg que dura su vuelo, antes de tocar tierra. La rapidez inicial de 110 mph comienza a reducirse, en una fase de desaceleración, por efectos de la atracción de la gravedad y la resistencia del aire, alcanzando un mínimo de 40,4 mph a los 3,54 sg. De ahí en adelante la pelota comienza a descender y a acelerarse aumentando gradualmente la rapidez hasta alcanzar un valor de 56,5 mph en el punto donde impacta el suelo a los 6,26 segundos. Es decir, la pelota pierde aproximadamente el 50% de su rapidez durante el recorrido. Hay que anotar que en el caso de que solo actúe la gravedad, la rapidez de llegada es prácticamente igual a la de salida (110 mph). El punto de mínima rapidez no coincide con el de máxima altura. La altura máxima de la bola ocurre a los 2,89 sg pero la bola continúa desacelerando hasta alcanzar el mínimo de rapidez a los 3,54 sg (Figura 2.1.2).

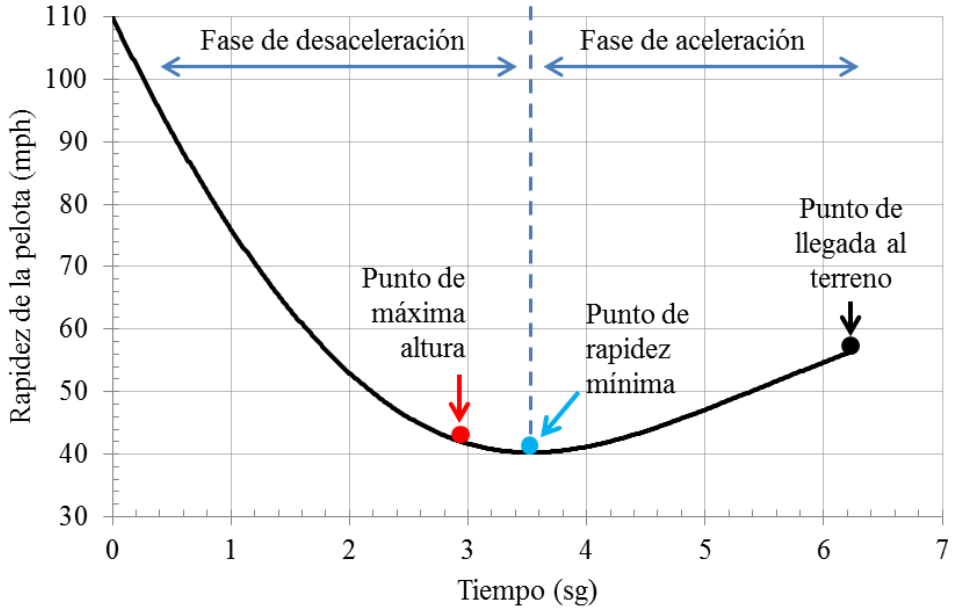


Figura 2.1.2.

Variación de la rapidez de la pelota durante el tiempo de recorrido para el caso real de la trayectoria descrita en la Figura 2.1.1 en donde se consideran todas las fuerzas actuando.

Los gráficos de la Figura 2.1.3 muestran la variación de los coeficientes adimensionales de arrastre (C_d) y de Magnus (C_m) durante el vuelo descrito en las Figuras 2.1.1 y 2.1.2. Al inicio, en el tiempo cero, el valor para el coeficiente C_d es de 0,29 correspondiente a la rapidez inicial de 110 mph. De ahí en adelante, al disminuir la rapidez, el valor del coeficiente comienza a incrementarse debido al efecto denominado *crisis del arrastre* que sucede en este rango de velocidades (ver Cap.1.3), hasta alcanzar un máximo de 0,48 a los 3,54 sg que coincide con el mínimo de la rapidez indicado en la figura anterior. Luego el coeficiente comienza a disminuir, debido al aumento de la rapidez, hasta finalizar con un valor de 0,45 al final del recorrido de la pelota cuando llega al terreno. Un comportamiento similar se observa en el coeficiente de Magnus C_m incrementándose desde un valor inicial de 0,16 hasta un pico de 0,28 y luego reduciéndose hasta finalizar con un valor de 0,23.

La variación de las fuerzas de arrastre y de Magnus durante el recorrido de la pelota descrito en las figuras previas, se presenta en la Figura 2.1.4. Se muestran las fuerzas en forma adimensional donde el módulo de cada una está dividido por la fuerza de gravedad o peso de la pelota. La línea horizontal igual a 1 representa una fuerza igual al peso.

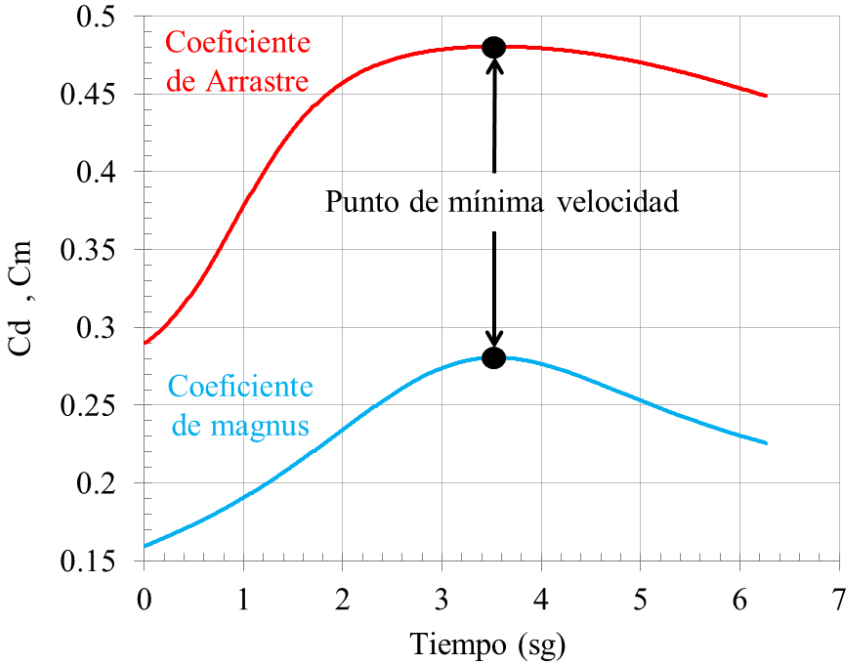


Figura 2.1.3.

Variación en el tiempo de los coeficientes de resistencia (C_d) y de Magnus (C_m) durante el recorrido de la pelota descrito en la Figura 2.1.1.

Se aprecia que al inicio la fuerza de arrastre excede el valor del peso, por un factor de 1,25, para luego decrecer a medida que la bola se eleva hasta alcanzar un mínimo en el punto de rapidez mínima y volver a aumentar a medida que la bola desciende hasta finalizar con un valor aproximado de 0,5 (la mitad del peso de la pelota). La fuerza de Magnus vale 0,7 veces el peso en los primeros instantes y luego desciende hasta finalizar en 0,26. Ella pudiera aumentar para valores mayores de la rapidez rotacional.

Una conclusión de este análisis es que los valores de las fuerzas aerodinámicas (arrastre y Magnus) que se generan en el recorrido de la pelota de béisbol están en un orden de magnitud similar al de la fuerza de gravedad, especialmente al inicio del recorrido.

El gráfico de la Figura 2.1.4 permite también observar que la fuerza de arrastre se hace igual al peso de la pelota a los 0,4 sg. Para este tiempo observamos en la Figura 2.1.2 que la rapidez de la bola es aproximadamente igual a 95 mph. Es decir, la fuerza de arrastre se incrementa con la velocidad y se hace igual al peso de la pelota para un valor de 95 mph. Si usted dejara caer una pelota de béisbol desde un helicóptero volando a una gran altura, la bola se aceleraría a razón de 9,8 m/sg por cada segundo de caída. Dado que duplicar la velocidad de la bola aumenta la fuerza de arrastre cuatro veces (F_d es proporcional a V^2, ver Ecuación 1.3.1), la fuerza aumentará rápidamente hasta eventualmente hacerse igual al peso de la pelota. En este momento cuando se igualan las fuerzas de arrastre y de gravedad, la aceleración se hace nula y la pelota comienza a caer con una velocidad constante, que es lo que se conoce como velocidad terminal de una partícula,

la cual es aproximadamente igual a 95 mph para una pelota de béisbol[1].

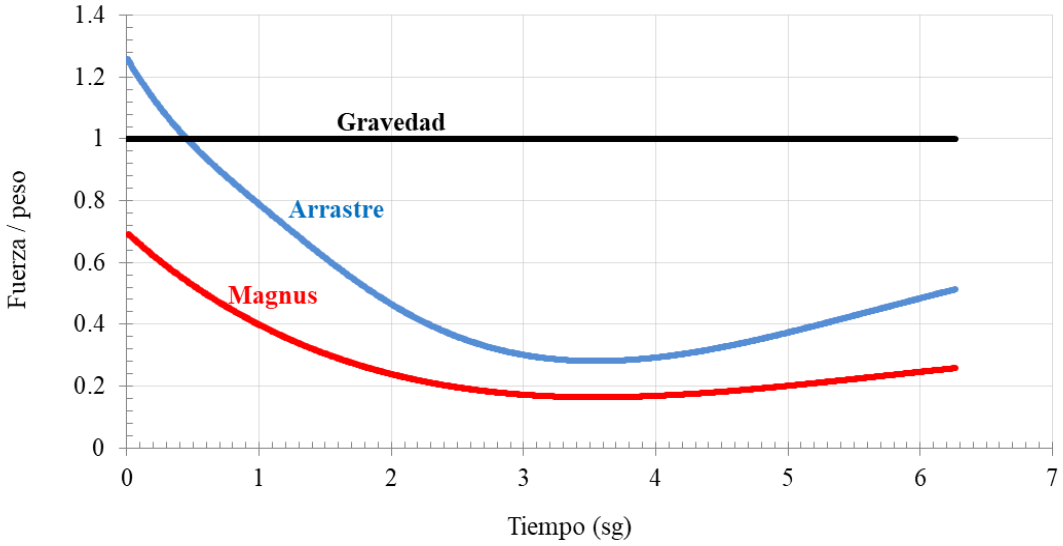


Figura 2.1.4.

Variación en el tiempo de la fuerza de arrastre y de la fuerza de Magnus, divididas entre el peso de la pelota, durante el recorrido de la bola descrito en la Figura 2.1.1.

2.2 Influencia de la altitud y los Rockies de Colorado

La densidad del aire disminuye con la altitud del terreno. Tomando en cuenta que la fuerza de arrastre es directamente proporcional a la densidad del aire, tal como se aprecia en la Ecuación 1.3.1, una menor densidad implica entonces una menor resistencia del aire, por lo que la bola viajará más lejos en estadios ubicados a mayor altura donde el aire es menos denso, que en los ubicados a nivel del mar donde el aire es más denso.

La ciudad de Denver en el estado de Colorado, es conocida como la ciudad de la milla, dado que está ubicada a una elevación de 1.609 m (5.280 ft) sobre el nivel del mar, que es exactamente igual a una milla. También es la sede de los Rockies de Colorado que hicieron su aparición en la división oeste de la Liga Nacional en la temporada de 1993. Inicialmente jugaron en el Mile-High Stadium, el cual compartía con los Denver Broncos, el equipo de *football* de la localidad, y luego se mudaron al Coors Field cuando este fue inaugurado en 1995.

La influencia de la altitud en la trayectoria de una pelota bateada se analiza utilizando el modelo matemático para calcular las trayectorias en el Yankee Stadium, Nueva York, a nivel del mar, donde la densidad del aire es 1,225 kg/m^3, y en el Coors Field de Denver ubicado a 1.609 m de elevación donde la densidad es 0,988 kg/m^3, valores estos para condiciones estándar del clima. Las condiciones iniciales son las siguientes: rapidez inicial de 100 mph, ángulo de 35º y rapidez de rotación hacia atrás igual a 1.500 rpm, sin rotación de lado y sin viento. Se desprecia el decaimiento de la rapidez rotacional ($\kappa = 0$). Se supone una altura inicial (altura donde el bate hace contacto con la pelota) de 1 m. Las trayectorias calculadas de la pelota para ambos estadios se presentan en la Figura 2.2.1 y un resumen de los resultados en la Tabla 2.2.1.

[1] Este es precisamente el principio en que se basa el paracaídas. La gran superficie de exposición del paracaídas incrementa la fuerza de arrastre a un valor lo suficientemente grande para que una persona pueda caer desde alturas considerables y alcanzar una velocidad terminal lo suficientemente pequeña para tener un aterrizaje seguro.

El aire más liviano en Denver, 19% menos denso, hace que la pelota viaje 36 ft más lejos (un 10% mayor) que en Nueva York. La pelota se eleva un poco más también, alcanzando una altura máxima en Denver que es 2 ft mayor que en Nueva York. Sin embargo, los tiempos de viaje son prácticamente iguales (Tabla 2.2.1), porque la pelota viaja más rápido en Denver. O sea que un batazo de 382 ft, que sería un *out* en lo más profundo del jardín central o izquierdo en New York, puede convertirse en un jonrón de 418 ft en Denver.

Tabla 2.2.1. Distancia recorrida por la pelota en Yankee Stadium y en Coors Field para las mismas condiciones de salida con rapidez de 100 mph, ángulo de 35º y rapidez rotacional de 1.500 rpm.

Estadio	Distancia recorrida (ft)	Altura máxima (ft)	Tiempo de vuelo (sg)
Yankee Stadium, Nueva York	381,7	108,6	5,70
Coors Field, Denver	417,8	110,6	5,71

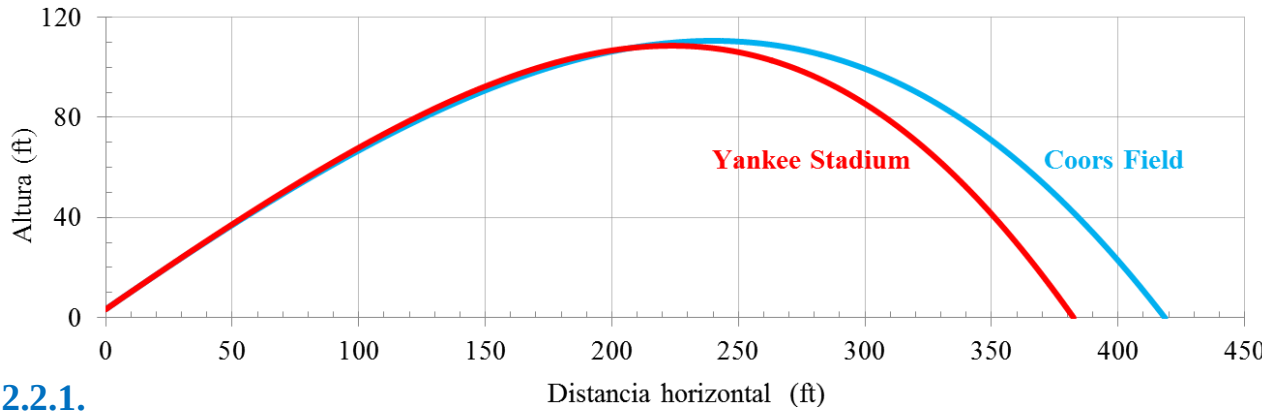


Figura 2.2.1.

Comparación de las trayectorias de una pelota bateada con las mismas condiciones iniciales, pero en dos sitio distintos: en Yankee Stadium, a nivel del mar, y en Coors Field, Denver, a 1.609 metros sobre el nivel de mar.

Otro efecto importante que tiene la altitud del estadio en el juego de béisbol, es la influencia del aire más liviano en los lanzamientos del *pitcher*. En general, puede esperarse que la bola llegue más rápido al plato, debido a la menor resistencia del aire, y que las bolas rompientes tengan menos movimiento, debido a la reducción de la fuerza de Magnus. Debido a la corta distancia entre el montículo y el plato, el primer efecto es casi insignificante, pero el segundo es mucho más importante y favorece indudablemente al bateador. Esto será discutido en mayor detalle más adelante, cuando toquemos el tema de los lanzamientos del *pitcher* en el Cap. 3.

Por estas razones, debido a la menor densidad del aire en Denver, el estadio de Coors Field ha sido considerado como un paraíso para los bateadores y una pesadilla para los lanzadores. La ofensiva ha prevalecido en los juegos en este estadio. Durante los primeros 7 años en Coors Field (período 1995-2001) se registraron 3,2 jonrones por juego, comparado con 1,93 jonrones durante los juegos de los Rockies fuera de casa (Nathan, 2011). En el año 1999, los Rockies y sus oponentes se combinaron para producir 303 jonrones, la cantidad más grande en una temporada para un estadio

de pelota (Colorado Rockies, 2016). Como dato curioso, durante la extraordinaria temporada de Mark McGwire el año 1998 donde bateó 70 HR, solo uno de ellos fue en Coors Field.

En respuesta a esta situación que marcaba una diferencia significativa con los otros estadios de la MLB, a partir del año 2002 los Rockies comenzaron a almacenar sus pelotas de béisbol en un ambiente controlado con 50% de humedad relativa y 21º C de temperatura, en contraposición con el valor típico de 30% de humedad promedio en Denver. La idea era que las pelotas ganasen algo de peso al absorber el agua del aire, y se redujera también su elasticidad o coeficiente de restitución, compensando de esta forma por la menor densidad del aire. Como consecuencia, hubo una apreciable reducción en el número de jonrones a partir de ese momento. Durante el período 2002-2010 el número de HR en Coors Field decreció a 2,39 por juego, una reducción del 25%, mientras el número de HR en los juegos fuera de casa permaneció más o menos constante en 1,86 por juego.

Es interesante notar que la reducción en las fuerzas de arrastre y de Magnus debida a la altitud, tienen efectos opuestos en la trayectoria del vuelo de un largo elevado. La reducción en la fuerza de arrastre produce un elevado más largo, pero la reducción en la fuerza de Magnus produce un elevado más corto. Sin embargo, la reducción en la fuerza de arrastre predomina sobre la reducción en la fuerza de Magnus, tal como puede apreciarse en la Figura 2.1.3, donde se observa que el coeficiente de Magnus es menor que el coeficiente de arrastre. Por lo tanto, la pelota viaja más lejos en Denver que en Nueva York, como se demostró con el análisis anterior de la Figura 2.2.1.

2.3 Los Bombarderos de la Calle Blake

Las temporadas de 1995, 1996 y 1997 fueron testigos del surgimiento de los Bombarderos de la Calle Blake (*the Blake Street Bombers*), un grupo de cinco jonroneros de los Rockies de Colorado[2] llamados así por el nombre de la calle donde se ubica el estadio Coors Field (Figura 2.3.1). El grupo de Dante Bichette, Larry Walker, Vinicio Castilla y Andrés Galarraga, se convirtieron el año 1995 en apenas el segundo cuarteto de un mismo equipo en la historia de las mayores en batear cada uno 30 o más jonrones[3]. Este hecho lo repitieron al año siguiente, 1996 (Galarraga, Castilla, Burks y Bichette) y también en 1997 (Galarraga, Castilla, Burks y Walker). Ver Tabla 2.3.1. Pero aún más, el año 1996 tres de esos jugadores alcanzaron más de 40 jonrones, Galarraga, 47, Castilla, 40, y Burks, 40, mientras que Bichette tuvo 31, y los cuatro empujaron más de 100 carreras. El año 1997 nuevamente tres jugadores alcanzaron la cifra de 40 HR: Walker, 49, Galarraga, 41, y Castilla, 40, mientras que Burks terminó con 31[4].

Nunca antes se había visto en las grandes ligas un despliegue de poder tan grande de cuatro jugadores de un mismo equipo en temporadas consecutivas (Tabla 2.3.1)[5].

[2] El grupo representaba la diversidad de razas y países presentes en ese momento en el béisbol de la MLB en contraposición a la discriminación racial imperante décadas atrás: un estadounidense blanco (Dante Bichette), un afroamericano (Ellis Burks), un canadiense (Larry Walker), un mexicano (Vinicio Castilla) y un venezolano (Andrés Galarraga).

[3] El único equipo previo con 4 jugadores con 30 o más HR eran los Dodgers de Los Angeles de 1977: Dusty Baker, 30, Ron Cey, 30, Steve Garvey, 33, y Reggie Smith, 32.

[4] Solamente otro equipo, los Bravos de Atlanta en 1973, habían tenido tres jugadores con 40 o más jonrones en una temporada: Dave Johnson con 43, Darrel Evans con 41 y Hank Aaron con 40.

[5] El record de 30 o más jonrones por 4 jugadores en una temporada fue batido por los Mellizos de Minnesota el año 2019 cuando 5 bateadores consiguieron superar esa cifra: Nelson Cruz (41), Max Kleper (36), Mitch Garner (31), Eddie Rosario (32) y Miguel Sano (34). Cuatro jugadores de los Astros de Houston también alcanzaron esa cifra, Bregman

Figura 2.3.1. Los Bombarderos de la Calle Blake en Coors Field el año 1995. Andrés Galarraga (agachado) y de pie, de izquierda a derecha, Dante Bichette, Larry Walker y Vinicio Castilla. Se nota la ausencia de Ellis Burks, lesionado en esa campaña (The Denver Post, 2018).

Adicionalmente, el año de 1996 vio a Andrés Galarraga ser el líder de la liga con 47 HR y 150 carreras empujadas, siendo este el mayor número de carreras empujadas en una temporada para un jugador de la primera base en la Liga Nacional. Es decir, este es un registro absoluto en los 143 años de historia de la Liga Nacional; ningún otro jugador de la primera base ha empujado más carreras en una temporada que Galarraga. Este tiene que ser indudablemente uno de los registros más resaltantes para un pelotero venezolano en las grandes ligas.

Tabla 2.3.1. Jonrones conectados por los Bombarderos de la Calle Blake entre los años 1995 y 1997.

Año/Jugador	Galarraga	Castilla	Burks	Walker	Bichette
1995	31	32	14	36	40
1996	47	40	40	18	31
1997	41	40	32	49	26

2.4 Influencia de la humedad y la temperatura

La humedad y la temperatura del medio ambiente también afectan la densidad del aire. El aire contiene una mezcla de aire seco y vapor de agua. Se suele pensar que el aire húmedo es más pesado que el aire seco, pero es realmente lo contrario, puesto que el vapor de agua es un gas más liviano que las componentes dominantes en el aire seco (nitrógeno y oxigeno). Por lo tanto, aumentos en

(41), Springer (39), Gurriel (31) y Altuve (31). Yordan Alvares, quien terminó con 27 HR en tan solo 87 juegos ha podido unirse al grupo de los Astros de haber jugado la temporada completa (fue ascendido a las mayores en junio).

la temperatura o humedad del aire se traducen en decrecimiento en su densidad. Esto significa reducción en las fuerzas de Arrastre y de Magnus, en la misma forma como lo hace la altitud. En otras palabras, mayores temperaturas y humedades en un estadio significan una pelota más viva y que camina más (en el argot de los peloteros).

En esta sección examinamos la influencia de la humedad y temperatura en la trayectoria de la pelota. Para ello consideramos dos casos en donde se reflejan diferencias extremas en condiciones atmosféricas. Se usa la variable humedad relativa, que es una medida de la cantidad de agua que está almacenada en el aire en forma de vapor. Por ejemplo, 100% de humedad relativa indica total saturación de la masa de aire, 50% indica que el aire contiene la mitad del máximo vapor de agua que podría mantener, mientras que 0% significa un aire totalmente seco.

El primer caso a analizar es un clima muy húmedo y caluroso, la temperatura es de 32º C y la humedad relativa es de 100%. En el segundo el clima es seco y frio, la temperatura es de 10º C y la humedad relativa es de 0%. Estas temperaturas reflejan los cambios que ocurren durante la transición entre la primavera (mes de Abril; seco y frío) y el verano (mes de Julio; húmedo y caluroso) en algunos estadios de la MLB. En ambos casos se supone un estadio ubicado a nivel del mar y una presión atmosférica estándar de 101.325 pascales o 760 mm de mercurio[6]. Utilizando alguna de las herramientas numéricas disponibles, por ejemplo Shelquist (2016) o Gribble (2016), se puede calcular la densidad del aire dados los valores de altitud, temperatura, humedad, y presión atmosférica. Los valores resultantes son de 1,136 kg/m^3 para el primer caso (muy húmedo y caluroso) y de 1,246 kg/m^3 para el segundo caso (seco y frío).

El modelo matemático se aplica a una pelota saliendo con una rapidez inicial de 100 mph, ángulo de 35º, altura inicial de 1 m y rapidez rotacional de 1.500 rpm hacia atrás, sin rotación de lado y sin viento. Se desprecia el decaimiento de la rapidez rotacional ($\kappa = 0$).

La Figura 2.4.1 presenta la trayectoria recorrida por la pelota en ambos casos. Se observa que el efecto es marcado, la pelota viaja 380 ft con un clima seco-frio y 395 ft con un clima muy húmedo-caluroso, es decir la distancia se incrementa en 15 ft (4,6 m) cuando la densidad del aire se reduce en casi un 10%.

Adicionalmente, otros efectos ocurren cuando se incrementa la humedad en el medio ambiente ya que la pelota aumenta su peso al absorber una mayor cantidad de agua. Sin embargo, experimentos en el laboratorio han encontrado que cuando la humedad relativa se incrementa de 30% a 50%, el peso de la pelota aumenta solamente en un 1,6% (Nathan, 2011). Para efectos del cálculo de la trayectoria de la pelota, esta variación se considera despreciable ya que está dentro del margen de error del peso de la misma, de acuerdo a las reglas del béisbol, que establece que la pelota debe pesar no menos de 5 onzas (142 gr) ni más de $5^{1/4}$ onzas (149 gr), una variación del 5%. Los autores no están en conocimiento de estudios que indiquen cuanto aumenta el peso de la pelota debido a un incremento de la humedad de 0% a 100%, por lo que en los cálculos que dieron lugar a la Figura 2.4.1 se consideró un peso constante.

[6] La presión atmosférica es función de la altitud del sitio y puede calcularse con la expresión siguiente donde p es la presión en pascales y h es la elevación (metros) sobre el nivel del mar: $p = 101.325\ (1 - 2{,}25577\ 10^{-5}\ h)^{\ 5{,}25588}$.

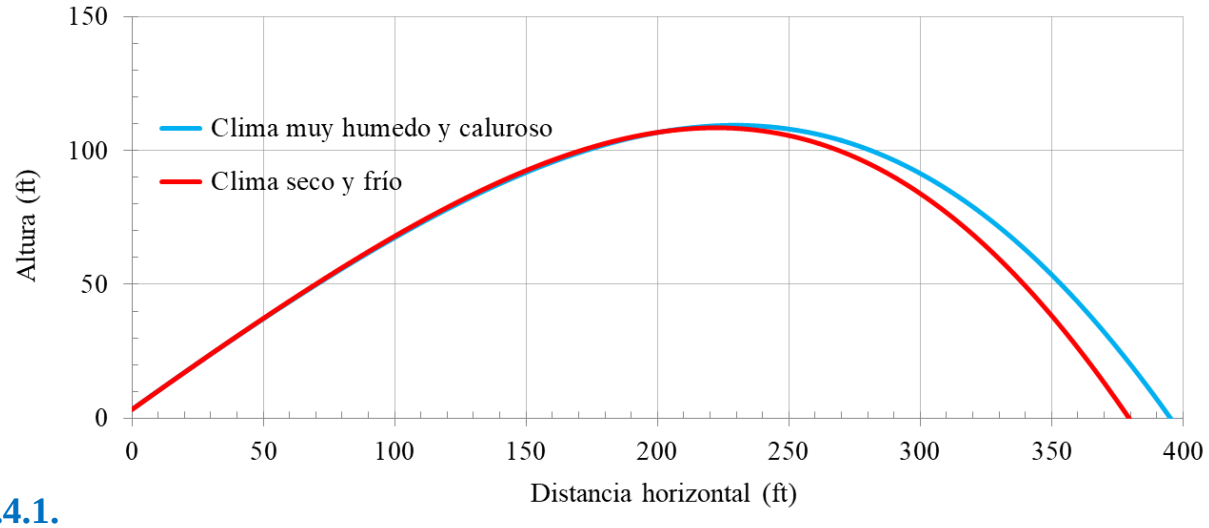


Figura 2.4.1.

Trayectorias de la pelota para dos condiciones extremas de clima en un estadio ubicado a nivel del mar. Caso 1: T = 32º C y Humedad = 100%. Caso 2: T = 10º C y Humedad = 0%.

2.5 Influencia de la velocidad del viento

El viento puede jugar un papel más importante que la altitud y las condiciones climáticas en la distancia recorrida por la pelota. De acuerdo con su intensidad, el viento puede recibir distintos nombres. Los vientos más suaves se conocen como brisas; una brisa suave tiene una rapidez entre 5 y 12 mph, una brisa moderada entre 12 y 18 mph y una brisa fuerte entre 18 y 25 mph. Los vientos más fuertes (huracanes o tornados) pueden alcanzar valores mayores de 75 mph, pero el béisbol no se juega durante estos eventos. Las ráfagas son vientos de gran intensidad que duran poco tiempo y que aparecen de forma repentina. Un viento menor o igual a 10 mph (4,5 metros por segundo) es normal en un juego de béisbol. Valores tan altos como 20 mph (brisa fuerte) se han reportado en juegos de pelota, tal como en el gran jonrón de Mickey Mantle el 17/04/1953 en el Griffith Stadium de los Senadores de Washington, que incluyó ráfagas de hasta 40 mph (Adair, 2002; Nathan, 2016b). Sin embargo, son muy pocos probables valores mayores a 20 mph durante un juego de pelota; de los registros (*box score*) en la MLB entre 2005 y 2017 se observa que solo en 3 de cada 1.000 juegos la rapidez del viento alcanzó o excedió las 20 mph. En el 87 % de los juegos fue menor o igual que 10 mph (Ewing, 2017).

Para analizar la influencia del viento consideramos una pelota bateada a una altura inicial de 1 m, con una rapidez de salida de 100 mph, ángulo de 35° y rapidez de rotación hacia atrás de 2.000 rpm, sin rotación de lado, sujeta a distintas condiciones de un viento actuando en la dirección horizontal. Se desprecia el decaimiento de la rapidez rotacional ($\kappa = 0$). Se supone que el viento actúa en el mismo plano vertical donde se desarrolla el movimiento de la pelota, pero siempre en dirección horizontal sin componente vertical, y se analizan cinco diferentes casos: sin presencia de viento, con viento en contra de 10 mph, con viento a favor de 10 mph (brisa suave), 20 mph (brisa fuerte) y 40 mph (ráfaga). Los cálculos se hacen para una densidad del aire igual a 1,15 kg/m^3, correspondiente a condiciones existentes a nivel del mar con una temperatura de 30° C y humedad relativa de 50%.

Los resultados de la aplicación del modelo matemático se presentan en la Figura 2.5.1 donde se grafica la trayectoria de la pelota en cada caso. En ausencia de viento, la pelota recorre 397 pies y

se eleva a una altura máxima de 115 ft. Con viento a favor de 10 mph la distancia recorrida aumenta a 432 ft y la altura se reduce un poco a 110 ft. Con el viento soplando en contra a 10 mph, la distancia se reduce a 357 ft pero la altura se incrementa a 120 ft. La física nos indica que la fuerza de arrastre, que se opone al movimiento, se incrementa con el viento en contra produciendo un elevado más alto y de menor extensión, mientras que dicha fuerza se reduce con el viento a favor y produce un elevado de menor altura, pero de mayor extensión.

La conclusión que puede sacarse de este análisis es significativa. En el caso de brisa suave de 10 mph, viento común en los estadios de la MLB, la pelota puede recorrer 35 ft (10,7 m) más de distancia con viento a favor, o 40 ft (12,2 m) menos con viento en contra. Esto significa que un profundo elevado de 380 ft puede convertirse en un jonrón de 415 ft si tiene un viento a favor de 10 mph, o puede convertirse en un fácil *out* de 340 ft si el mismo viento está soplando en contra.

Si en lugar de una brisa suave tenemos una brisa fuerte a favor de 20 mph la distancia se incrementa a 462 ft, es decir aumenta su recorrido en 65 ft (16% mayor). En el caso extremo de que ocurra una ráfaga de viento de 40 mph a favor en el momento del batazo, la bola recorrería 112 ft adicionales (28% mayor) para alcanzar una distancia de 509 ft, es decir se convertiría en un gigantesco jonrón de más de 500 ft como ha ocurrido muy pocas veces en la MLB (ver Cap. 4.8 y 4.11).

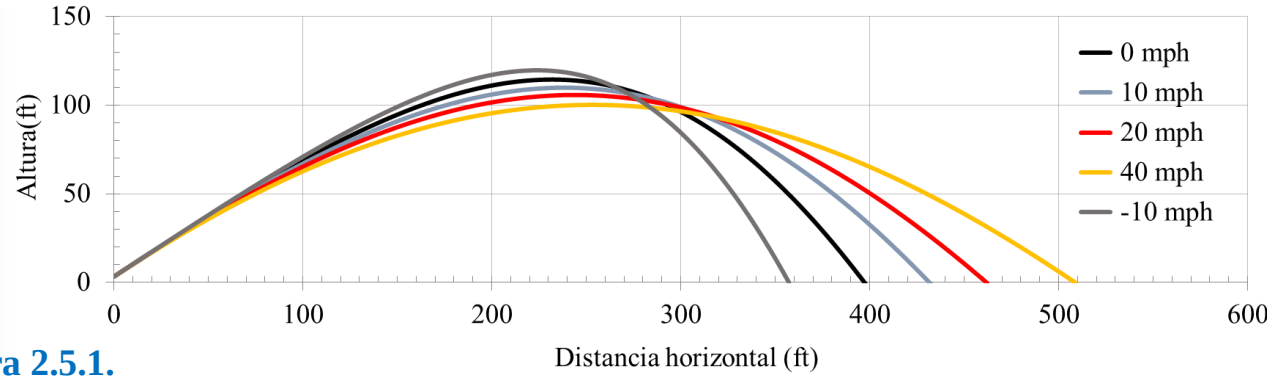


Figura 2.5.1.

Trayectorias de una pelota bateada para diferentes valores de rapidez del viento: sin viento (0 mph), viento a favor de 10 mph, 20 mph y 40 mph, y viento en contra de -10 mph. En todos los casos la bola sale a 100 mph con un ángulo vertical de 35° y rapidez de rotación de 2.000 rpm.

2.6 Influencia del viento en el estadio de los Tiburones de la Guaira

El estadio de los Tiburones de La Guaira fue inaugurado en noviembre del año 2020 y por su orientación con respecto al norte geográfico y su ubicación en una zona costera donde predominan los vientos, es un buen sitio para analizar y cuantificar los efectos favorables o desfavorables del viento en los largos batazos a los jardines (Figura 2.6.1). La velocidad media del viento en el nuevo estadio es aproximadamente 2 veces mayor que en el estadio Universitario de Caracas, antigua sede de Los Tiburones.

a. Características del estadio

El estadio de los Tiburones de la Guaira, equipo que forma parte de la Liga Venezolana de Béisbol Profesional (LVBP) está ubicado en las cercanías de la población de Macuto a unos 23 m de la línea costera del mar y a una elevación de 3 metros sobre el nivel del mar (Figura 2.6.2). La línea que une el punto más alejado del plato con el centro del montículo y con la segunda base casi coincide con el norte geográfico, estando desplazada 2º hacia el Este. Las dimensiones del campo

de juego son 337 ft (102,7 m) medidos tanto por la línea de *foul* del jardín izquierdo como por la del jardín derecho, y 400 ft (121,9 m) por la línea medida desde el plato a lo más profundo del jardín central. La tribuna central se extiende hacia ambos lados de las líneas de *foul* de los jardines y tiene una altura estimada de 12 m. Los jardines terminan con una cerca de aproximadamente 2 m de altura.

Figura 2.6.1.

Vista panorámica del estadio de los Tiburones de La Guaira en la zona costera de Macuto (Fuente: @dronelaguaira).

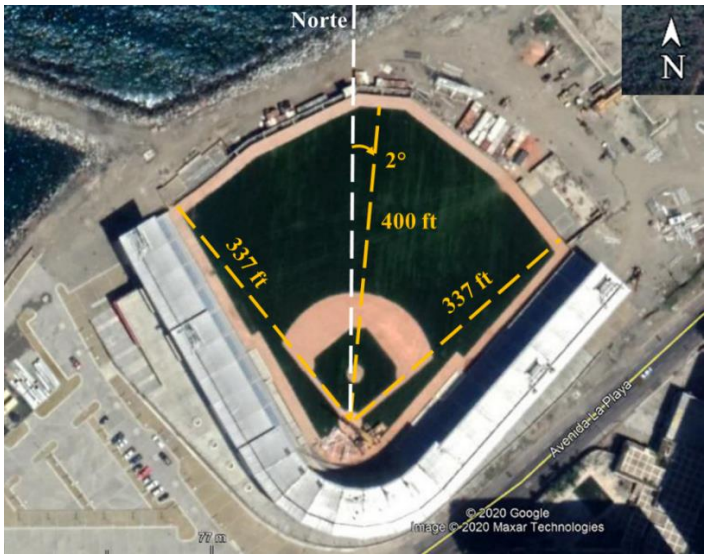


Figura 2.6.2.

Vista satelital mostrando la ubicación y dimensiones del estadio de los Tiburones y la orientación del mismo en relación al norte geográfico (imagen de Google Earth).

b. Características de los vientos

Toda la zona litoral está sujeta a vientos provenientes del noreste (vientos alisios), con una dirección predominante que oscila generalmente entre 70º y 100º NE, donde los grados están medidos con respecto al Norte en sentido horario (Windfinder, 2020). La velocidad promedio de los vientos durante los meses de noviembre, diciembre y enero, que es cuando se juega la LVBP, es de 14 km/h (9 mph) (Weather Spark, 2020). El rango de valores oscila entre 7 km/h (4,3 mph) y

17 km/h (10,5 mph), correspondientes a los percentiles 10 y 90, respectivamente. La Figura 2.6.3 muestra un mapa de la dirección y magnitud de los vientos el día 15/12/2020 con velocidad de 10 mph y dirección 71° ENE. Nótese que la dirección de incidencia del viento se opone a los batazos que vayan al jardín derecho y empuja ligeramente, favoreciendo, a los que vayan al jardín izquierdo.

Figura 2.6.3. Mapa de la zona donde se ubica el estadio de los Tiburones mostrando en flechas grises el campo de flujo del viento típico viniendo del noreste el 15/12/2020 (Windfinder, 2020).

c. Efecto del viento en los grandes batazos a los jardines

Con esta información nos proponemos determinar las distancias que recorrerían los elevados hacia los jardines derecho e izquierdo sujetos a la influencia del viento. Se suponen valores iniciales típicos para la salida de la pelota en el caso de largos batazos: velocidad inicial variando entre 90 y 93 mph, ángulo vertical de 30º y rotación hacia atrás de 1.800 rpm. Adicionalmente, adoptando unas condiciones climáticas promedio de 30º de temperatura y 60% de humedad relativa, se obtiene una densidad del aire de 1,155 kg/m^3.

Por otro lado, hay que tomar en cuenta que el viento actúa solamente a una elevación por encima de 12 m sobre el terreno de juego, ya que esta es la altura que tiene la tribuna. Es decir, se supone que la parte de la tribuna que se extiende por la línea de *foul* del jardín derecho, actúa como una barrera impidiendo la acción del viento para trayectorias de la pelota por debajo de 12 m.

Con estos datos de entrada, se ejecuta el modelo matemático de simulación para determinar y comparar las trayectorias de elevados bateados hacia el sector derecho del jardín derecho ($\alpha = 35º$) y hacia el sector izquierdo del jardín izquierdo ($\alpha = -35º$), siendo α el ángulo horizontal que forma la dirección de la trayectoria de la pelota medido a partir de la línea que une el plato con la segunda

base (positivo en el sentido de las agujas del reloj). La distancia del plato hasta la cerca en ese sitio es de 344 ft, en ambos sectores, dada la simetría del estadio. Notar que esta distancia de 344 ft es algo mayor que la distancia de 337 ft a lo largo de la línea de *foul*.

La Figura 2.6.4 muestra la trayectoria de la bola bateada en un elevado hacia el jardín izquierdo con velocidad inicial de 92 mph, para un escenario de viento con velocidad de 9 mph y dirección 90°E, es decir viniendo del Este. En la misma figura se graficó la trayectoria de la bola si fuese bateada hacia el jardín derecho, con la misma velocidad inicial. El viento favorece al elevado por el jardín izquierdo y la bola pasa sobre la cerca saliendo de jonrón, alcanzando una distancia horizontal de 364 ft. Por el contrario, el viento frena el recorrido de la pelota bateada hacia el jardín derecho y la bola recorre solamente 344 ft, pudiendo ser atrapada en la zona de seguridad al pie de la cerca. Nótese que la ganancia en distancia por efecto del viento es de 20 ft (6,1 m).

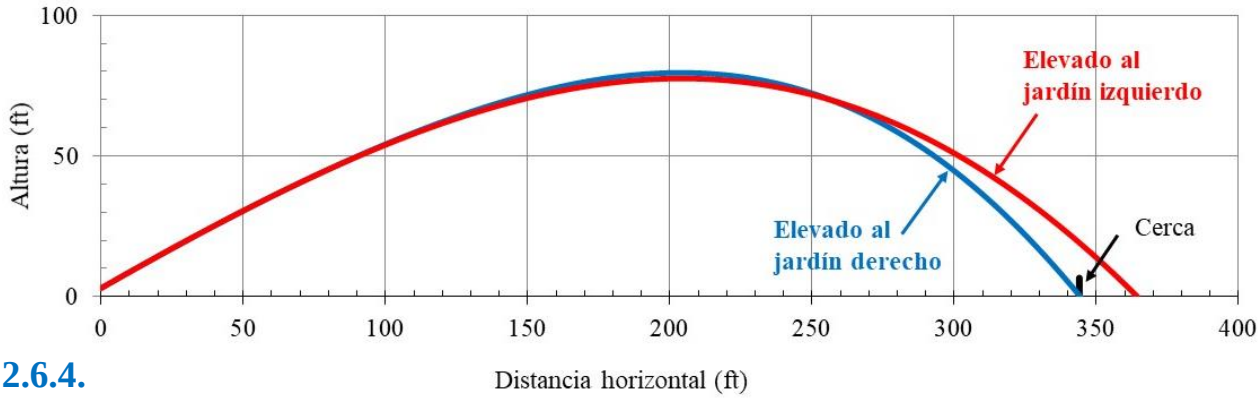


Figura 2.6.4.

Trayectoria en plano vertical de una pelota bateada hacia el jardín derecho y hacia el jardín izquierdo, saliendo ambas con la misma velocidad inicial de 92 mph bajo la influencia de un viento promedio (Escenario 2) en el estadio de los Tiburones de La Guaira.

Se muestran en la Tabla 2.6.1 los resultados del cálculo para tres escenarios de viento, con diferentes ángulos de incidencia de 70°, 90° y 100°. Para cada escenario, se consideran dos tipos de elevados, uno con menor velocidad de salida y otro con mayor velocidad de salida de la pelota. Las velocidades de salida fueron seleccionadas de la siguiente manera: para el jardín izquierdo, la menor velocidad es la que produce un elevado donde la bola justo excede la altura de la cerca; para el jardín derecho, la mayor velocidad es la que produce un elevado donde la bola llega hasta la cerca, pero se mantiene dentro del campo.

Tabla 2.6.1. Distancia recorrida por diferentes elevados al jardín derecho y al jardín izquierdo bajo tres diferentes escenarios de viento en el estadio de los Tiburones. La flecha en cada escenario indica la dirección del viento. Los valores D sombreados son jonrones. Los no sombreados se quedan dentro del campo.

Escenario de viento		**Tipo de Elevado**	**Velocidad de salida V_0**	**Dirección del elevado**		**Viento**			**Distancia a la Cerca**	**Distancia recorrida**
				Jardín	**α_0**	**V_v**	**α_{wf}**	**α_v**		**D**
Nº	**Dirección**		mph		grados	mph	grados	grados	ft	ft
1	70° ENE	Menor velocidad	91	Derecho	35°	9	70°	248°	344	335
				Izquierdo	-35°	9	70°	248°	344	353
		Mayor velocidad	93	Derecho	35°	9	70°	248°	344	344
				Izquierdo	-35°	9	70°	248°	344	365
2	90° E	Menor velocidad	90	Derecho	35°	9	90°	268°	344	334
				Izquierdo	-35°	9	90°	268°	344	353
		Mayor velocidad	92	Derecho	35°	9	90°	268°	344	344
				Izquierdo	-35°	9	90°	268°	344	364
3	100° E	Menor velocidad	90	Derecho	35°	9	100°	278°	344	336
				Izquierdo	-35°	9	100°	278°	344	355
		Mayor velocidad	92	Derecho	35°	9	100°	278°	344	344
				Izquierdo	-35°	9	100°	278°	344	367

Los parámetros que se muestran en la Tabla 2.6.1 son los siguientes:

- V_0 es la velocidad de salida de la pelota
- V_v es la velocidad del viento
- α_0 es el ángulo horizontal de salida de la pelota
- α_{wf} es el ángulo de orientación del viento (respecto al Norte)
- α_v es el ángulo del viento en el sistema de coordenadas del modelo, el cual viene dado por: $\alpha_v = \alpha_{wf} + 180^o - 2^o$
- D es la distancia recorrida, medida desde el plato hasta el punto de llegada al terreno.

Los resultados mostrados en la Tabla 2.6.1 destacan que todos los seis elevados al jardín izquierdo son jonrones (valores sombreados en la tabla) y todos los seis elevados al jardín derecho se quedan

dentro del campo, aun cuando la velocidad inicial es la misma para los batazos dirigidos al jardín izquierdo o al jardín derecho, es decir el bateador empleó la misma fuerza y energía en ambos casos.

Nótese el efecto importante del viento, aun cuando solamente actúa por encima de la barrera que representa la estructura del estadio de 39 ft (12 m). La altura a la cual sube las pelotas en los elevados a los jardines es hasta los 80 ft (ver Figura 2.6.4) lo que permite el desarrollo de la acción del viento.

La Figura 2.6.5 muestra las diversas trayectorias de los elevados conectados hacia el jardín derecho y el jardín izquierdo para diferentes velocidades de salida de la pelota entre 91 y 93 mph, los cuales se presentaron en la Tabla 2.6.1, para el Escenario de Viento N° 2. La franja azul contiene todos los elevados posibles al jardín derecho y la franja roja los elevados posibles al jardín izquierdo. Se observa que todos los elevados hacia el jardín derecho se quedan en el terreno de juego, mientras que los elevados dirigidos hacia el jardín izquierdo con las mismas condiciones iniciales de velocidad y ángulo de despegue, sobrepasan la cerca y se salen de jonrón.

d. Conclusiones

La conclusión de este análisis es que el viento favorece significativamente los batazos de elevados dirigidos hacia el jardín izquierdo, donde la pelota puede recorrer en promedio unos 19 ft (6 m) más que los elevados dirigidos hacia el jardín derecho. Esto favorece indudablemente a los bateadores derechos sobre los zurdos cuando se desea dar un gran batazo. La directiva de los Tiburones de La Guaira debe estar consciente de la conveniencia de preferir contratar un bateador derecho de poder en lugar de uno zurdo, suponiendo igualdad de otras condiciones, para aprovechar esta característica particular del estadio de La Guaira.

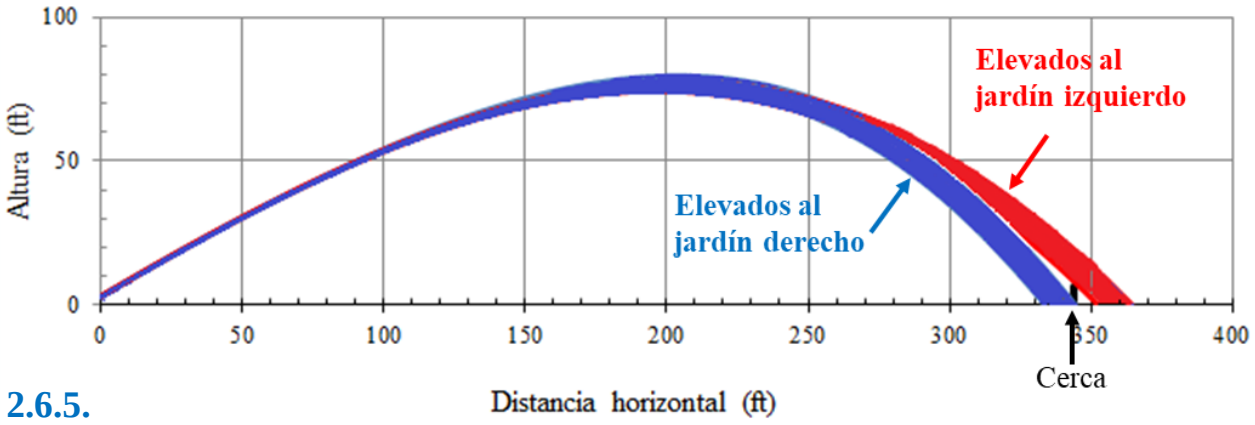


Figura 2.6.5. Todos los elevados conectados hacia el jardín derecho, representados por la franja en color azul, se quedan en el campo, pero los conectados al jardín izquierdo (franja en color rojo) son jonrones, para las mismas velocidades de salida de la pelota, con el escenario de viento Nº 2. La cerca se indica en color negro, a 344 ft del plato.

2.7 Influencia de la velocidad de salida

Como es de suponer la rapidez con que sale despedida la pelota después de hacer contacto con el bate, tiene una gran influencia en la distancia recorrida. Hay que hacer notar que la rapidez máxima de salida de una pelota bateada por un jugador de gran potencia, está cercana a 120 mph. El mayor valor medido entre los años 2015 a 2018 en la MLB es de 121,7 mph, un jonrón de Giancarlo Stanton de 449 ft el 09/08/2018. Como un ejercicio numérico usamos el modelo matemático para simular las trayectorias de diferentes pelotas bateadas con rapideces de salida entre dos valores extremos de 80 y 130 mph, aun cuando este último valor nunca ha sido registrado. En todos los casos se supone una altura inicial de impacto de 3 ft (0,914 m), un ángulo de salida de 35°, una rapidez de rotación hacia atrás de 2.000 rpm sin rotación de lado y sin viento y una densidad del aire de 1,225 kg/m^3, típica de un estadio a nivel del mar. Se supone que la pelota mantiene su rapidez rotacional sin decaer ($\kappa = 0$).

Los resultados se muestran en la Figura 2.7.1. La pelota recorre 286 ft si sale a 80 mph pero aumenta a 527 ft si sale a 130 mph. La diferencia en distancia recorrida es de 241 ft (74 m), una diferencia enorme, que convertiría un elevado a los jardines fácil de atrapar en un jonrón descomunal. Se puede anticipar que la rapidez de salida de la pelota es el parámetro fundamental para alcanzar grandes batazos. Son los jugadores más grandes y más fuertes los que están en mejores condiciones para producir una gran rapidez de salida.

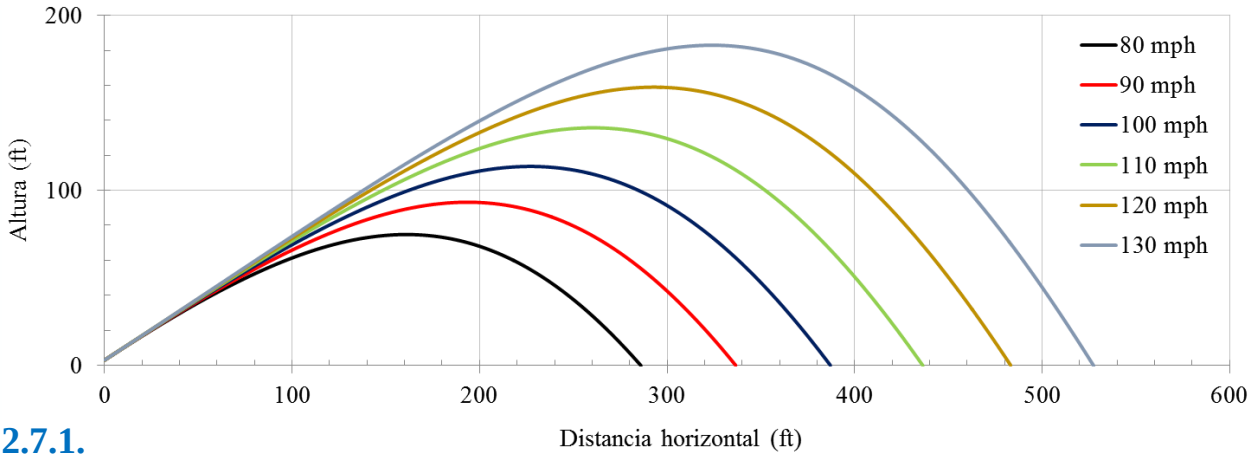


Figura 2.7.1. Trayectoria de la pelota para diferentes rapideces de salida, suponiendo un ángulo de salida de 35° y una rapidez de rotación hacia atrás de 2.000 rpm (*backspin*) sin rotación de lado y sin viento, en un estadio a nivel del mar.

La velocidad de salida de la pelota es función de la velocidad del bate la cual depende de la potencia del bateador, de la velocidad del lanzamiento del pitcher y de las características de elasticidad de la bola y el bate. Esto será discutido más adelante en el Cap. 4.

2.8 Influencia de la altura de impacto

La altura de impacto de la pelota (h_0) es la distancia vertical medida desde el plato hasta el punto donde el bate hace contacto con la pelota (Figura 1.2.1). Para cuantificar la influencia de esta variable en la distancia recorrida por la pelota en el caso de grandes batazos, analizamos tres escenarios. Un primer caso donde suponemos que el bateador golpea una bola en la parte baja de la zona de *strike*, a 2 ft (0,61 m) sobre el plato. Un segundo caso donde el contacto es en el centro

de la zona de *strike* para un bateador de estatura promedio, a 3 ft sobre el plato, y un tercer caso donde el bateador golpea una bola alta a 4 ft (1,22 m) sobre el plato. Los tres casos se analizan para una rapidez de salida de 110 mph, ángulo de 35°, rapidez de rotación hacia atrás de 2.000 rpm, sin rotación de lado y sin viento, y densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3. Se supone que la pelota mantiene su rapidez rotacional sin decaer ($\kappa = 0$). Los parámetros seleccionados de rapidez y ángulo de salida conducen a grandes batazos, usualmente jonrones.

Las trayectorias resultantes para cada caso se muestran en la Figura 2.8.1. La altura de impacto influye solo ligeramente en la trayectoria y las distancias recorridas son prácticamente las mismas. Usualmente los jonrones son conectados en pelotas ubicadas en el medio o en la parte alta de la zona de *strike*, ya que en esta zona es más fácil imprimirle un mayor efecto de rotación hacia atrás a la pelota lo que conduce a una mayor distancia recorrida (Ver Cap. 2.12). Debe tenerse presente que la altura de impacto puede tener una influencia mayor en la trayectoria de pelotas bateadas a corta distancia.

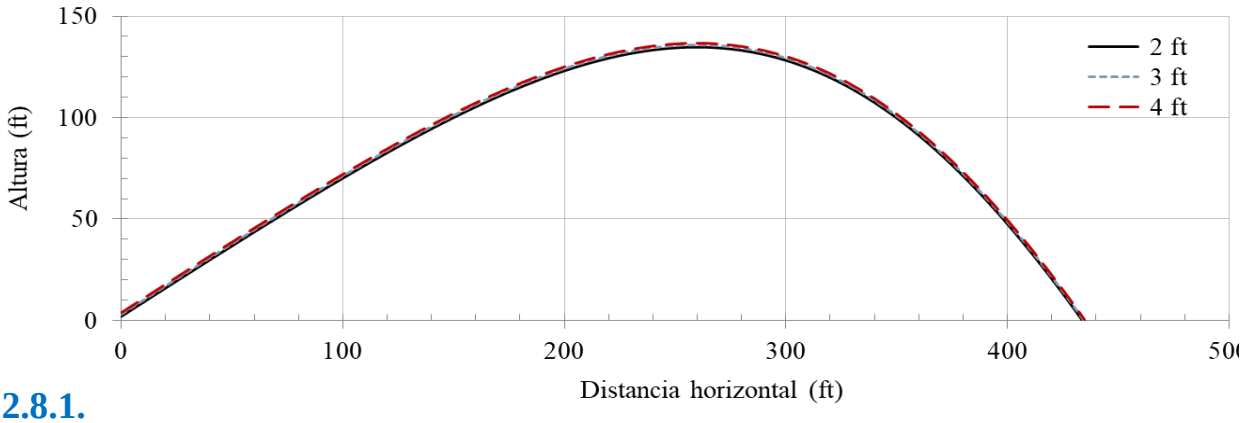


Figura 2.8.1.

Las trayectorias de la pelota son prácticamente iguales para tres diferentes alturas iniciales (h_0) de impacto de la bola, iguales a 2, 3 y 4 ft. Para todos los casos: rapidez de salida de 110 mph, ángulo de 35°, rapidez de rotación hacia atrás de 2.000 rpm sin rotación de lado, sin viento y densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3.

2.9 Influencia del ángulo de salida

El ángulo de salida θ_0 es el ángulo vertical con el cual sale despedida la pelota, medido con respecto a la dirección horizontal (Figura 1.2.1). En el Cap. 1.2 se señaló que en ausencia de aire un ángulo de salida de 45° conduciría a la mayor distancia horizontal posible de la pelota bateada. Pero la resistencia del aire y el efecto aerodinámico (Magnus) modifican esta observación inicial. La influencia del ángulo de salida (θ_0) en la trayectoria de la pelota se examina para el caso de pelotas bateadas con una altura inicial de impacto de 3 ft, rapidez de salida de 100 mph y rotación hacia atrás con 2.500 rpm sin rotación de lado y sin viento y sin decaimiento de la rapidez rotacional ($\kappa = 0$). Se supone una condición estándar de clima a nivel del mar con densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3.

Los resultados que se muestran en la Figura 2.9.1 indican que para $\theta_0 = 20^o$ la bola alcanza una altura máxima de 60 ft y recorre 392 ft. Al aumentar el ángulo de salida a 30º la pelota alcanza una mayor altura, 100 ft, y aumenta la distancia recorrida hasta 400 ft. Sin embargo, cuando el ángulo θ_0 aumenta a 40º la distancia que recorre la bola se reduce a 370 ft. El efecto es más marcado si θ_0

se sigue aumentando, por ejemplo, a 50º, donde se observa que alcanza una distancia de tan solo 313 ft. Se concluye que para ángulos de salida entre 20º y 30º la pelota llega más lejos, pero para ángulos más grandes (en el orden de 40º o mayores) la pelota aumenta su elevación, pero reduce la distancia horizontal alcanzada. Esto sugiere que debe haber un valor óptimo del ángulo θ_0 de salida para el cual la distancia recorrida sea máxima. Este punto es el que analizamos en la siguiente sección.

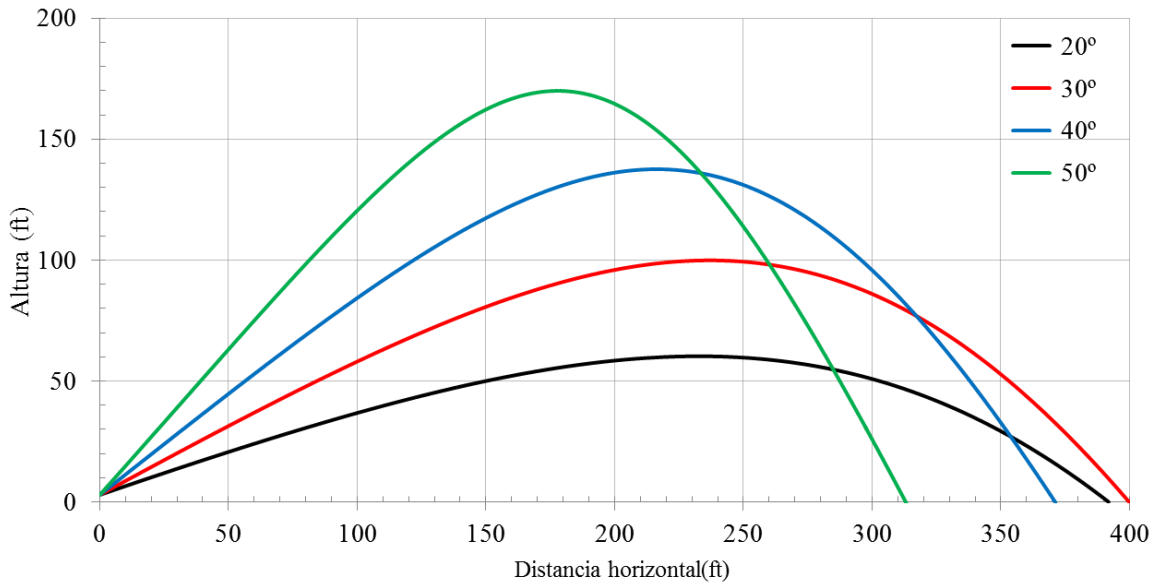


Figura 2.9.1.

Trayectorias de la pelota para diferentes ángulos de salida θ_0 variando entre 20º y 50º. En todos los casos la pelota sale con una rapidez de 100 mph rotando hacia atrás con 2.500 rpm en un estadio a nivel del mar.

2.10 ¿Cuál es el ángulo de salida que maximiza el recorrido de la pelota?

Para responder a esta interrogante examinamos la influencia del ángulo de salida (θ_0) en la distancia recorrida por la pelota, para cuatro diferentes valores de la rapidez de rotación hacia atrás (*backspin*): 0, 1.000, 2.000 y 3.000 rpm, tomando en cuenta que la máxima rapidez rotacional de los elevados hacia los jardines se estima que puede alcanzar hasta 3.500 rpm (Nathan, 2013). No se considera rotación de lado ni viento ni el decaimiento de la rapidez rotacional (κ=0).

Los resultados se grafican en la Figura 2.10.1, donde se muestran los valores obtenidos de distancia horizontal recorrida por la pelota en función del ángulo de salida y de la rapidez de rotación (ω). Los cálculos se realizan para una rapidez de salida de 100 mph, altura inicial de impacto de 3 ft y densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3, típica de un juego a nivel del mar. Lo primero que se observa es que cada curva tiene un máximo en la distancia que es diferente al de las demás curvas. El punto máximo de la curva suministra el ángulo óptimo que produce el mayor alcance de la pelota. Para ω = 0 rpm, la distancia máxima recorrida es de 349 ft y se produce para un ángulo de 38°. Para ω

= 3.000 rpm estos valores son de 25º y 411 ft. La Tabla 2.10.1 muestra el ángulo óptimo de salida y la distancia recorrida para los cuatro casos de la rapidez de rotación considerada.

Una primera conclusión de este análisis es que mayores rapideces de rotación requieren ángulos óptimos más pequeños para que la pelota alcance el máximo recorrido. Otra conclusión importante se deduce observando la Figura 2.10.1. Para ángulos mayores a aproximadamente 45º se disuelve el efecto beneficioso de la rotación hacia atrás. El incremento en la distancia debido al aumento en la rapidez rotacional ocurre solamente para ángulos menores de aproximadamente 45º, ya que para ángulos más grandes la distancia se reduce. Esta reducción se hace mayor a medida que aumenta la rapidez rotacional

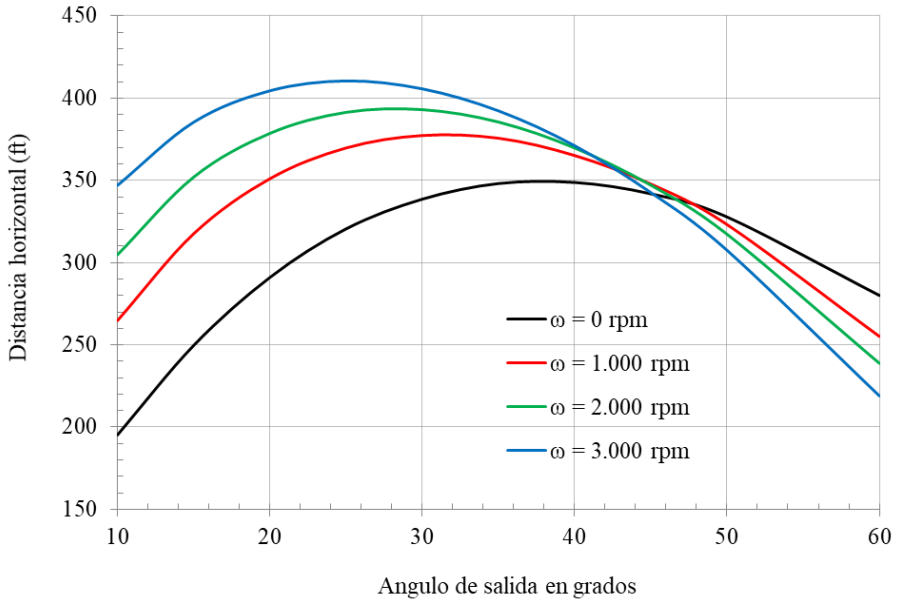


Figura 2.10.1.

Distancia recorrida por la pelota para diferentes ángulos de salida entre 10 y 60 grados y rapideces de rotación (ω) hacia atrás entre 0 y 3.000 rpm.

Tabla 2.10.1. Angulo de salida óptimo para producir el máximo recorrido, para cuatro valores de la rapidez de rotación hacia atrás con la misma rapidez de salida de 100 mph.

Rapidez de rotación ω (rpm)	**Angulo de salida óptimo** θ_0 (grados)	**Distancia recorrida** D (ft)
0	38	349
1.000	32	378
2.000	28	394
3.000	25	411

Para estimar el ángulo óptimo de salida asociado a los jonrones, debe tenerse presente que éstos están asociados a rapideces de rotación mayores a 1.000 rpm (Nathan, 2016) por lo que la Tabla 2.10.1 sugiere valores entre 25° y 32°. Estos resultados se confirman con las mediciones hechas por Statcast de los 50 jonrones más largos en la MLB el año 2018, las cuales indican un valor promedio de 26° con valores individuales variando entre 19° y 33°. Un examen de las temporadas de 2015 a 2017 muestra valores promedios similares, entre 26° y 27°, dentro del rango sugerido por los valores teóricos de la Tabla 2.10.1. La Figura 2.10.2 muestra el tipo de batazo que se produce según los diferentes valores que puede adoptar el ángulo vertical de salida θ_0 de la pelota. La zona óptima para conectar un jonrón (entre 25º y 32º) se señala sombreada.

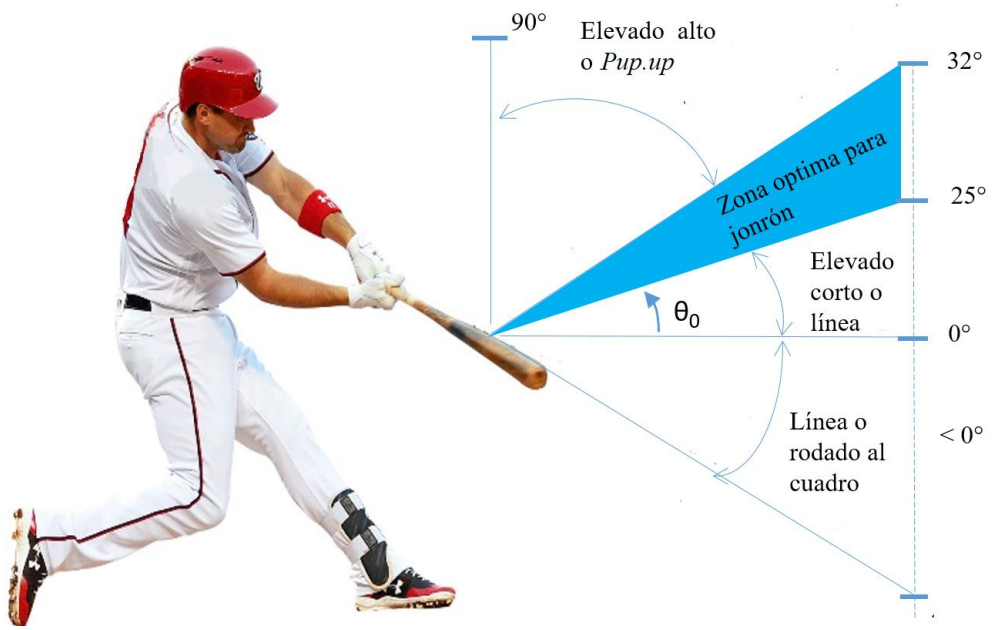


Figura 2.10.2.

Visualización del ángulo vertical de salida θ_0 de la pelota y tipo de batazo que produce. Para una velocidad de salida en el orden de 100 mph, la zona óptima para los batazos más largos se encuentra entre 25º y 32º. Valores menores que 0° indican línea al cuadro o un rodado.

2.11 Tipos de rotación que puede adquirir la pelota

La rapidez rotacional y el tipo y sentido de la rotación con que viaja la pelota, ya sea si esta sale despedida por el bate o lanzada por el *pitcher*, son otras variables importantes que condicionan la trayectoria de la misma.

Dependiendo de su eje de rotación, se pueden definir tres tipos de rotación de la pelota (Figura 2.11.1): 1) si la bola gira alrededor de un eje horizontal se puede tener una rotación hacia atrás (*backspin*) o una rotación hacia adelante (*topspin*); 2) si gira alrededor de un eje vertical se denomina rotación de lado (*sidespin*), pudiendo ser en sentido horario o anti-horario, en donde este sentido se define desde el punto de vista de una persona viendo el campo de juego desde arriba; y 3) si el eje de rotación coincide con la dirección del movimiento de la pelota, se define como rotación de tirabuzón (*gyrospin*), con sus dos sentidos posibles. Muy pocas veces, el eje en que gira la pelota es estrictamente horizontal o vertical, ya que en la mayoría de los casos tiene una cierta inclinación, por lo que durante su movimiento la pelota tendrá las tres rotaciones actuando simultáneamente. Estos efectos de rotación son bien conocidas por los jugadores de tenis y tenis de

mesa, quienes los imprimen con sus raquetas para atacar (*topspin*) o para defender (*backspin*). Ellos saben que la pelota con rotación hacia adelante cae más rápidamente mientras que la pelota con rotación hacia atrás tarda más en caer. La rotación de tirabuzón es típica del *football* estadounidense, donde la bola lanzada por el mariscal de campo (*quarterback*) gira en espiral en torno a un eje que coincide con la dirección del desplazamiento; también ésta es una característica del movimiento de las balas disparadas por rifles, pistolas y cañones, cuyo movimiento rotatorio ayuda a la estabilidad de sus trayectorias. El lanzador de béisbol imprime estos efectos de rotación hacia atrás, hacia adelante y de lado para engañar al bateador, pero no imprime rotación de tirabuzón porque ésta no modifica la trayectoria de la pelota.

a) Rotación hacia adelante o hacia atrás

b) Rotación de lado

c) Rotación de tirabuzón

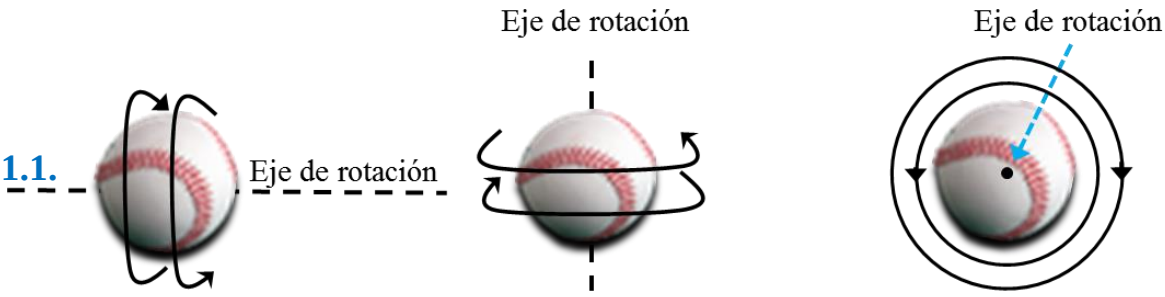


Figura 2.11.1. Tipos de rotación que puede adquirir una pelota en movimiento. Se describe en este caso la bola al salir despedida por el bate, vista desde la perspectiva del bateador. Se identifican tres ejes de rotación: a) eje horizontal, b) eje vertical y c) eje perpendicular al plano del papel. En cada eje se dibujan los dos sentidos posibles de la rotación.

2.12 Variación en el tiempo de las componentes rotacionales

Cuando el bate golpea a la pelota le puede imprimir solo dos tipos de rotación: 1) rotación hacia atrás (*backspi*n) o hacia adelante (*topspin*) y 2) rotación de lado (*sidespin*). La contribución de cada una dependerá del sitio de contacto bate-pelota y del instante del impacto (ver Cap. 4.5). Se supone que no hay contribución de la rotación de tirabuzón (*gyrospin*). Si la pelota es golpeada con solo rotación hacia atrás (o hacia adelante) sin rotación de lado, la trayectoria de la pelota se mantendrá en un plano vertical sin salirse del mismo, obviamente en ausencia de viento lateral, manteniendo su rapidez rotacional en el tiempo de vuelo (siempre que despreciemos el pequeño decaimiento que pudiese tener). Adicionalmente, el vector velocidad traslacional y el vector velocidad rotacional (perpendicular al plano de la trayectoria) mantendrían un ángulo de 90° entre sí durante todo el tiempo de vuelo (Figura 1.1.1). Sin embargo, si la pelota es golpeada con algo de rotación de lado, su trayectoria no se mantendrá en un plano vertical y se desviará del mismo lo que trae como consecuencia una variación de las rapideces de las componentes rotacionales durante el vuelo; en este caso, los vectores velocidad traslacional y velocidad rotacional ya no se mantienen perpendiculares entre sí.

La variación en el tiempo de las rapideces rotacionales se muestra en la Figura 2.12.1 para el caso de un batazo donde a la pelota se le imprimió una rapidez rotacional inicial hacia atrás de ω_b = 830 rpm y un valor similar de rotación de lado de ω_s = 820 rpm, con ω_g =0. Se trata del elevado bateado por Kris Bryant en el Dodger Stadium, en octubre 20, 2016, el cual fue analizado en el Cap. 1.6. La variación temporal de ω y sus tres componentes ω_b, ω_s y ω_g se calcularon con la Ecuación D.9

del Anexo D y sus valores absolutos se muestran en la Figura 2.12.1. Se usó un factor de decaimiento rotacional de κ=0,98 (Ecuación 1.4.6).

Se aprecia una reducción gradual en ω_b y ω_s la cual se compensa por el incremento en ω_g durante los dos primeros segundos del vuelo, significando que parte del *backspin* y del *sidespin* están siendo convertidos en *gyrospin*. Una declinación más pronunciada en ω_s comienza a desarrollarse después que la bola alcanza su altura máxima en el tiempo de 1,87 sg. Sorprendentemente, la componente *gyrospin* de la velocidad rotacional es mayor que las componentes del *backspi*n y del *sidespin* al final del vuelo de la bola. El vector velocidad traslacional ya no es perpendicular al vector de la velocidad rotacional como fuese al inicio del batazo y el ángulo entre ellos (Ecuación D.11) evoluciona de un valor inicial de 90º a un valor de 44º al final de la trayectoria en un tiempo de 3,96 sg. La ligera reducción que se observa en ω es debida al factor de decaimiento rotacional (κ=0,98) usado en los cálculos.

a) Módulo y componentes del vector velocidad rotacional (valores absolutos).

b) Ángulo entre los vectores $\vec{V}$ y $\vec{\omega}$.

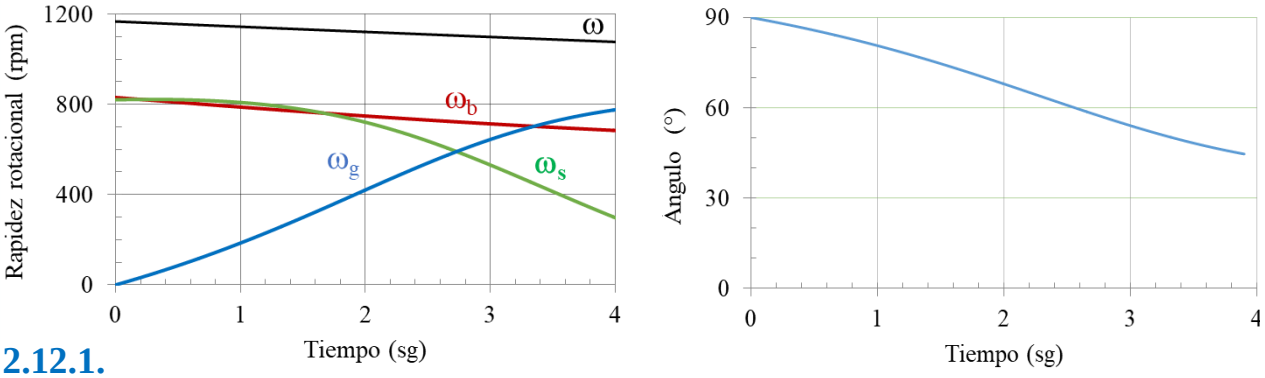


Figura 2.12.1.

Variación con el tiempo del módulo (ω) y las componentes (ω_b , ω_s , ω_g) de la velocidad de rotación y del ángulo entre los vectores velocidad traslacional y velocidad rotacional.

2.13 Influencia de la rotación hacia atrás (*backspin*) o hacia adelante (*topspin*)

El tipo de rotación de eje horizontal (Figura 2.11.1) depende de si la pelota es golpeada por debajo o por encima de su centro de masa. Si el punto de impacto es unos pocos milímetros por debajo de su centro de masa, se produce una rotación hacia atrás con su consecuente fuerza de Magnus hacia arriba, y si es por encima se produce una rotación hacia adelante con su consecuente fuerza de Magnus hacia abajo. Para cuantificar su influencia aplicamos el modelo matemático para analizar el caso de pelotas bateadas hacia los jardines con rotación hacia atrás. Estudios de Nathan (2013) han demostrado que las rapideces de rotación de pelotas bateadas de jonrón están en un rango entre 650 rpm y 3.500 rpm. En consecuencia, usamos el modelo para reproducir los casos de una pelota bateada sin rotación y otras bateadas con valores de 1.000, 2.000 y 3.000 rpm. En todos los casos se considera que no hay viento ni rotación de lado y se tienen las mismas condiciones iniciales de rapidez de salida de 100 mph, ángulo vertical inicial de 30°, altura de impacto de 3 ft y densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3. Se desprecia el decaimiento de la rapidez rotacional (κ=0).

Los resultados se presentan en la Figura 2.13.1. Sin rapidez de rotación (ω = 0), la pelota no tiene la ayuda de la fuerza de Magnus y se eleva tan solo a 65 ft con un recorrido total de 339 ft. Cuando el bateador golpea la pelota un poco por debajo del centro de masa y le imprime una rapidez de

1.000 rpm con rotación hacia atrás, la bola se eleva a una altura máxima de 84 ft finalizando con una distancia horizontal de 376 ft. Estos valores de altura y distancia se incrementan respectivamente a 94 ft y 393 ft para una rapidez rotacional de 2.000 rpm, y a 106 ft y 406 ft para una de 3.000 rpm. La diferencia es notable. La fuerza de Magnus incrementa el recorrido en 67 ft (20 m) si la bola sale con una rapidez de 3.000 rpm en comparación con la que sale despedida sin rotación. Esta puede ser la diferencia entre un fácil *out* en los jardines y un jonrón.

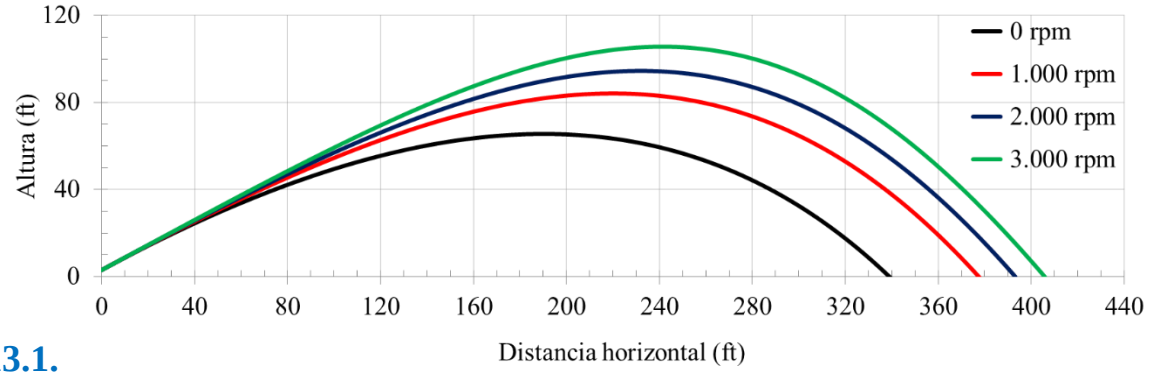


Figura 2.13.1.

Trayectoria de un elevado a los jardines para 4 valores de la rapidez de rotación hacia atrás: 0 (sin rotación), 1.000, 2.000 y 3.000 rpm. Rapidez inicial de 100 mph y ángulo de 30°.

¿Qué sucedería si la bola es golpeada ligeramente por arriba del centro de masa y sale despedida con un efecto de rotación hacia adelante (*topspin*)? La Figura 2.13.2 ilustra este caso comparando las trayectorias con sentidos distintos de rotación, para las mismas condiciones iniciales y climáticas del ejemplo anterior. Las diferencias son enormes. La bola rotando a 2.000 rpm viaja tan solo 278 ft y se eleva a 48 ft cuando lleva rotación hacia adelante en comparación con 393 ft y 94 ft con rotación hacia atrás. Es decir, la diferencia entre imprimirle a la pelota una rotación hacia atrás o hacia adelante se traduce en este caso en 115 ft (35 m) menos de distancia recorrida y 46 ft (14 m) menos de altura alcanzada. La rotación hace adelante produce una fuerza de Magnus hacia abajo que recorta apreciablemente la trayectoria de la pelota.

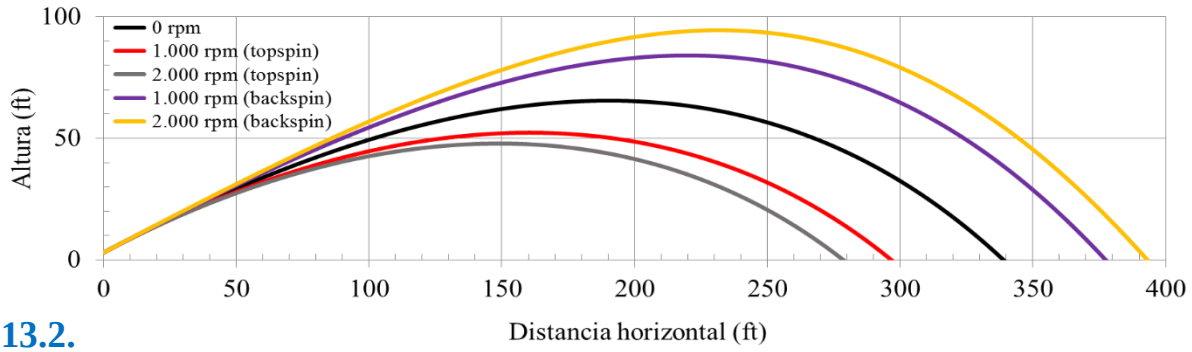


Figura 2.13.2.

Influencia del sentido de rotación de la pelota en la trayectoria de un elevado, para las mismas condiciones iniciales de rapidez de 100 mph y ángulo de 30°. Las dos curvas inferiores corresponden a una rotación hacia adelante (*topspin*). Las dos curvas superiores corresponden a una rotación hacia atrás (*backspin*). La curva intermedia es sin rotación.

En realidad, los elevados con rotación hacia adelante son difíciles de generar por lo que son poco frecuentes en el béisbol. Estos batazos se suelen generar para ángulos pequeños de salida de la pelota, tales como 10 o 15 grados, lo cual significa que la pelota sale de línea y no en elevado. Para

que la pelota salga con rotación hacia adelante debe ser golpeada en un punto ligeramente por encima de su centro. Si la pelota es golpeada demasiado arriba de su centro, saldrá un rodado. La Figura 2.13.3 ilustra el caso de una pelota bateada con rotación hacia adelante con un ángulo de salida de 10º, describiendo una trayectoria corta de línea hacia los jardines. El resto de las condiciones iniciales y de clima son iguales al ejemplo previo. Si la pelota sale sin rotación (ω=0) la distancia recorrida es 196 ft, mientras que con una rotación de 2.000 rpm la trayectoria se recorta a 136 ft. En los primeros 40 ft de recorrido, la diferencia entre las trayectorias es casi imperceptible, pero en los siguientes 100 ft la rotación hacia adelante hace que la pelota adopte el conocido efecto de hundimiento que confunde frecuentemente a los jardineros, reduciendo la altura en 5 ft (1,50 m) y la distancia recorrida en 60 ft (18 m) en relación a la pelota sin rotación.

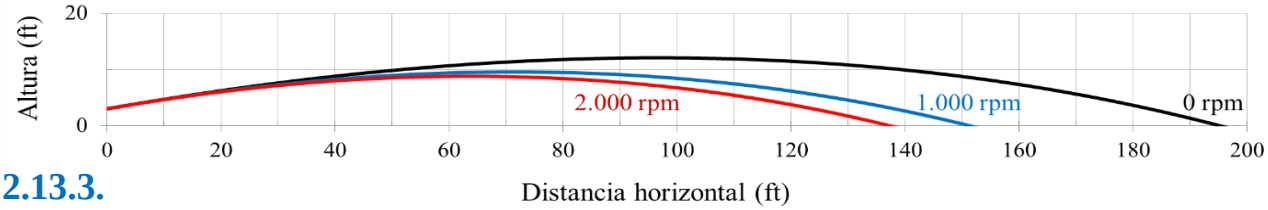


Figura 2.13.3.

Trayectoria de un batazo en línea corta a los jardines para 3 valores de la rapidez de rotación hacia adelante: 0 (sin rotación), 1.000 y 2.000 rpm. Rapidez inicial de 100 mph y ángulo de 10°.

2.14 Influencia de la rotación de lado (*sidespin*)

En la sección anterior hemos analizado el efecto de la rotación hacia atrás (*backspin*) y de la rotación hacia adelante (*topspin*) en el recorrido de la pelota bateada. Hemos destacado que la rotación hacia atrás mantiene la bola más tiempo en el aire, haciendo que recorra una distancia mayor, siendo esto típico de los elevados a los jardines, mientras que la rotación hace adelante produce una caída pronunciada que recorta apreciablemente la trayectoria de la pelota y conduce a líneas cortas o rodados al cuadro.

Adicionalmente, existe un tercer efecto que consiste en la rotación de lado (*sidespin*) de la pelota bateada. La pelota rota sobre un eje vertical (Figura 2.11.1.b) y produce una fuerza de Magnus lateral que hace que la bola desarrolle una curva en el plano horizontal, pudiendo rotar en sentido horario o anti-horario. Cuando analicemos el arte del bateo, en el Cap. 4, notaremos que, en la mayoría de los casos, estos efectos causados por el bate al hacer contacto con la bola no ocurren aisladamente, sino que ocurren en conjunto. Es decir, una pelota bateada con rotación hacia atrás o hacia adelante va acompañada casi siempre de una cierta cantidad de rotación de lado.

Para cuantificar y mostrar el efecto de la rotación de lado, usamos el modelo matemático para reproducir trayectorias de pelotas bateadas con diferentes rapideces de rotación. Suponemos en todos los casos que la bola es bateada hacia el jardín central, rotando en sentido horario, es decir hacia el jardín derecho, con una rapidez de salida de 100 mph, ángulo vertical de despegue de 30º y rapidez de rotación (ω) de 3.000 rpm, con una densidad del aire de 1,225 kg/m^3 y una altura inicial de 3 ft. Consideramos tres casos en donde la componente de ω asociada a la rotación de lado (ω_s) adopta valores de 0 rpm, 1.000 rpm y 2.000 rpm. Por consiguiente, los correspondientes valores de rotación hacia atrás (ω_b) son iguales a 3.000 rpm, 2.828 rpm y 2.236 rpm, respectivamente,

suponiendo que se mantiene constante la rapidez rotacional ω (módulo del vector velocidad rotacional)[7].

Los resultados se muestran en las figuras 2.14.1, 2.14.2 y en la Tabla 2.14.1. Para ilustrar mejor la trayectoria de la bola en el plano horizontal x-y (planta), se han dibujado los contornos de un estadio arbitrario suponiendo unas distancias de 328 ft, 400 ft y 328 ft hasta las cercas del jardín derecho, central e izquierdo, respectivamente (Figura 2.14.1). La bola bateada hacia el jardín central con una rotación de lado de 1.000 rpm curvea hacia el jardín derecho y termina casi pegada al extremo derecho de la barda del jardín central, después de recorrer 400,9 ft en 5,87 sg. Si la rotación de lado aumenta a 2.000 rpm, la bola aumenta su curvatura y recorre una distancia menor, igual a 382,5 en 5,31 sg, debido a que al aumentar la rapidez de lado se reduce la rapidez hacia atrás, para mantener el mismo módulo del vector velocidad rotacional de 3.000 rpm. Si no hay rotación lateral ($\omega_s = 0$) la bola sigue una trayectoria recta (en planta) hacia el jardín central tal como se aprecia en la Figura 2.14.1, y recorre una distancia mayor, igual a 406,8 ft en 6,05 sg (Figura 2.14.2) debido al efecto favorable de la pura rotación hacia atrás, la cual aumenta la fuerza de Magnus y la distancia recorrida, pudiendo salirse de jonrón, dependiendo de la altura de la cerca. Las trayectorias mostradas en el plano vertical de la Figura 2.14.2 destacan la disminución en la distancia horizontal recorrida cuando aumenta la rapidez rotacional de lado (ω_s) debido a la disminución de la rapidez hacia atrás. La distancia horizontal recorrida (Figura 2.14.2) es determinada por el teorema de Pitágoras a partir de los valores calculados de las coordenadas (x, y) que describen el movimiento de la pelota en el plano horizontal (Figura 2.14.1).

La Tabla 2.14.1 muestra también el valor del ángulo horizontal de salida β_0, y de llegada β_f. Este ángulo se mide desde la línea que une el plato con la segunda base, siendo positivo hacia el jardín derecho y negativo hacia el jardín izquierdo. El ángulo β_0 es igual a cero en los tres casos, ya que la bola es bateada hacia el jardín central. El ángulo final es de 7,6° cuando ω_s= 1.000 rpm y aumenta a 13,9° cuando ω_s se incrementa a 2.000 rpm, indicando una mayor curvatura y desplazamiento lateral de la pelota.

Tabla 2.14.1. Parámetros de las tres trayectorias mostradas en las figuras 2.14.1 y 2.14.2 para diferentes valores de la rapidez rotacional de lado (ω_s), en donde (x_f, y_f) son las coordenadas de la pelota al final de su trayectoria, D es la distancia recorrida, t_D es el tiempo de vuelo, β_0 es el ángulo (horizontal) inicial de salida y β_f el ángulo final de llegada.

ω_s	ω_b	x_f	y_f	D	t_D	β_0	β_f
rpm	rpm	ft	ft	ft	sg	grados	grados
0	3.000	0	406,8	406,8	6,05	0	0
1.000	2.828,4	52,9	397,4	400,9	5,87	0	7,6
2.000	2.236,1	92,2	371,2	382,5	5,31	0	13,9

[7] Estos valores se obtienen directamente del Teorema de Pitágoras, que establece que la magnitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus lados. Al ser perpendiculares las componentes ω_b y ω_s, sus magnitudes deben cumplir el teorema. En este caso, ω es la hipotenusa igual a 3.000 rpm y ω_s es uno de los catetos igual a 0, 1.000 o 2.000 rpm. El valor del otro cateto ω_b se calcula aplicando el teorema.

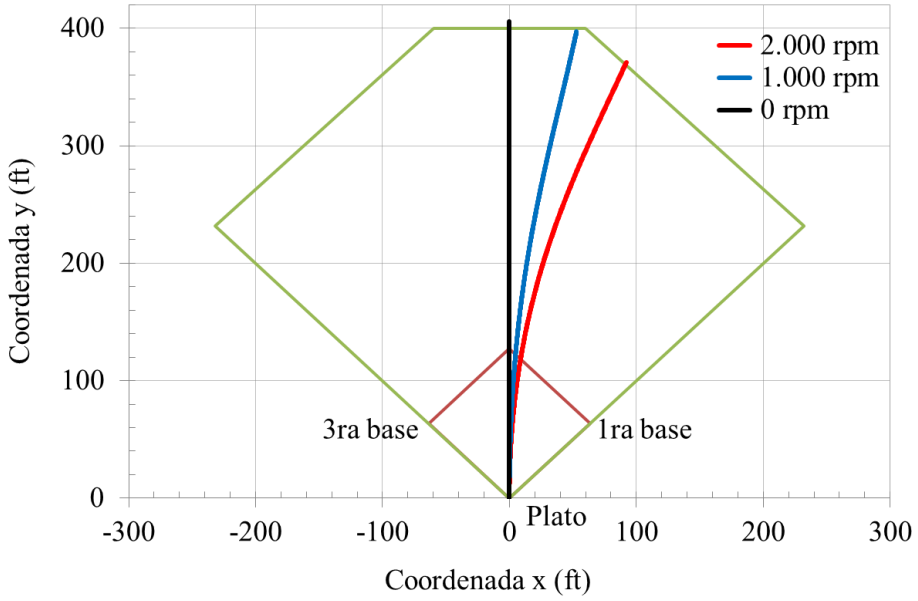


Figura 2.14.1.

Vista en planta de las trayectorias de una pelota bateada al jardín central rotando en sentido horario para tres valores de la rapidez de rotación de lado ω_s. Se indican las líneas del cuadro interior, la línea de *foul* y las cercas en los jardines.

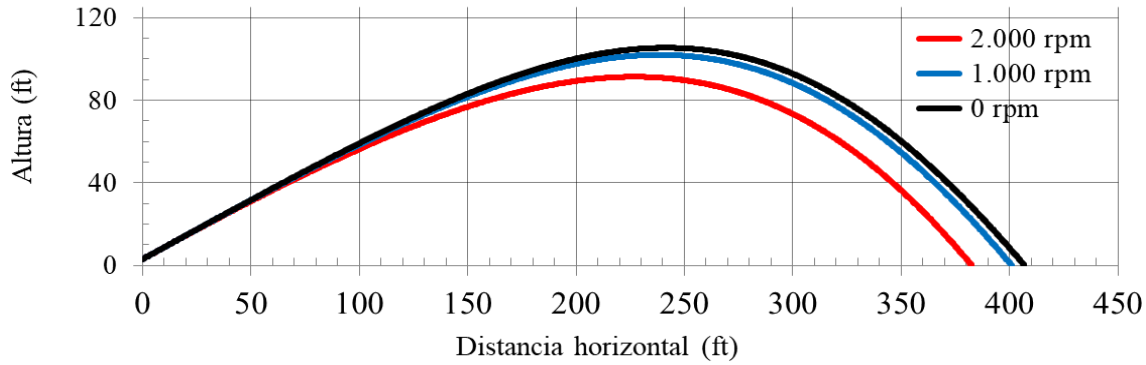


Figura 2.14.2.

Vista lateral en plano vertical de las trayectorias de la pelota bateada al jardín central para tres valores de la rapidez de rotación de lado (ω_s) y un valor constante del módulo ω=3.000 rpm de la velocidad rotacional.

2.15 ¿Por qué las pelotas hacia las líneas de *foul* terminan fuera del terreno?

El efecto de la rotación de lado (*sidespin*) tiene una influencia importante en las pelotas bateadas hacia las líneas de *foul*, que es lo que analizamos en esta sección. El caso es que casi todas las

pelotas bateadas hacia el jardín izquierdo tienen rotación de lado en sentido anti-horario, mientras que en las pelotas bateadas hacia el jardín derecho predomina el sentido horario (ver Tabla 4.5.1 en Cap. 4.5). Supongamos un batazo en línea hacia el jardín izquierdo, muy cerca de la línea de *foul* pero en territorio bueno de juego, con un ángulo vertical de despegue (θ_0) de 20° y un ángulo horizontal de salida (β_0) de -37°. Recordemos que el ángulo horizontal se mide desde la línea que une al home y a la segunda base, siendo positivo, por convención, en sentido horario. La rapidez de salida (V_0) es de 90 mph. Supongamos también que la rapidez de rotación es de 3.000 rpm, cuyas componentes de lado y hacia atrás son ω_s=2.000 y ω_b=2.236 rpm, respectivamente, y que la rotación de lado es en sentido anti-horario. Se desprecia el decaimiento de la rapidez rotacional (κ=0).

Una vista en plano horizontal de los resultados de la simulación se presenta en la Figura 2.15.1. Esta trayectoria es típica de un bateador derecho halando la bola hacia el lado izquierdo del campo o de un bateador zurdo bateando atrasado en esa misma dirección. La pelota sale despedida en territorio bueno y pasa por encima del jugador de tercera base, aproximadamente a 10 ft (3 m) dentro del terreno de juego, para describir una curva pronunciada que hace que la pelota cruce la línea de *foul* y aterrice fuera del terreno de juego a unos 20 ft de la línea de 3ra base, al cabo de 3,81 sg. La pelota finaliza con un ángulo horizontal (β_f) de -48° siendo su incremento angular ($\beta_f - \beta_0$) igual a -11°. La trayectoria de la pelota en el plano vertical se muestra en la Figura 2.15.2, apreciándose un recorrido de 312 ft con una altura máxima de 43 ft.

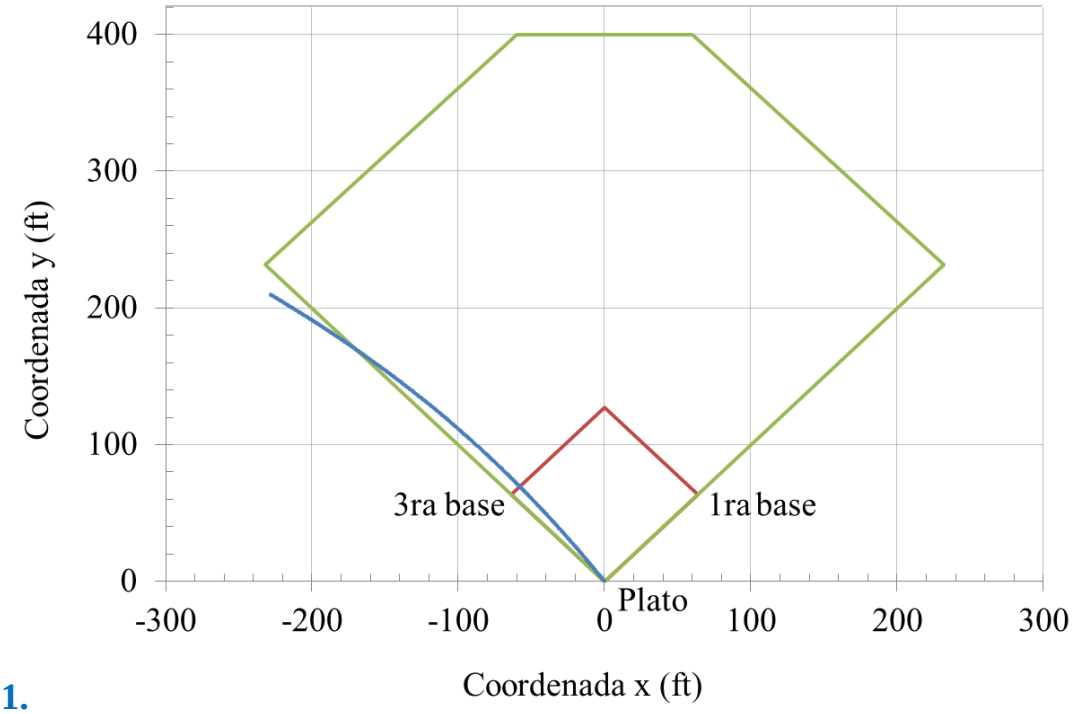


Figura 2.15.1.

Vista en planta de la trayectoria de una pelota bateada hacia la línea de *foul* del jardín izquierdo, destacándose la curvatura que genera el efecto de la rotación de lado (*sidespin*).

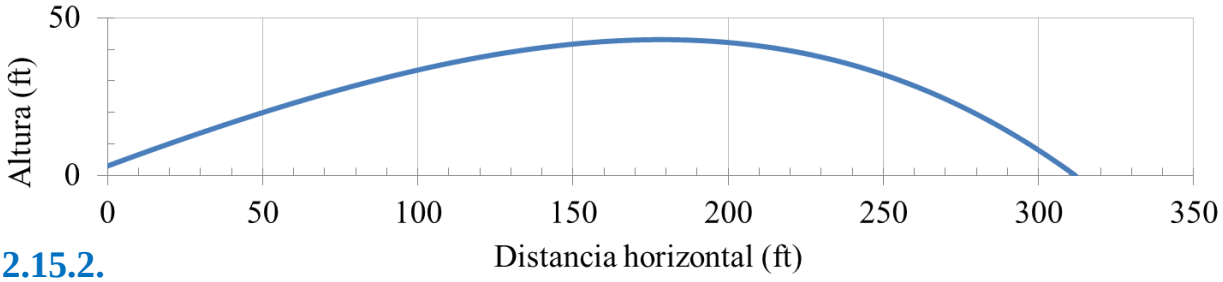


Figura 2.15.2.

Trayectoria en el plano vertical de la pelota bateada hacia la línea de *foul* del jardín izquierdo mostrada en la Figura 2.15.1.

La Figura 2.15.3 muestra el caso de la pelota en línea bateada hacia el lado contrario, es decir hacia la raya del jardín derecho, para las mismas condiciones iniciales del caso anterior: V_0 = 90 mph, θ_0 = 20º, β_0 = +37º, ω = 3.000 rpm, ω_s = -2.000 rpm y ω_b = 2.236 rpm, donde el signo negativo del ω_s indica que rota en sentido horario. Esta trayectoria corresponde al caso de un bateador derecho bateando atrasado hacia esa línea o de un bateador zurdo halando la bola hacia el lado derecho del campo. La pelota finaliza su recorrido en la zona de *foul* después de recorrer 312 ft en 3,81 sg alcanzando una altura de 43 ft. El ángulo horizontal final (β_f) es de 48°, indicando que la bola sufrió una deflexión total en su trayectoria de 48°- 37º = 11º. La trayectoria de la pelota en el plano vertical es idéntica a la mostrada en la Figura 2.15.2. Nótese la similitud entre las trayectorias mostradas en las Figuras 2.15.1 y 2.15.3: una es simétrica de la otra.

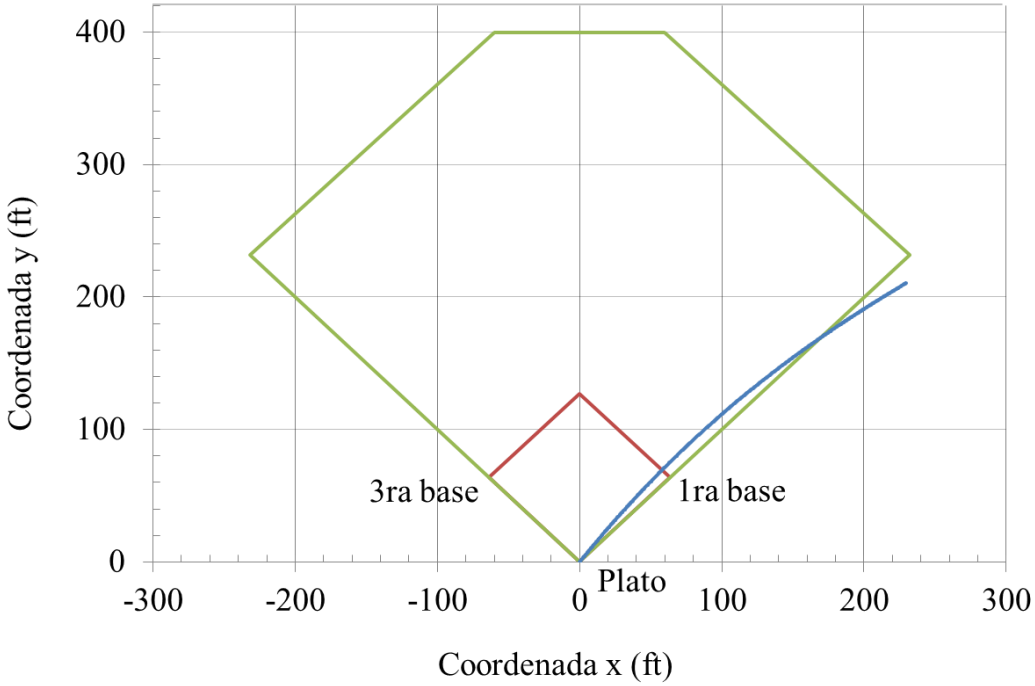


Figura 2.15.3.

Vista en planta de la trayectoria resultante de una pelota bateada hacia la línea de *foul* del jardín derecho, destacándose la curvatura que genera el efecto de la rotación de lado (*sidespin*).

2.16 ¿Por qué los receptores e *infielders* tienen problemas para atrapar los elevados de *pop-up?*

Si la pelota es golpeada muy por debajo de su centro de masa, pueden salir elevados muy altos dentro del cuadro o en la zona de *foul* denominados *pop-up* en el argot beisbolístico. En algunas ocasiones se observa a receptores o jugadores del cuadro perseguir estas pelotas con dificultad, las cuales suelen salir con una gran rapidez rotacional hacia atrás que modifica su trayectoria inicial y dificulta su lectura. En algunos casos este efecto hace lucir muy mal al fildeador quien se confunde y no puede atrapar la pelota. Esta dificultad se observa por igual en los receptores como en los *infielders* (primera o tercera base) cuando persiguen estos elevados en la zona de *foul* o en las cercanías del plato o del montículo. Esta situación se ejemplifica claramente en el video de una jugada de un partido entre los Medias Rojas de Boston y los Mantarrayas de Tampa Bay el 15/09/2008. El jugador de tercera base del Boston, Kevin Cash, se pasa en su carrera tratando de atrapar un alto elevado de *foul* en las cercanías de las tribunas, siendo engañado por la bola que cae por detrás de él a unos 2 m de distancia. La enorme rotación hacia atrás que lleva la bola se manifiesta cuando esta toca el suelo y rebota describiendo una trayectoria curva muy pronunciada en dirección hacia las primeras filas de las tribunas[8].

En algunas ocasiones comentaristas o locutores narrando el juego atribuyen la falla del receptor o del *infielder* a la presencia del viento que desvía la trayectoria de la pelota. Aunque esto puede ser cierto en algunos casos, no lo es en la mayoría de los casos y ello se puede explicar a partir de los principios de la física clásica presentados previamente. En realidad, estos elevados cerca del plato, ya sea en la zona de *foul* o en zona buena, son generalmente una clara demostración de la presencia de la fuerza de Magnus en el juego de béisbol.

Los elevados de *pop-up* se producen usualmente cuando la pelota sale despedida casi verticalmente hacia arriba con un ángulo muy pronunciado, entre 80° y 90° con la horizontal, debido a que el bateador falla en golpear la bola en su centro y solo consigue rozarla ligeramente por la parte inferior, generándole una fuerte rotación hacia atrás. La rapidez de rotación puede alcanzar valores muy altos de hasta 6.000 rpm (Cross, 2011), en contraposición con los jonrones cuyo valor máximo está cercano a los 3.500 rpm (Nathan, 2013). La Figura 2.16.1 describe la influencia de la fuerza de Magnus en moldear la trayectoria de un elevado en las cercanías del plato. El esquema muestra una trayectoria donde las flechas en línea continua, perpendicular a la dirección del movimiento, indican la dirección de la fuerza de Magnus, y las flechas en línea discontinua indican el sentido de rotación de la pelota. Con ese ángulo de trayectoria tan pronunciado, casi en la línea vertical, la fuerza de Magnus es casi horizontal y se manifiesta empujando la bola hacia la izquierda en la rama ascendente del elevado, mientras que en la rama descendente la empuja hacia la derecha. Es decir, se invierte el sentido de la fuerza de Magnus lo que a su vez genera una inversión de la curvatura en la trayectoria descendente de la pelota que confunde y engaña frecuentemente a los fildeadores.

La Figura 2.16.2 muestra la trayectoria calculada con el modelo matemático suponiendo que la pelota sale despedida hacia arriba en un ángulo muy pronunciado, casi vertical, que fijamos en 83 grados, con una rapidez de salida de 70 mph.

[8] Video de esta jugada puede verse en:
https://www.youtube.com/watch?v=7lRbM9mEQBw&list=PL9DD771BEEDB40464&index=6&t=0s

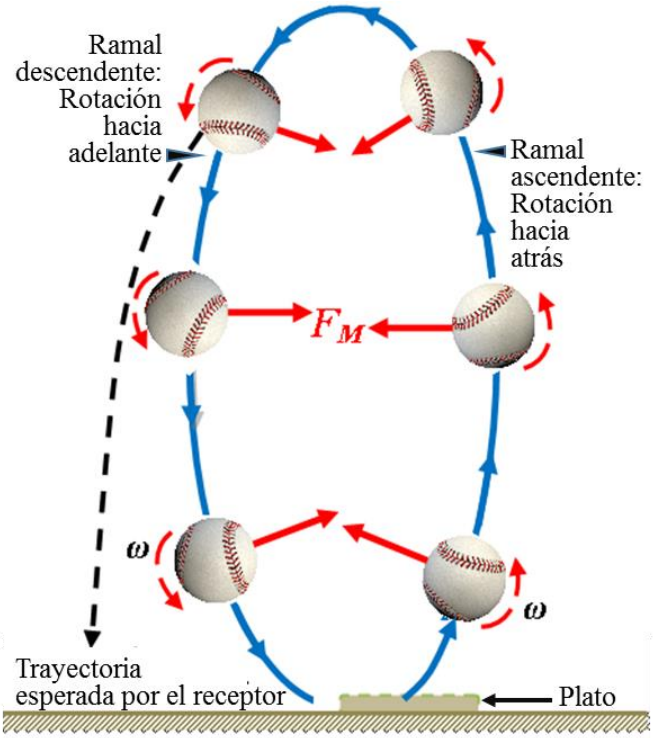


Figura 2.16.1.

Esquema de trayectoria cuasi-vertical de un elevado alto (*pop-up*) en las cercanías del plato, mostrando la dirección de la fuerza de Magnus (flecha en línea continua) y el sentido de rotación de la pelota (flecha en línea a trazos). Note la inversión de la fuerza de Magnus que modifica la trayectoria de la pelota y confunde a los fildeadores. La trayectoria esperada por el receptor se muestra en línea a trazos (color negro) en contraposición con la trayectoria real (línea continua en color azul).

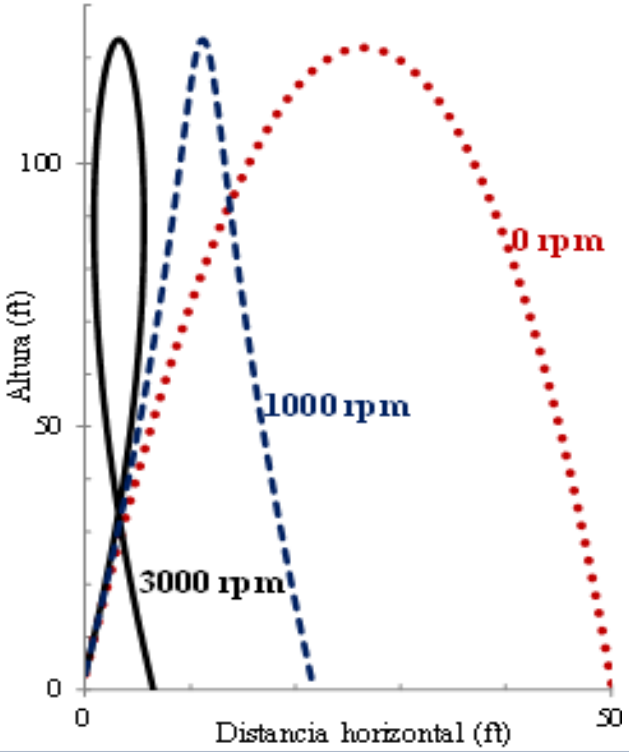


Figura 2.16.2.

Trayectorias calculadas de un elevado casi vertical en las cercanías del plato saliendo en un ángulo vertical de 83 grados con una rapidez de 70 mph y rotación hacia atrás. Se muestran tres trayectorias posibles, para tres valores de rapidez rotacional (ω): 0, 1.000 y 3.000 rpm. Para una gran rapidez de ω = 3.000 rpm la curva describe un lazo que confunde a los fildeadores.

Se grafican (Figura 2.16.2) tres trayectorias posibles, cada una con una diferente rapidez rotacional (ω) despreciando el ligero decaimiento de la misma (κ=0). Si no hay rotación (ω = 0) la bola sigue

una trayectoria cuasi-parabólica fácil de seguir y atrapar por alguno de los jugadores del cuadro, aterrizando en las cercanías del montículo a unos 50 ft del plato. Si la pelota sale con una rapidez rotacional de 3.000 rpm, se observa que la rama ascendente se aparta de la trayectoria parabólica ya que el efecto de *backspin* con ese ángulo tan pronunciado tiende a empujarla hacia la izquierda en la figura. Al llegar a la cúspide, la bola alcanza una elevación máxima de 125 ft de altura y comienza a caer en una curva pronunciada descendente, pero invirtiendo el sentido de la curva ascendente lo que suele sorprender a los fildeadores. Para estas condiciones especificadas de ángulo de salida y rapidez de rotación, la trayectoria de la pelota describe una especie de lazo finalizando su recorrido en un tiempo de 5,52 sg a unos 6 m del plato. El caso de ω = 1.000 rpm representa una situación intermedia entre los casos extremos descritos.

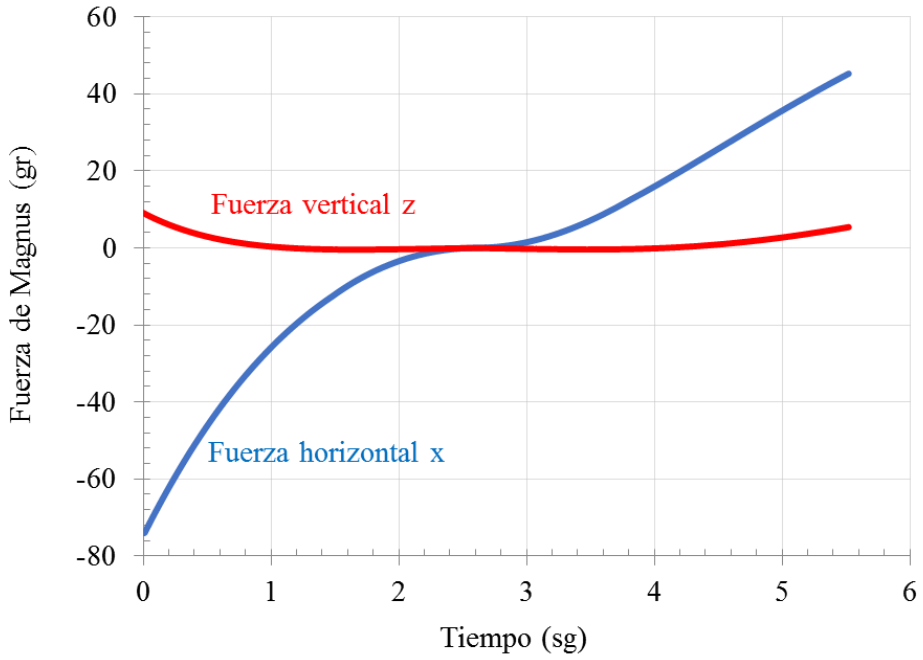


Figura 2.16.3.

Variación con respecto al tiempo de las componentes de la fuerza de Magnus en la dirección horizontal (x) y vertical (z) durante un elevado corto (*pop up*) para el caso de la trayectoria presentada en la Figura 2.16.2 cuando ω = 3.000 rpm.

La variación con el tiempo de vuelo de las componentes de la fuerza de Magnus en la dirección horizontal (x) y vertical (z) durante el recorrido de la pelota se muestra en la Figura 2.16.3 para el caso de ω = 3.000 rpm. La componente vertical de esta fuerza es muy pequeña, dado que ella depende de la componente horizontal (x) de la velocidad, que es prácticamente despreciable con respecto a la componente vertical. Por lo tanto, la componente dominante es la fuerza de Magnus en la dirección horizontal ya que ésta depende de la componente vertical de la velocidad (ver Ecuación E11 en Anexo E), que en este caso es la componente predominante. Se observa en dicha figura que a los 2,59 sg cuando la pelota alcanza la máxima altura, la fuerza de Magnus cambia de signo y revierte su sentido, iniciando su caída con la curvatura típica que caracteriza el descenso de estos elevados de *pop-up*.

2.17 La fuerza de Magnus le da el triunfo a los Astros de Houston

Un claro ejemplo de la influencia de la fuerza de Magnus en los elevados de *pop-up* se observó en el juego del 7/04/2018 entre los Astros de Houston y los Padres de San Diego. Se jugaba el cierre del decimo inning con el juego empatado sin carreras, dos outs en la pizarra y con corredor en segunda base. Ver Figura 2.17.1. El bateador con cuenta de 3 y 2 eleva un altisimo elevado al cuadro entre el plato, el montículo y la inicial.

Figura 2.17.1.

Secuencia de fotos de la última jugada del partido del 7/04/2018 donde los Astros de Houston dejaron en el terreno a los Padres de San Diego en el cierre del 10º *inning*, ayudados por la fuerza de Magnus que impidió que Eric Hosmer agarrara la pelota: 1. Hosmer avanza desde primera base buscando el *pop-up*; 2. Se da cuenta de que se sobrepasó en la carrera e inclina el cuerpo hacia atrás; 3. Hace un último esfuerzo estirando el guante por detrás de la cabeza; 4. La pelota se observa pasándole detrás suyo a más de 1 m de distancia; 5. La bola hace contacto con el terreno de juego; y 6. El corredor anota desde la segunda base la carrera ganadora dejando a Hosmer desconsolado, inclinado y mirando hacia el suelo.

El primera base de los Padres, Eric Hosmer, cuatro veces galardonado con el Guante de Oro, corrió hacia el plato en busca de la pelota. El relevista Phil Maton se frena para dejarle el espacio libre a Hosmer, quien, sorpresivamente para todos y para él mismo, se pasó en su carrera y no tuvo ningún chance de capturar la bola que cayó en el terreno a aproximadamente 1 metro detrás suyo. Las secuencia de fotos de la Figura 2.17.1 muestra lo que sucedió en el terreno de juego. La confusión de Hosmer se debió a que no fue capaz de preveer la inversión en la trayectoria de la pelota (ver el lazo de la Figura 2.16.2). La imagen de Hosmer, frustrado, agachado, mirando hacia el suelo mientras el corredor anota la carrera de la victoria para finalizar el juego, es el corolario de esta jugada[9].

Alguién pudiera pensar que el viento tuvo alguna influencia en la jugada, pero, para que no quede ninguna duda, el juego se estaba efectuando en el Minute Maid Park, sede de los Astros, con el techo cerrado. Hosmer, un jugador experimentado y excelso fildeador es posible que no haya dormido bien esa noche; sin embargo hubiese tenido consuelo al saber que no fue culpa suya, fue la fuerza de Magnus la que le dio el triunfo a los Astros de Houston.

2.18 ¿Cómo sería un juego de béisbol en la luna?

En este capítulo nos proponemos explorar lo que hubiera sucedido si a Neil Armstrong y a Edwin Aldrin se les hubiese ocurrido llevar un bate y una pelota en el Apolo 11 el año 1969 para jugar béisbol en la luna, ¿cómo sería el juego y qué distancia viajaría la pelota?

La fuerza de gravedad es la fuerza que nos mantiene en contacto con el suelo (si no existiese estuviéramos flotando en la atmosfera) y obedece a una aceleración de 9,81 m/sg^2 que nos atrae hacia el centro de la tierra. La gravedad en la luna es aproximadamente 6 veces menor, igual a 1,62 m/sg^2. Esto significa que una persona que en la tierra pesa 60 kg, en la luna pesaría unos 10 kg. Adicionalmente, la luna tiene una atmosfera insignificante debido a su baja gravedad por lo que no puede retener moléculas de gases en su superficie. Esto se traduce en que no hay aire ni viento y por lo tanto no hay resistencia al movimiento de la pelota en el espacio.

La trayectoria de un elevado bateado por Armstrong, en respuesta a una recta de 90 mph de Aldrin, es calculada con el modelo matemático y se ilustra en la Figura 2.18.1. Armstrong se le afinca con el bate a la pelota, golpeando la bola a 3 pies del suelo lunar en un ángulo de 35 grados con la superficie horizontal y le logra imprimir una velocidad de salida de 100 mph con una velocidad de rotación hacia atrás de 1.500 rpm, valores estos similares a los que ocurrirían en la tierra. Sin embargo, las condiciones cambian una vez que la pelota sale despedida por el bate, ya que la menor gravedad y la ausencia de resistencia hacen que la bola viaje mucho más fácilmente que en la tierra. Para asombro de Aldrin, el elevado se transforma en un gigantesco jonrón con una distancia recorrida de 3.810 ft, equivalente a 1 km y 161 metros, alcanzando una altura máxima de 670 ft (204 m). A manera de comparación, se ha graficado también la trayectoria de la misma pelota bateada en el Yankee Stadium, que alcanzaría 382 ft (116 m). La diferencia que se aprecia en el grafico es monumental.

Ante ese descomunal batazo, Aldrin probablemente acudiría en su próximo lanzamiento a una curva, tratando de engañar a Armstrong. Sin embargo, se encontraría con la desagradable sorpresa para él, pero agradable para Armstrong, de que la bola no rompería al llegar al home y Armstrong se daría un banquete golpeando la curva de 75 mph, que no sería tal curva sino una simple recta de

[9] Un video de esta jugada puede verse en:
https://www.mlb.com/video/bregmans-walk-off-infield-hit/c-1915094483

baja velocidad, y la enviaría nuevamente a la estratosfera. Tarde se daría cuenta Aldrin que, aunque le infiera una rotación inicial a la pelota para lanzar una curva, la fuerza de Magnus no se manifiesta debido a la inexistencia de atmosfera (si la densidad tiende a cero en la Ecuación 1.3.1. la fuerza se anula), por lo que la bola lanzada llegaría mansamente al home sin ninguna deflexión en su trayectoria.

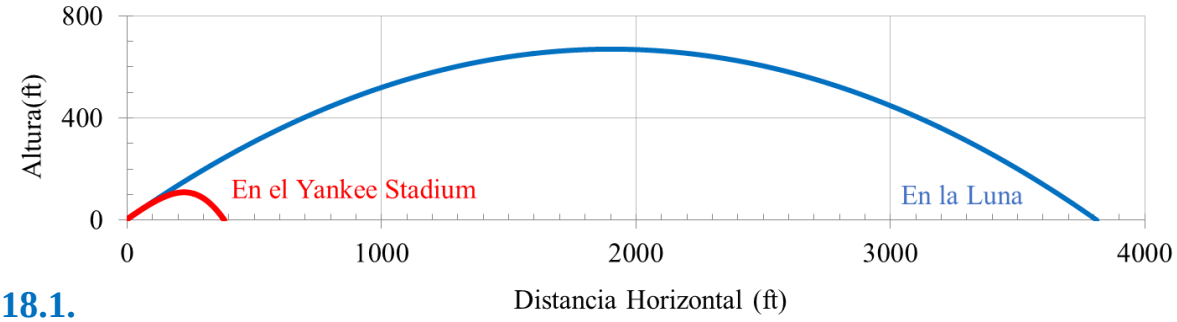


Figura 2.18.1.

Trayectorias calculadas de una pelota bateada en la luna y en el Yankee Stadium, saliendo ambas a 100 mph con rapidez rotacional de 1.500 rpm y ángulo de 35 grados.

En conclusión, la bola golpeada con las características típicas de un jonrón en la tierra, viajaría 10 veces más lejos en la luna y se elevaría 6 veces más alto que en el Yankee Stadium. Esto implica que los jardineros tendrían que ubicarse aproximadamente a 1,2 km de distancia para poder agarrar la bola, pero no podrían verla sino cuando esta estuviese muy cerca (el ojo humano no puede ver una pelota de béisbol a esa distancia). Igualmente, los jugadores del cuadro no sabrían lo que pasa en los jardines, y sería imposible que los tres jardineros cubrieran todo ese espacio, por lo que habría que contar con unos 30 jardineros. Los bateadores tendrían una enorme ventaja sobre los lanzadores ya que no existirían las bolas rompientes (curvas, *sliders*) por lo que la trayectoria de la pelota sería totalmente predecible y el juego se llevaría a cabo solo con lanzamientos en recta o cambios de velocidad. Los estadios serían inmensos y los fanáticos no podrían disfrutar del béisbol por no tener una visión completa del terreno de juego. En definitiva, el juego de béisbol en la luna sería un juego muy aburrido.

3. Aprendiendo sobre los Lanzamientos del Pitcher

3.1 El montículo y el plato

La Figura 3.1.1 presenta un esquema de las dimensiones del montículo y del plato (*home plate*), de acuerdo a las reglas del béisbol (MLB, 2018). Las dimensiones se indican en pulgadas (”) o pies (′) con su equivalente en centímetros (cm) o en metros (m) en paréntesis.

El montículo es una pequeña colina artificial donde el *pitcher* se coloca para lanzar. En el tope de ella se encuentra un rectángulo de goma blanca de 6 pulgadas de ancho (15,2 cm) por 24 pulgadas de largo (61 cm) el cual se encuentra en un área plana que se eleva una altura de 10 pulgadas (25,4 cm) por encima del plato. El área plana del montículo alrededor del rectángulo de goma conforma otro rectángulo de 5 ft de largo (1,52 m) y 34 pulgadas de ancho (86,4 cm). El pitcher usa el rectángulo de goma para impulsarse con el pie y ganar más velocidad, favorecido por la altura del montículo.

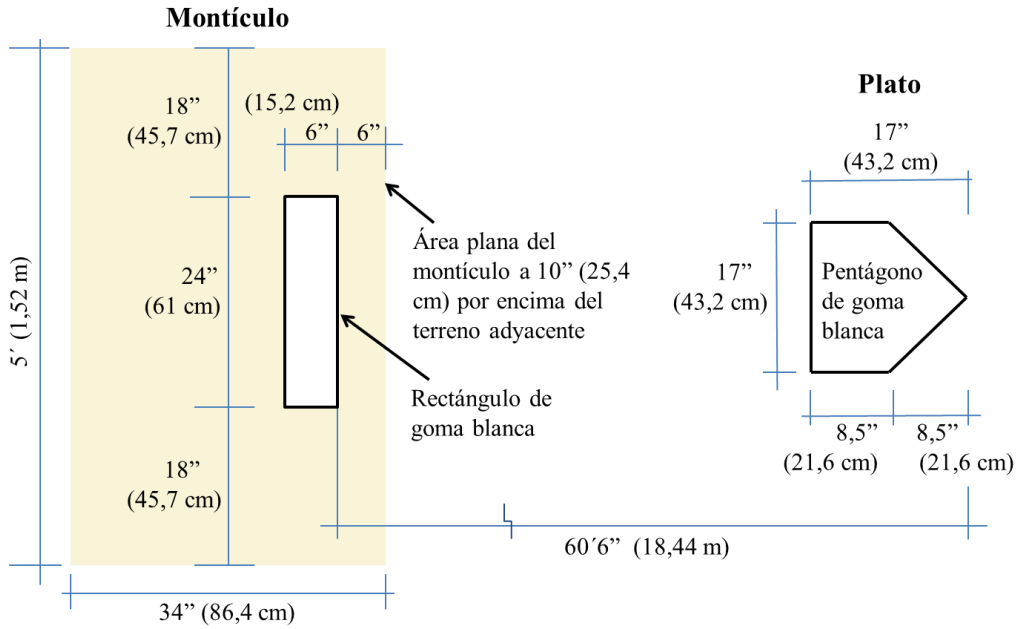


Figura 3.1.1. Esquema en planta de las dimensiones del montículo (izquierda) y del plato (derecha), indicando los puntos donde se mide la distancia entre ellos (60 pies con 6 pulgadas).

El plato es un pentágono de goma blanca inscrito en un cuadrado de 17 pulgadas (43,2 cm) de lado, al cual se le han removido dos de sus esquinas (Figura 3.1.1). La distancia entre el montículo y el plato es de 60 pies 6 pulgadas[1], 18,44 metros, medida desde el borde frontal del montículo hasta el punto más alejado (esquina trasera) del plato. Téngase presente que debido a la elevación del

[1] Esta distancia de 6 pulgadas que se le agrega a los 60 pies siempre ha intrigado a los estudiosos del béisbol. El año 1876, en los inicios de la MLB, la distancia del montículo al plato era de 45 ft, siendo posteriormente ampliada a 50 ft en 1881, y luego a 60 ft 6 pulgadas en 1893. ¿De dónde provino esa distancia tan peculiar de 6 pulgadas adicionales a los 60 ft? Existen varias teorías para explicarlo. Una de ellas, según Nemec (2000), sugiere que fue un error del topógrafo en el replanteo de los puntos en el terreno de juego. El diagrama del plano indicaba 60 pies 0 pulgadas y el topógrafo leyó incorrectamente 60 pies 6 pulgadas.

montículo, la distancia horizontal entre el montículo y el plato es algo menor, exactamente 60 pies y 5,93 pulgadas, aun cuando por simplicidad se suele indicar 60 pies y 6 pulgadas como si fuese una distancia horizontal en el Diagrama N° 1 que acompaña las reglas del béisbol (MLB, 2018), y en congruencia con esa simplificación así se ha indicado en la Figura 3.1.1.

3.2 La zona de strike

La tarea básica del pitcher es lanzar la bola en la zona de *strike*. Pero, ¿cuál es la zona de *strike*? En el argot beisbolístico, la altura de la zona de *strike* está comprendida entre el pecho y las rodillas del bateador, y su ancho es el ancho del plato. Las reglas oficiales del baseball, reorganizadas y corregidas el año 2018 (MLB, Oficial Baseball Rules, 2018), definen la zona de *strike* como "aquella área sobre el plato cuyo límite superior es una línea horizontal en el punto medio entre el tope de los hombros y el tope del uniforme (pantalón), y el límite inferior es una línea en el hueco debajo de la rótula". Además, añade que "la zona de *strike* debe ser determinada a partir de la postura del bateador mientras este se encuentra preparado para golpear la bola". En el Apéndice 5 del libro de reglas se indica la zona de *strike* como se muestra en la Figura 3.2.1.

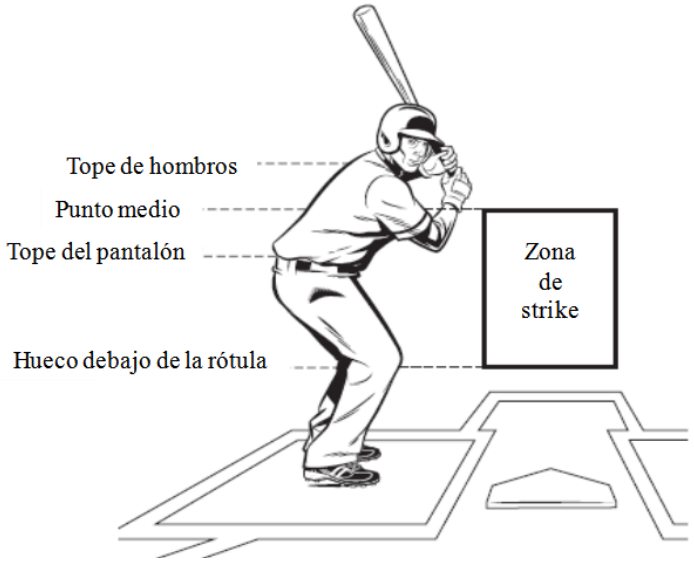


Figura 3.2.1. Definición de la zona de *strike* (Apéndice 5, MLB, Oficial Baseball Rules, 2018).

Según la definición, la zona de *strike* no tiene una altura fija, sino que varía dependiendo del tamaño del jugador. La foto de la Figura 3.2.2 presenta aproximadamente la comparación de la altura de la zona de *strike* de dos de los mejores jugadores, quienes contrastan por su estatura, José Altuve que mide 5'6" (1,68 m) y Aaron Judge que mide 6'7" (2,01 m). Si estos jugadores adoptasen la posición erguida mostrada en la figura al momento de batear, la altura de la zona de *strike* de Altuve sería de aproximadamente 0,69 m y la de Judge de 0,88 m, o sea que es 19 cm más grande que la zona de Altuve. Estas zonas de *strike* serán algo más pequeñas cuando los jugadores adopten la posición encorvada del bateador en el plato, pero mantendrán una proporción entre ellas similar a la mostrada en la figura. Como se puede notar, no es una tarea fácil determinar durante el juego el punto medio del torso que define el límite superior de dicha zona cuando el bateador está en el plato, razón por la cual son de esperar controversias sobre la apreciación del árbitro al cantar bolas y *strikes.*

Con el uso generalizado de cámaras de video de alta precisión en los juegos, la tecnología que se muestra en las trasmisiones de televisión inserta el recuadro de la zona de *strike* en cada

lanzamiento, lo cual permite diferenciar entre bolas y *strikes* con una precisión que supera ampliamente la capacidad del árbitro, evitando errores de apreciación y mejorando sustancialmente la confiabilidad del resultado. Esto ha llevado a algunos a proponer en la MLB que el cantado de bolas y *strikes* sea decidido usando esta tecnología, sustituyendo al árbitro, que denominan coloquialmente árbitros-robots, pero encuentra una fuerte oposición en los tradicionalistas que prefieren mantener el juego en su condición actual.

Figura 3.2.2.

Comparación de la altura aproximada de la zona de *strike*, delimitada por las líneas a trazos, de acuerdo a las reglas del baseball para dos de los mejores jugadores de las grandes ligas, José Altuve (1,68 m de estatura) y Aaron Judge (2,01 m), suponiendo que mantuviesen una posición erguida al momento de pararse en el plato.

Para un jugador promedio de 6 pies de estatura, el tope de la zona de *strike* se encuentra aproximadamente a unas 45 pulgadas (1,1 m) sobre el plato y el límite inferior (altura de las rodillas) a 21 pulgadas (53,3 cm) sobre el mismo, por lo que la zona de *strike* en el plano vertical se suele representar como un rectángulo con una altura cercana a 24 pulgadas y ancho de 17 pulgadas (igual al ancho del plato). Sin embargo, dado que la regla define la zona de strike como "aquella área sobre el plato" y el plato tiene una profundidad de 17 pulgadas (Figura 3.1.1), se puede interpretar que la zona de strike ocupa todo el espacio sobre el plato[2], o sea que es un volumen tridimensional, no solamente un área vertical. Esta interpretación también es mencionada por Adair (2002) y Lang (2015). De acuerdo a ella en la Figura 3.2.3 se presenta una vista tridimensional de la zona de *strike* definida por un prisma de base pentagonal que se encuentra suspendido sobre el plato y está delimitado por cinco planos verticales y por dos planos horizontales. Los planos verticales se originan en cada uno de los contornos del plato y los dos planos horizontales en los límites verticales de la zona de strike. Adicionalmente se muestran vistas en plano frontal, lateral y horizontal de dicho prisma, indicándose las dimensiones aproximadas para un jugador de estatura promedio de 6 pies.

El hecho de que la zona de *strike* sea tridimensional, implica que una pelota cayendo en curva pronunciada, con rotación hacia adelante (*topspin*) o de lado (*sidespin*), pueda entrar al prisma por uno de sus lados y ser cantada como *strike* sin necesidad de pasar por el plano vertical frontal. La

[2] De hecho, hasta 1988 las reglas del béisbol definían la zona de strike como "aquel espacio sobre el plato" en lugar de "aquella área sobre el plato". Entendemos nosotros que la palabra "área", en la regla actual, es utilizada en su significado amplio que implica un espacio y que por tanto tiene un volumen determinado.

Figura 3.2.4 ilustra este caso, mostrándose la trayectoria calculada con el modelo matemático de un lanzamiento en curva con puro *topspin* (2.500 rpm) y rapidez de 78 mph. En esta vista lateral, el prisma se muestra como un rectángulo de 2 ft de altura (24 pulgadas) y 1,4 ft de ancho (17 pulgadas). Se observa que la pelota, a pesar de no pasar por la cara frontal de la zona de *strike* entra al prisma por su cara superior horizontal, por lo que sería un *strike* de acuerdo a la interpretación descrita en la Figura 3.2.3.

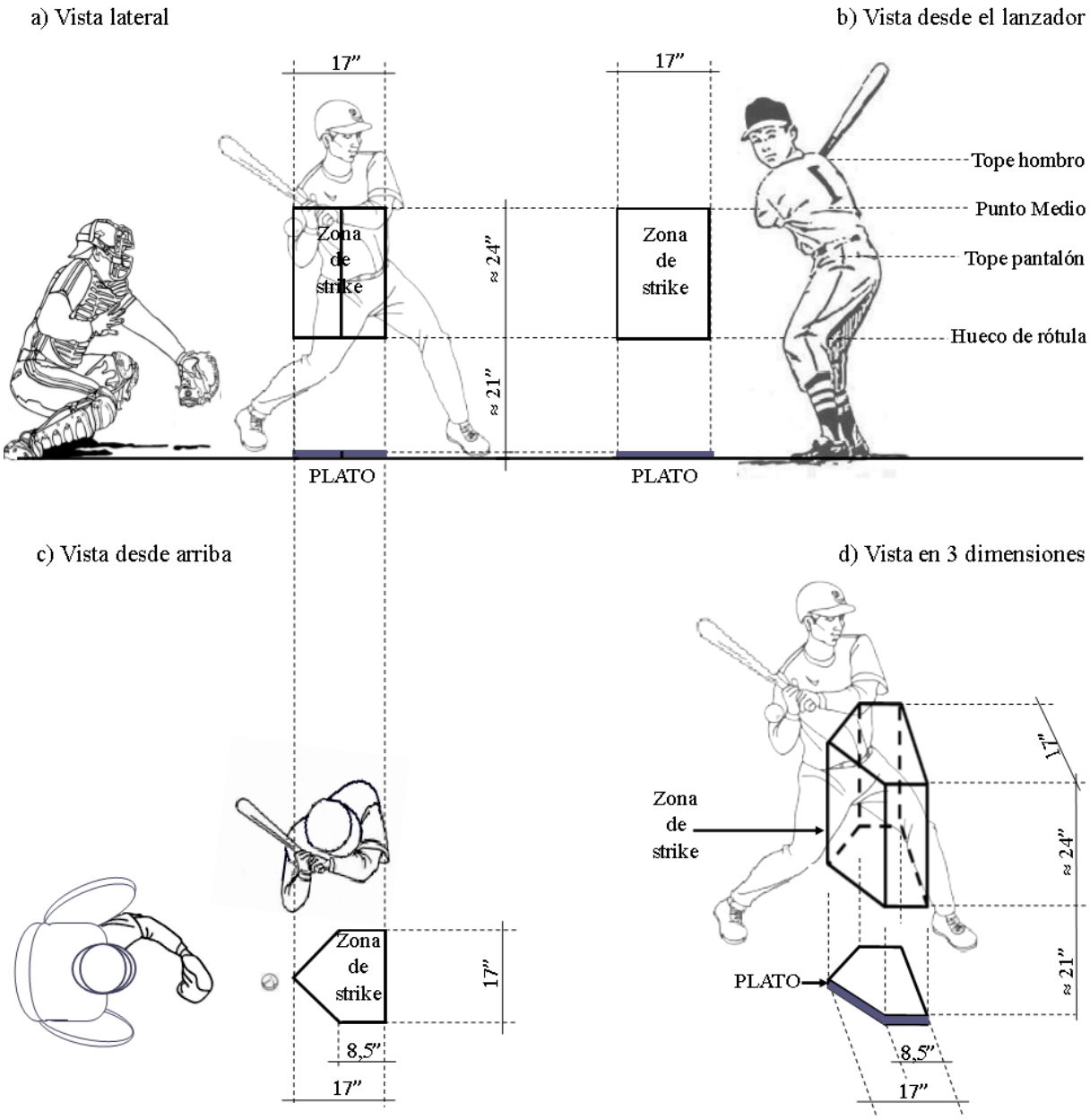


Figura 3.2.3.

Vistas de la zona de strike desde tres perspectivas distintas e imagen del prisma suspendido sobre el plato que describe dicha zona. La altura de la zona de strike (en pulgadas) corresponden aproximadamente a un jugador de 6 pies de estatura (1,83 m).

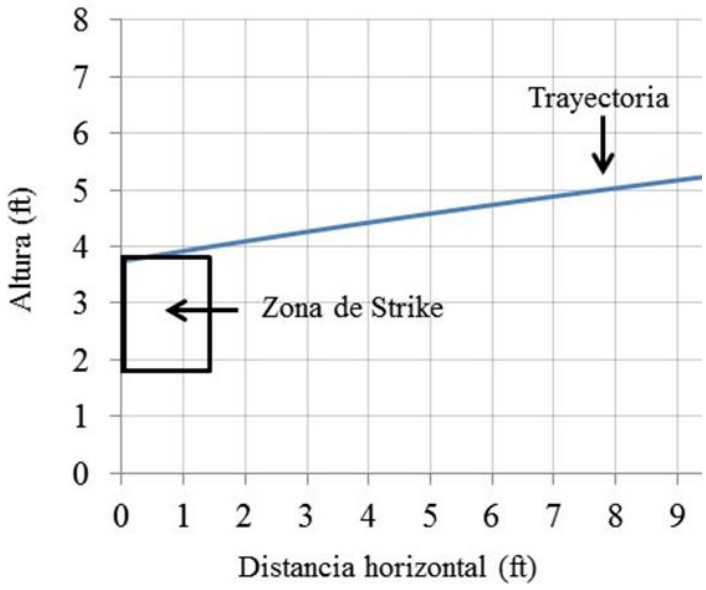


Figura 3.2.4.

Vista lateral de los últimos 10 ft de la trayectoria calculada de un lanzamiento en curva con pura rotación hacia adelante de 2.500 rpm y rapidez de 78 mph. Se observa que la pelota, a pesar de no pasar por la cara frontal de la zona de strike, entra al plato por la cara superior horizontal del prisma, por lo que es un *strike* de acuerdo a la interpretación descrita en la Figura 3.2.3.

En julio del 2019 entró en funcionamiento un nuevo sistema automatizado de bolas y *strikes*, denominado coloquialmente como "el árbitro robot", que fue probado en una liga independiente (Atlantic League) bajo los auspicios de la MLB. De acuerdo a MLB el sistema de monitoreo registra el lanzamiento y un software determina si la bola cruzó alguna parte de la zona de *strike*, la cual se ajusta automáticamente a la altura de cada jugador. Una señal de audio de "bola" o "*strike*" se transmite al árbitro del plato quien tiene un receptor en su correa y un micrófono en el oído.

3.3 El rol de las costuras

Las costuras juegan un papel importante en los lanzamientos del *pitcher*. La superficie de la pelota está compuesta por dos piezas de una cubierta de cuero de vaca cosida a mano con 216 puntos de costuras (108 pares), los cuales describen una curva en forma de herradura y sobresalen 0,5 mm sobre su superficie (Figura 3.3.1). Las costuras se comportan entonces como elementos rugosos que introducen turbulencia adicional al paso del flujo de aire, alterando la estela de remolinos atrás de la pelota, modificando las fuerzas que sobre ella actúan (ver Figura 1.3.3 en Cap.1.3) y desviando la trayectoria de la pelota.

Figura 3.3.1.

Vista de diferentes ángulos de una pelota de béisbol mostrando la forma y la prominencia de las costuras (Fotos de https://www.istockphoto.com/es/search/stack/786983865?assettype=image).

Dependiendo del agarre de la pelota por el lanzador, diferentes patrones o configuraciones de costuras pueden exponerse al flujo de aire durante la trayectoria. Una pelota con la configuración inicial mostrada en la Figura 3.3.2 (Caso a), rotando alrededor de un eje horizontal, implica que dos filas de costuras se exponen por cada revolución de la bola. Por el contrario, si la configuración inicial de la pelota es la indicada en la imagen de la derecha (Caso b), serían cuatro costuras las que estarían expuestas en cada rotación. Acudiendo al gráfico de la Figura 1.3.2 (Cap. 1.3), recordamos que el coeficiente de arrastre, el cual es una medida de la resistencia al flujo, es mayor para una pelota rugosa que para una lisa. Por lo tanto, podemos esperar que la configuración que muestra solamente 2 costuras por cada revolución (Caso a), ofrezca una mayor resistencia a la corriente de aire que el Caso b que muestra cuatro costuras. Esto se traduce en que la pelota de cuatro costuras puede viajar más rápido y con mayor estabilidad que la de dos costuras.

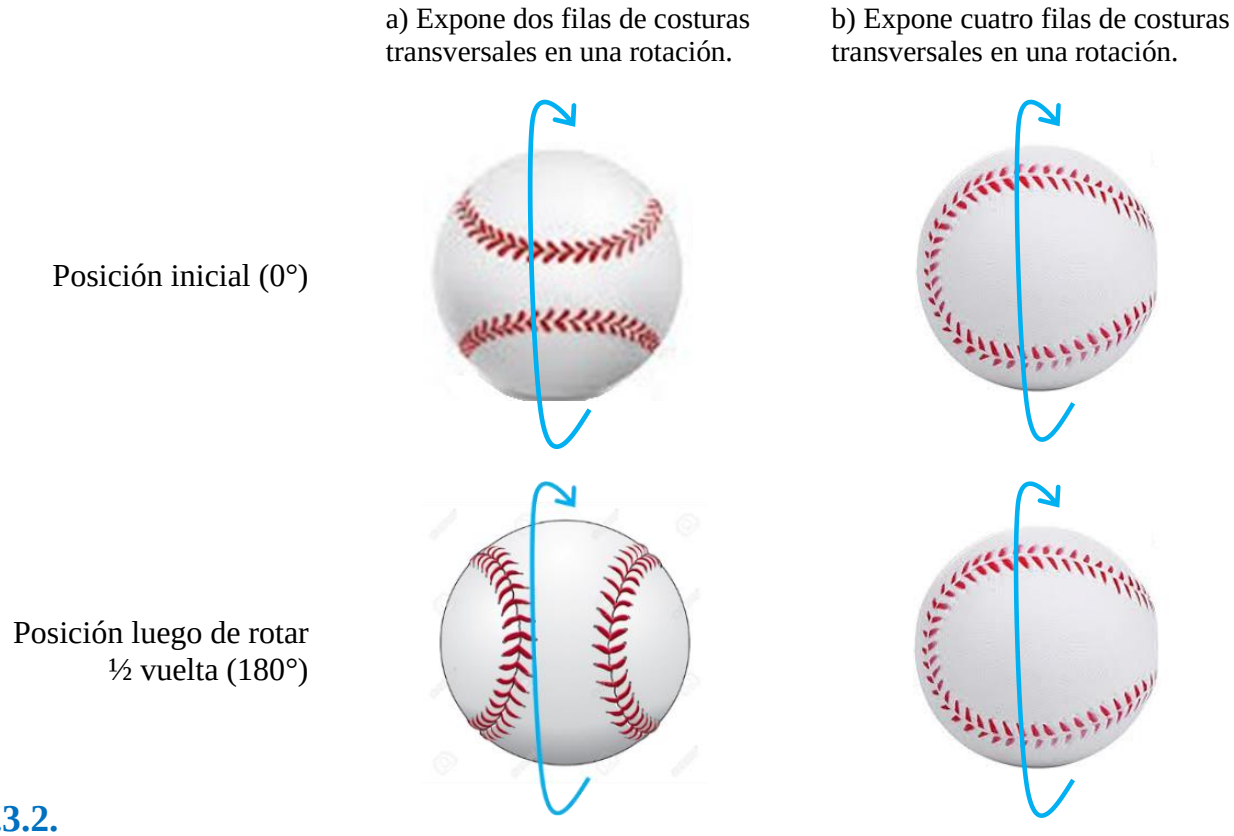


Figura 3.3.2.

Vista desde el plato de una pelota lanzada por el *pitcher* rotando en el sentido mostrado por la flecha, observándose que, dependiendo de la posición inicial, la bola puede exponer dos o cuatro filas de costuras al flujo frontal del aire en cada rotación.

Efectivamente, las mediciones hechas por Statcast en el año 2017 indican que la rapidez promedio para la bola rápida de 4 costuras de todos los lanzamientos hechos en la MLB en el año 2017 fue de 93,2 mph, pero solo de 92,5 mph para la de dos costuras (ver Tabla 3.4.1). Esta es la razón por la cual la bola rápida de 4 costuras es el lanzamiento predilecto en el béisbol. La máxima rapidez medida por Statcast ha sido de 105,1 mph y corresponde a un lanzamiento de cuatro costuras. Por otro lado, la asimetría que presentan las costuras juega un papel fundamental en el lanzamiento de la bola de nudillos, tal como se discute luego en el Cap. 3.13.

3.4 Tipos de lanzamiento

El objetivo del lanzador no es solamente lograr que la bola pase por la zona de *strike*, sino que tiene que ser enviada en una forma tal que se le haga difícil al bateador hacer un buen contacto. Para ello, el lanzador debe controlar tres variables fundamentales para cumplir con este objetivo, como son la ubicación de la pelota, su rapidez y el movimiento que se le imprime. Más específicamente: a) el pitcher debe variar la ubicación de los lanzamientos, colocando la bola en sitios específicos cerca de las esquinas o contornos de la zona de *strike*, difíciles de alcanzar por el bateador; b) debe poder imprimir diferentes rapideces a sus lanzamientos, para alterar la sincronización del tiempo de respuesta del bateador; y c) debe aplicarle rotación a la pelota para introducir una desviación en su trayectoria que confunda al bateador.

Básicamente, hay cuatro tipos de lanzamiento: a) la bola rápida (*fastball*) que alcanza las mayores rapideces y cuya rotación predominante es la rotación hacia atrás (*backspin*), entre los cuales se encuentran la de 4-costuras, la de 2-costuras, la *sinker*, el *cutter* y la *splitter*; b) el cambio, que se lanza como la bola rápida pero con menor rapidez; c) los lanzamientos quebrados o rompientes (*breaking ball*), tales como la curva y el *slider*, llamados así porque la bola parece desviarse bruscamente de su trayectoria original al llegar al plato y cuyos efectos predominantes son la rotación hacia adelante (*topspin*) y la rotación de lado (*sidespin*); y d) los lanzamientos de nudillos (*knuckleball*) que tienen velocidades y rotaciones muy bajas por lo que no generan fuerza de Magnus pero que si embargo pueden experimentar desviaciones bruscas e inesperadas en su trayectoria (véase Cap. 3.29).

La Tabla 3.4.1 presenta las principales características de los lanzamientos típicos (MLB pitch types, 2018), construida en base a datos de Statcast durante la temporada del 2017 de la MLB (Statcast data base, 2018). El sistema Statcast mide la máxima rapidez de la pelota que ocurre justo al momento de ser soltada por el lanzador[3]. La tabla muestra el promedio de todas las rapideces medidas, agrupadas por tipo de lanzamiento. Son 13 tipos ordenados de mayor a menor rapidez. La bola rápida de 4-costuras es la que se lanza a mayor rapidez, con un valor promedio de 93,2 mph. La máxima rapidez medida por Statcast ha sido de 105,1 mph en una bola rápida de 4-costuras y en una *sinker*. Por otro lado, la curva es el lanzamiento que alcanza mayor rapidez de rotación, con un valor promedio de 2.501 rpm, pero se han medido valores máximos de hasta 3.498 rpm (Figura 3.4.1). Nótese que la rapidez rotacional de la *Knuckleball* no aparece en la Tabla 3.4.1. Los autores optaron por no colocar allí el valor reportado por Statcast tomando en cuenta que solo muestran las rapideces por encima de 1.400 rpm y aparentemente no miden los valores más pequeños que caracterizan a este lanzamiento.

La distancia entre el montículo y el plato es de 60 pies 6 pulgadas, medida desde el comienzo del montículo hasta el punto más alejado (esquina trasera) del plato. Tomando en cuenta que el lanzador se inclina hacia adelante y suelta la pelota a unos 5 pies del montículo, la distancia real que recorre la pelota hasta el plato es de aproximadamente 55 pies 6 pulgadas (16,9 m). Esta distancia se usó para calcular el tiempo promedio que tarda la bola en alcanzar el plato (Tabla 3.4.1). La variable "Número de Revoluciones" en la tabla se refiere al número de veces que la bola efectúa un giro completo en su camino al plato, el cual se obtiene multiplicando la rapidez rotacional promedio (rpm) por el tiempo (expresado en minutos) en llegar al plato.

[3] Desde 2017 el sistema Trackman, componente de Statcast, reemplazó el sistema PITCHf/x como medida oficial de la rapidez. El sistema anterior medía la rapidez a 50 o 55 ft del plato. Esto explica porque los lanzadores registraron mayores rapideces el 2017 en relación al 2016.

El lanzamiento más utilizado por los *pitchers* es la bola rápida de 4-costuras (35,1% de las veces), seguida por la *slider* (16,3%) y la bola rápida de 2-costuras (13,1%), tal como se aprecia en la Figura 3.4.2, construida en base a datos de la temporada del año 2017. Los menos utilizados son los lanzamientos de *screwball* (0,01%), *eephus* (0,02%) y *forkball* (0,03%) los cuales se describen más adelante en este capítulo.

Tabla 3.4.1. Características típicas de los lanzamientos en el béisbol, de mayor a menor rapidez o velocidad de salida. Son valores promedio en la MLB para el año 2017 medidos por Statcast (4C es 4-costuras y 2C es 2-costuras).

Tipo de lanzamiento	**Rapidez promedio** (mph)	**Rapidez rotacional promedio** (rpm)	**Tipo de rotación predominante**	**Tiempo en llegar al plato** (sg)	**Número de Revoluciones**
Bola rápida-4C	93,2	2.256	Hacia atrás	0,41	15,3
Bola rápida -2C	92,5	2.169	Hacia atrás	0,41	14,8
Sinker	91,4	2.110	Hacia atrás	0,41	14,6
Cutter	88,4	2.332	Hacia atrás	0,43	16,6
Forkball	87,2	1.635	Hacia adelante	0,43	11,8
Splitter	84,6	1.500	Hacia atrás	0,45	11,2
Slider	84,5	2.366	De lado	0,45	17,7
Cambio	84,2	1.766	Hacia atrás	0,45	13,2
Knuckle-curve	80,5	2.454	Hacia adelante	0,47	19,2
Screwball	79,3	1.993	Hacia adelante	0,48	15,9
Curva	77,9	2.501	Hacia adelante	0,49	20,2
Knuckleball	76,8	-	Ninguna	0,49	-
Eephus	66,9	2.350	Hacia adelante	0,57	22,2

Figura 3.4.1.

Fotografía del momento en que el *pitcher* novato Seth Lugo de los Mets de New York abanica a Xavier Scruggs de los Marlins el 30/08/2016, con una curva cuya rapidez de rotación fue medida en 3.498 rpm, tal como indica el sistema Statcast en el centro de la foto[4]. Esta es la mayor rapidez rotacional registrada desde que se inició Statcast en 2015.

[4] Ver video en: https://www.mlb.com/news/seth-lugo-sets-statcast-curveball-spin-record/c-198720622.

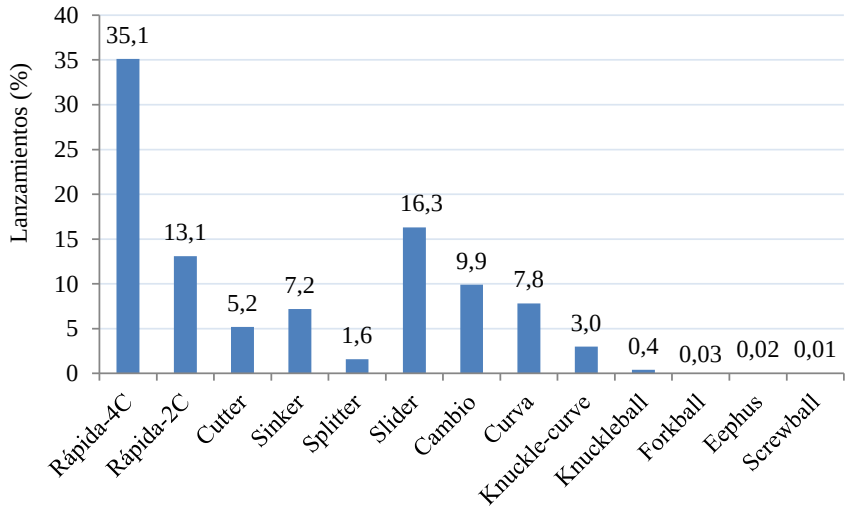


Figura 3.4.2.

Porcentaje de cada tipo de lanzamiento efectuado durante la temporada del 2017 (datos extraídos de Statcast el 2019).

3.5 Tipos de rotación

Los tipos de rotación que puede adquirir una pelota en movimiento, lanzada o bateada, han sido descritos en 2.11. En los lanzamientos del *pitcher* los cuatro tipos básicos de rotación se muestran en la Figura 3.5.1, vistos desde la perspectiva del bateador, Se supone un lanzamiento con el brazo en posición vertical (Figura 3.5.2). La pelota puede tener rotación hacia atrás, rotación hacia adelante o rotación de lado, en un sentido y en sentido inverso. Las figuras 3.5.1 muestran para cada caso el sentido de la rotación, el eje de rotación y su ángulo λ, y el vector velocidad rotacional cuya magnitud o rapidez es ω. Se indica también el vector de la Fuerza de Magnus de módulo F_m. La dirección y sentido del vector de la Fuerza de Magnus indica la desviación de la pelota (rompimiento) inducido por la rotación. No se muestra un caso con rotación de tirabuzón (de eje paralelo a la trayectoria de la pelota) por no ser utilizado por los lanzadores debido a que no genera una desviación de la pelota (la fuerza de Magnus vale cero).

El ángulo λ se define como el ángulo que forma el eje de rotación con respecto a una línea horizontal cuyo sentido positivo es hacia la derecha del receptor, de acuerdo al sistema de coordenadas definido previamente (ver Figura 1.5.1). Para $\lambda = 0^o$ la rotación es hacia adelante (puro *topspin*); para $\lambda = 90^o$ es de lado (puro *sidespin*) en sentido antihorario; Para $\lambda = 180^o$ es hacia atrás (puro *backspin*); para $\lambda = 270^o$ es de lado (puro *sidespin*) en sentido horario. Valores intermedios corresponden a pelotas con rotación hacia adelante o hacia atrás combinada con rotación de lado.

El tipo de rotación que adquiere la pelota depende de la orientación de su eje de rotación el cual a su vez depende de la inclinación del brazo del lanzador, del agarre de la bola y del movimiento de la muñeca en el momento de soltar la pelota. El dibujo de la Figura 3.5.2 muestra la inclinación típica del brazo en el momento de lanzar, donde el ángulo δ se define como el ángulo que forma el eje del brazo en relación a la vertical. La mayoría de los lanzadores sueltan la pelota con aproximadamente ¾ de inclinación del brazo lo que equivale a decir que el ángulo δ es aproximadamente 45°. Unos lanzadores sueltan la bola con el brazo en posición casi vertical (δ=0°). Algunos pocos lanzadores sueltan la pelota de lado ($\delta = 90^o$) y otros muy pocos la lanzan por debajo

del brazo ($\delta > 90^o$). En la mayoría de los casos la rotación que adquiere la pelota contiene un poco de rotación de eje horizontal (Figuras 3.5.1.a o b) y un poco de rotación de eje vertical (Figuras 3.5.1.c o d). Adicionalmente, mediciones de campo revelan que en algunos casos puede aparecer una componente de rotación de tirabuzón[5] mezclada con los cuatro tipos básicos de la Figura 3.5.1.

a) Rotación hacia atrás (*backspin*) b) Rotación hacia adelante (*topspin*) c) Rotación de lado (*sidespin*) d) Rotación de lado, invertida (*sidespin*)

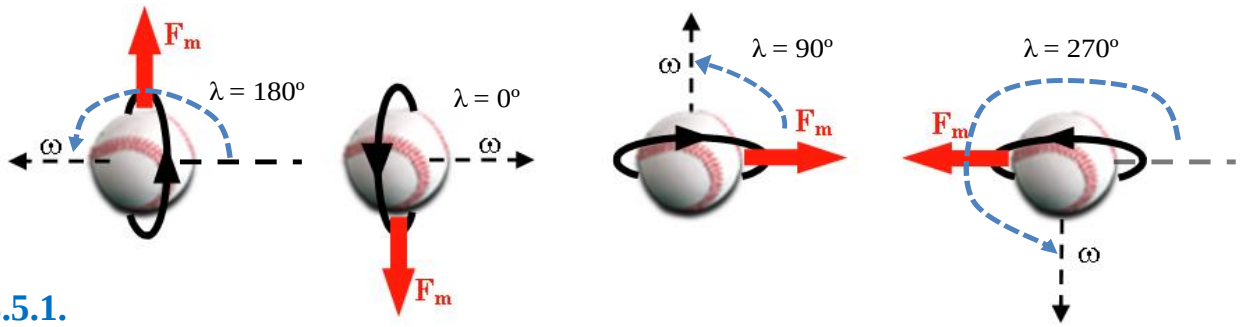


Figura 3.5.1.

Tipos básicos de rotación en los lanzamientos de un *pitcher*, con el brazo en posición vertical, visto desde la perspectiva del bateador. La flecha curva (línea gruesa) indica el sentido de la rotación. La línea recta discontinua con su flecha indica el eje de rotación y el vector rotacional cuya rapidez es ω. La línea curva discontinua indica el ángulo del eje de rotación (λ). La flecha roja es la Fuerza de Magnus (F_m) que indica la dirección de la desviación del movimiento inducido por la rotación.

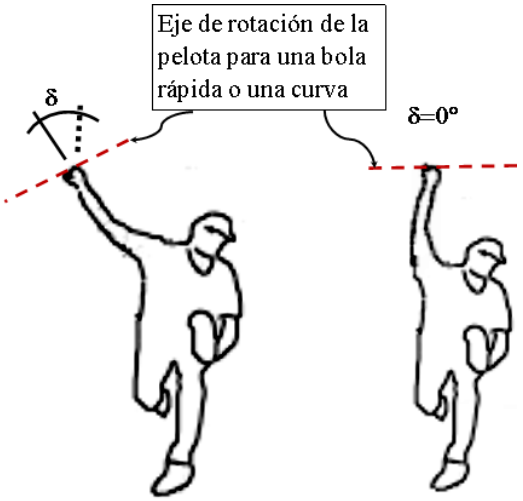


Figura 3.5.2.

Ángulo (δ) que forma el brazo del lanzador con la vertical en el momento de soltar la pelota. Se indica también el eje de rotación para cualquiera de los dos lanzamientos (bola rápida o curva), ya sea con el brazo vertical (dibujo derecho) o con el brazo inclinado (dibujo izquierdo).

[5] La rotación de tirabuzón (*gyrospin*) se produce cuando el eje de rotación coincide con la dirección del movimiento de la pelota, por lo que no se genera fuerza de Magnus y no se modifica la trayectoria de la pelota (ver Cap. 2.10 y Figura 2.10.1). Es por esta razón que los lanzadores no producen deliberadamente lanzamientos en tirabuzón.

3.6 Ángulo del eje de rotación

El ángulo que tiene el eje de rotación de la pelota en el momento del lanzamiento es clave para definir el efecto que se le transmite y la desviación que ella adquiere en su trayectoria. El lanzador no tiene que saber cuál es ese ángulo, pero para los físicos y estudiosos del tema, es importante su determinación para entender mejor el movimiento de la pelota de béisbol y el arte de los lanzamientos del *pitcher*. Durante los últimos años ese problema ha sido resuelto con el advenimiento del sistema PITCHf/x que, usando cámaras de video detrás y arriba del plato, es capaz de monitorear con gran precisión cada lanzamiento hecho por los lanzadores de la MLB. De esta forma el sistema suministra información relativa a las coordenadas del punto de lanzamiento, la rapidez de salida y la rapidez de rotación de la bola, el ángulo del eje de rotación, el movimiento (deflexión) horizontal y vertical que sufre la bola en su recorrido y el tipo de lanzamiento efectuado (Brooksbaseball, 2020).

La Figura 3.6.1 muestra un gráfico de la rapidez de la pelota y del ángulo del eje de rotación (λ), medidos por el sistema PITCHf/x para los cinco principales lanzamientos de Gerrit Cole en el período 2013-2019. El tamaño de cada círculo en la figura representa la frecuencia relativa de ese lanzamiento. La rapidez de sus lanzamientos oscila entre 80 mph para la curva y 99 mph para la bola rápida de cuatro costuras. El ángulo del eje de rotación (λ) de sus lanzamientos varía entre 32º para la curva y 268º para el cambio. Para entender mejor esta información, se ha preparado el gráfico de la Figura 3.6.2 que se complementa con la Tabla 3.6.1.

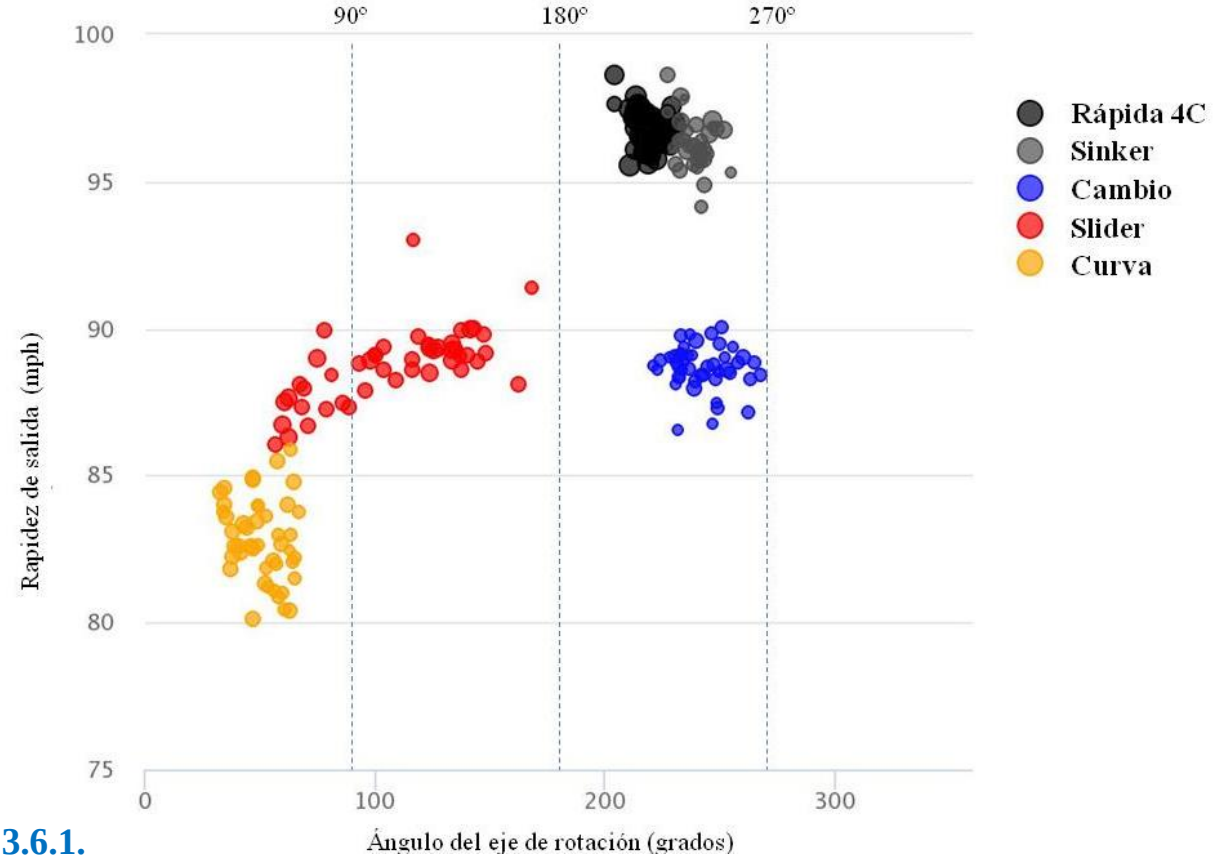


Figura 3.6.1.

Valores promedio del ángulo del eje de rotación (λ) medido por el sistema PITCHf/x para los cinco lanzamientos típicos de Gerrit Cole en el período 2013-2019 (Brooksbaseball, 2020).

La Figura 3.6.2 presenta un círculo circunscrito sobre el plano vertical (x, z) mirando desde la perspectiva del receptor. Se supone que la pelota gira manteniendo siempre su eje de rotación en el plano vertical, sin componente fuera del plano (rotación de tirabuzón). Se indican en el gráfico el vector rapidez rotacional y el sentido de la rotación para los casos puntuales de $\lambda = 0$ (pura rotación hacia adelante), $\lambda = 90^o$ (pura rotación de lado en sentido anti horario); $\lambda = 180^o$ (pura rotación hacia atrás) y $\lambda = 270^o$ (pura rotación de lado en sentido horario). También se indica la dirección y sentido de la fuerza de Magnus (flecha gruesa). La Tabla 3.6.1 muestra el tipo de rotación y la dirección y sentido de la fuerza de Magnus para ángulos del eje de rotación variando entre 0º y 360º.

Como un ejemplo, del gráfico 3.6.1 observamos que el ángulo del eje de rotación (λ) para los lanzamientos de bola rápida y *sinker* de Gerrit Cole está comprendido aproximadamente entre 180º y 270º. La Tabla 3.6.1 nos indica que estos lanzamientos tienen rotación hacia atrás y de lado en sentido horario, por lo que la fuerza de Magnus está dirigida hacia arriba y hacia la izquierda (desde la perspectiva del receptor).

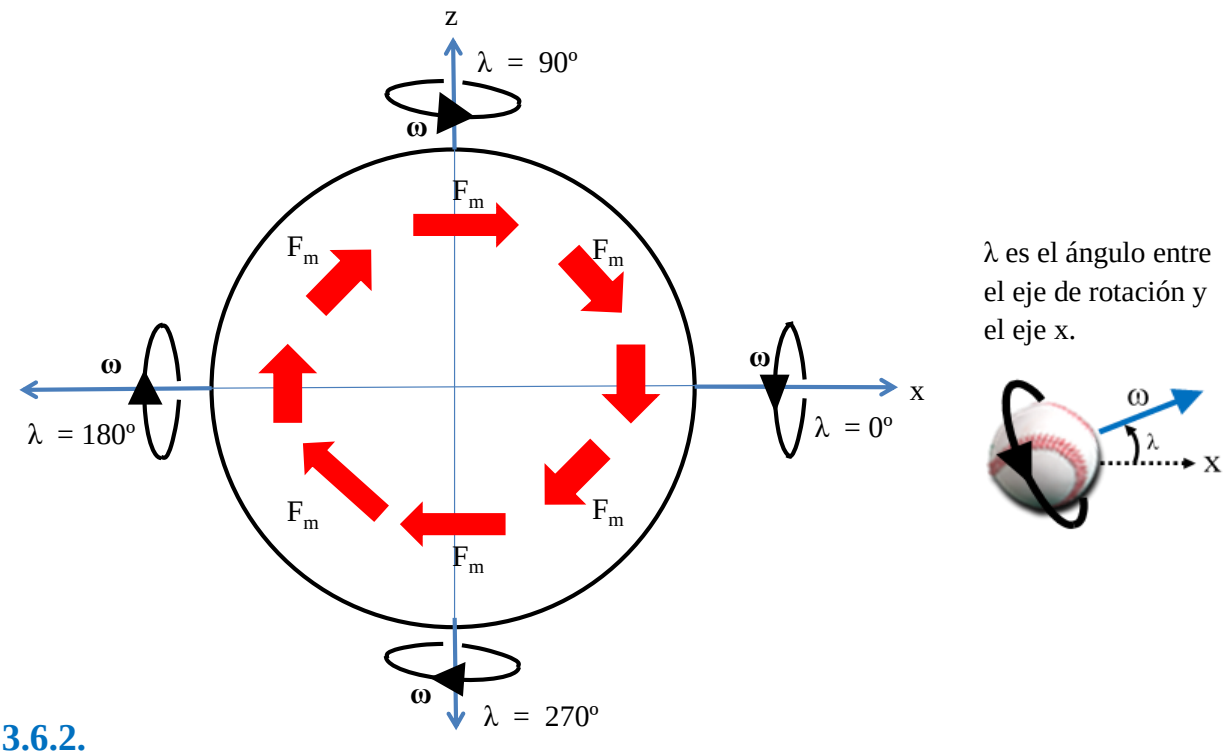


Figura 3.6.2.

Circulo indicativo de la dirección de la fuerza de Magnus F_m y del ángulo λ del eje de rotación. El círculo está inmerso en un plano vertical visto desde la perspectiva del receptor. Las flechas curvas indican el sentido de rotación de la bola en los cuatro ángulos λ significativos; las flechas azules indican el eje de rotación y el vector rapidez rotacional ω; las flechas gruesas de color rojo indican la dirección y sentido de la fuerza de Magnus.

Tabla 3.6.1. Tipo y sentido de rotación y dirección de la fuerza de Magnus (F_m) para ángulos del eje de rotación (λ) de los lanzamientos típicos variando entre 0º y 360º (el término derecha o izquierda se refiere a la dirección vista desde la perspectiva del receptor).

Ángulo del eje de rotación λ (°)	**Dirección Fuerza de Magnus F_m**	**Rotación tipo**	**Sentido de rotación de lado**	**Lanzamiento tipo**
0	Hacia abajo	Solo hacia adelante	-	Curva
$0 < \lambda < 90$	Abajo y derecha	Hacia adelante y de lado	Anti horario	Curva *Slider*
90	Derecha	Solo de lado	Anti horario	*Slider* (lanzador derecho)
$90 < \lambda < 180$	Arriba y derecha	Hacia atrás y de lado	Anti horario	*Cutter* *Slider*
180	Arriba	Solo hacia atrás	-	Rápida 4C
$180 < \lambda < 270$	Arriba e izquierda	Hacia atrás y de lado	Horario	Rápida 4C *Sinker* *Splitter* Cambio
270	Izquierda	Solo de lado	Horario	*Slider* (lanzador zurdo)
$270 < \lambda < 360$	Abajo e izquierda	Hacia adelante y de lado	Horario	*Screwball* *Slider* para lanzador zurdo
360	Abajo	Solo hacia adelante	-	Curva

3.7 Agarre de la pelota

La manera como el lanzador sujeta la pelota tiene una influencia principal en la trayectoria de la misma. Cada tipo de lanzamiento se asocia a un agarre particular (denominado *grip* en inglés). Un mismo lanzador puede hacer lanzamientos distintos con la misma inclinación del brazo, dado que al variar el agarre de la pelota y el movimiento de la muñeca puede producir diferentes rapideces, rotaciones y ejes de rotación. La Figura 3.7.1 muestra el agarre usual de varios lanzamientos típicos los cuales se analizan más adelante.

a) Bola rápida de 4 costuras.

b) Bola rápida de 2 costuras.

c) *Splitter*

d) Cambio.

e) Curva.

f) *Slider*.

g) *Cutter*.

h) bola de nudillos (*knuckleball*).

i) *knuckle-curve*.

Figura 3.7.1.

Tipos de agarre de algunos lanzamientos típicos (Ellis, 2018a y 2018b).

3.8 Trayectoria del lanzamiento y efectos de la rotación

Con la intención de describir en un dibujo la trayectoria de una pelota lanzada por el pitcher, se utiliza una perspectiva vista desde atrás del receptor, como se ilustra en la Figura 3.8.1.a. El acercamiento a la fotografía de la zona de strike (Figura 3.8.1.b), permite visualizar al lanzador y a la trayectoria de la pelota, el cual es el objetivo del dibujo que se muestra en la Figura 3.8.1.c. Este dibujo es una perspectiva frontal vista desde un observador situado detrás del árbitro aproximadamente a un metro más arriba del punto más alto de la zona de *strike*.

a) Vista general, agregando la zona de *strike*. b) Acercamiento c) Perspectiva

Figura 3.8.1

Fotografía del lanzamiento del pitcher tomada desde un poco más atrás del plato; a la derecha se muestra una imagen de la simulación de la trayectoria de la bola, vista en perspectiva desde un observador situado detrás del árbitro aproximadamente a un metro más arriba del punto más alto de la zona de strike. El recuadro indica la zona de strike dividida en nueve celdas.

En las Figuras 3.8.2 a 3.8.4 se muestran los lanzamientos más utilizados en el béisbol, descritos para un lanzador derecho. Cada Figura corresponde a una inclinación del brazo de lanzar o valores de δ (Figura 3.5.2): 0° (vertical), 22° y 45°, correspondientes a las figuras 3.8.2, 3.8.3 y 3.8.4, respectivamente.

Cada figura tiene dos partes; en la parte superior se indica el recorrido de la bola y su llegada a la zona de *strike* y la inclinación del brazo del lanzador derecho. La zona de *strike* se identifica por el rectángulo el cual se ha dividido en 9 celdas. En la parte inferior se muestra un dibujo tridimensional de la dirección y sentido de la rotación y de la fuerza de Magnus al momento de ser lanzada la pelota, visto desde la perspectiva del receptor y del bateador. Esta fuerza es la que ocasiona la desviación (rompimiento) de la pelota en las cercanías del plato. El dibujo es en un plano vertical perpendicular a la dirección de la trayectoria.

La dirección y sentido de la fuerza de Magnus indica hacia donde se desvía la bola de su trayectoria original. La fuerza de Magnus es simultáneamente perpendicular al vector velocidad y al vector velocidad rotacional. Desde un punto de vista práctico, la dirección de la fuerza de Magnus puede

identificarse fácilmente, porque la trayectoria siempre se desvía en la dirección hacia donde gira el frente de la pelota.

La parte superior en las figuras muestra la perspectiva frontal descrita previamente en la Figura 3.8.1.c. Para hacerla se ha supuesto una salida de la pelota (mano del *pitcher*) a una altura aproximada de 1,80 metros (6 pies) y a una distancia horizontal del centro del montículo la cual depende de la inclinación del brazo del lanzador: 0 cm para el brazo en posición vertical coincidiendo con el centro del montículo, aproximadamente 15 cm (6") para el brazo con una inclinación de 22° y aproximadamente 30 cm (12") para el brazo a 45°.

La Figura 3.8.2 muestra tres lanzamientos con el brazo en posición vertical: la bola rápida, la curva y la *slider*. La bola rápida sale con solo rotación hacia atrás, de eje horizontal, por lo que ésta no curveará hacia ningún lado, con la fuerza de Magnus hacia arriba oponiéndose a la fuerza de gravedad lo cual hace que la bola caiga menos. La bola curva es similar pero la rotación es ahora hacia adelante lo que hace que la fuerza de Magnus sea hacia abajo induciendo una caída de la bola adicional al efecto de la gravedad. En la *slider*, la rotación es de lado, de eje vertical, con la fuerza de Magnus apuntando a la derecha y provocando la desviación (rompimiento) de la trayectoria originalmente recta alejándola del bateador derecho. En el caso de un lanzador zurdo, las figuras de la bola rápida y la curva no sufren modificaciones, pero para la *slide*r se invierte el sentido de la rotación y la fuerza de Magnus rota 180° con lo que la bola curvearía apuntando hacia el bateador derecho en lugar de alejarse.

El lanzamiento con el brazo inclinado induce una trayectoria que lleva simultáneamente rotación hacia atrás (o hacia adelante) y rotación de lado. La Figura 3.8.3 muestra tres lanzamientos con el brazo ligeramente inclinado 22° con relación al eje vertical. En la construcción de estas figuras se ha supuesto que el agarre de la pelota es el mismo que el usado en el caso anterior del brazo vertical (Figura 3.8.2), modificando solo la inclinación del brazo. Por tanto, suponemos que el eje de rotación es perpendicular al eje del brazo en los casos a y b de la Figura 3.8.3 y paralelo al eje del brazo en el caso c. Ahora la bola rápida tiene también rotación de lado, además de la rotación hacia atrás, haciendo que adicionalmente curvee hacia el bateador derecho al llegar al plato. En el caso de la curva, a la rotación hacia adelante se le ha agregado ahora rotación de lado que produce, adicionalmente al hundimiento, un alejamiento de la bola del bateador derecho. Al lanzamiento en *slider*, la inclinación del brazo da lugar a rotación hacia atrás que induce una menor caída vertical de la bola que se añade al movimiento lateral que la aleja del bateador derecho. Sin embargo, otros lanzamientos en *slider* pueden tener rotación hacia adelante, en lugar de rotación hacia atrás, induciendo un hundimiento de la bola además del movimiento lateral señalado. Esta es la razón por la cual dos autores, especialistas en la física del béisbol, describen la *slider* con rotaciones distintas, lo cual pareciera ser contradictorio; Cross (2010) la presenta con rotación hacia atrás mientras que Bahill y Balwin (2008) la describen con rotación hacia adelante. Sin embargo, la realidad es que la *slider* puede mostrar cualquiera de esos dos sentidos de rotación lo cual se puede observar en la inclinación del eje de rotación en los lanzamientos hechos por cualquier lanzador en la MLB medida por el sistema PITCHf/x y reportada en http://www.brooksbaseball.net. Este tema se trata luego en el Cap. 3.12.

En el caso de un lanzador zurdo, se invierten las curvaturas mostradas en la Figura 3.8.3 y la bola rápida se alejaría del bateador derecho mientras que la curva y la *slider* se acercarían en lugar de alejarse.

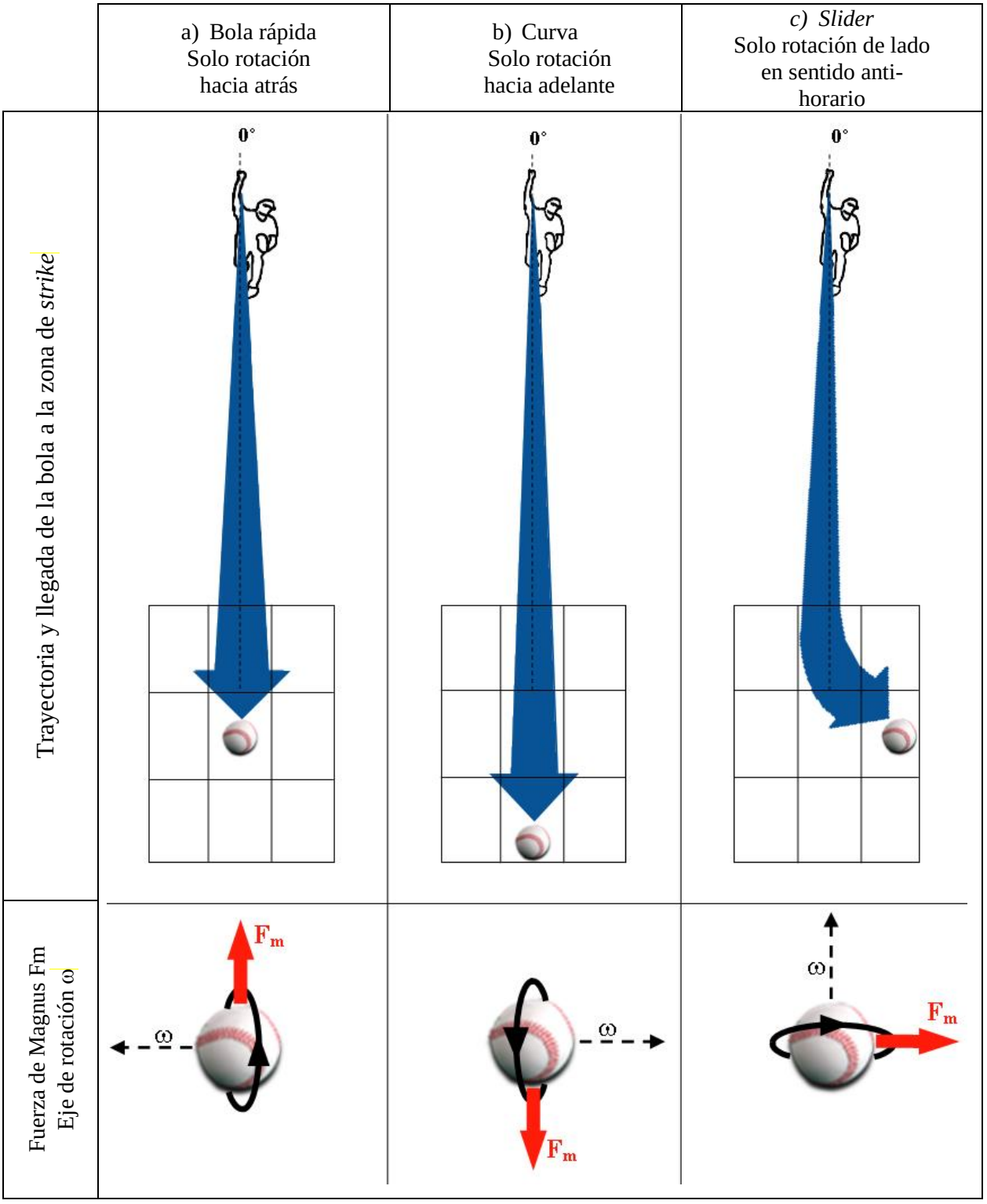


Figura 3.8.2.

Trayectorias de los lanzamientos básicos con el brazo en posición vertical (δ=0°): Bola rápida, curva y *slider*, vistas desde la perspectiva de atrás del plato. La flecha curva indica el sentido de la rotación. La fuerza de Magnus (F_m) señala la dirección y sentido de la desviación de la bola debida a su rotación.

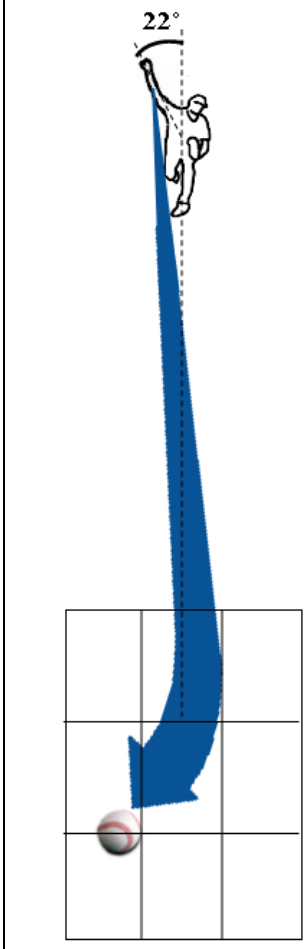
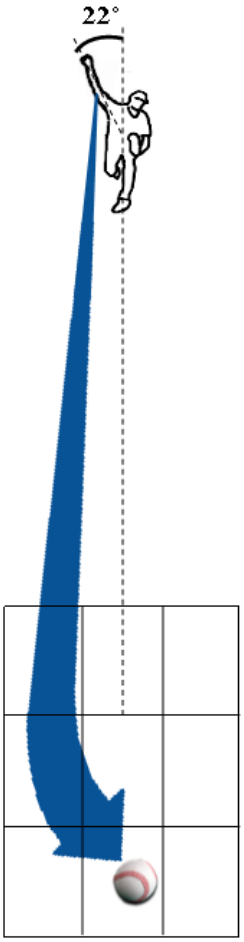
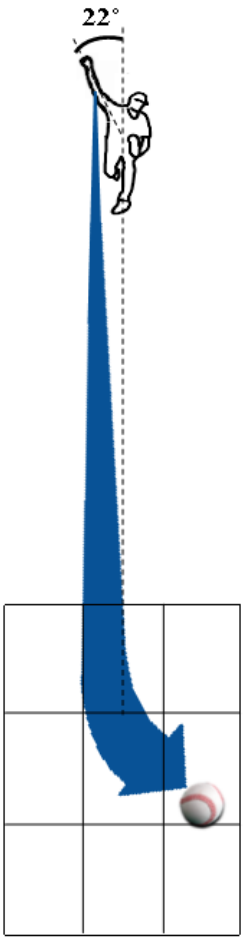
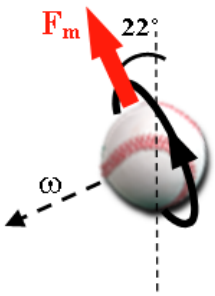
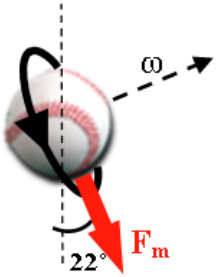
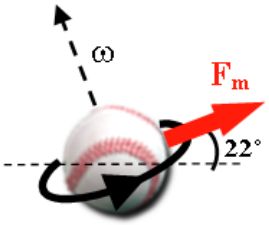
	a) Bola rápida Rotación hacia atrás, pero también rotación de lado en sentido horario.	b) Curva Rotación hacia adelante con algo de rotación de lado en sentido anti-horario.	*c) Slider* Rotación de lado en sentido anti-horario con algo de rotación hacia atras
Trayectoria y llegada de la bola a la zona de *strike*			
Fuerza de Magnus Fm Eje de rotación ω			

Figura 3.8.3.

Trayectorias de los lanzamientos con el brazo inclinado a δ=22°: Bola rápida, curva y *slider*, vistas desde la perspectiva de atrás del plato. La flecha curva indica el sentido de la rotación. La fuerza de Magnus (F_m) señala la dirección y sentido de la desviación de la bola debida a su rotación.

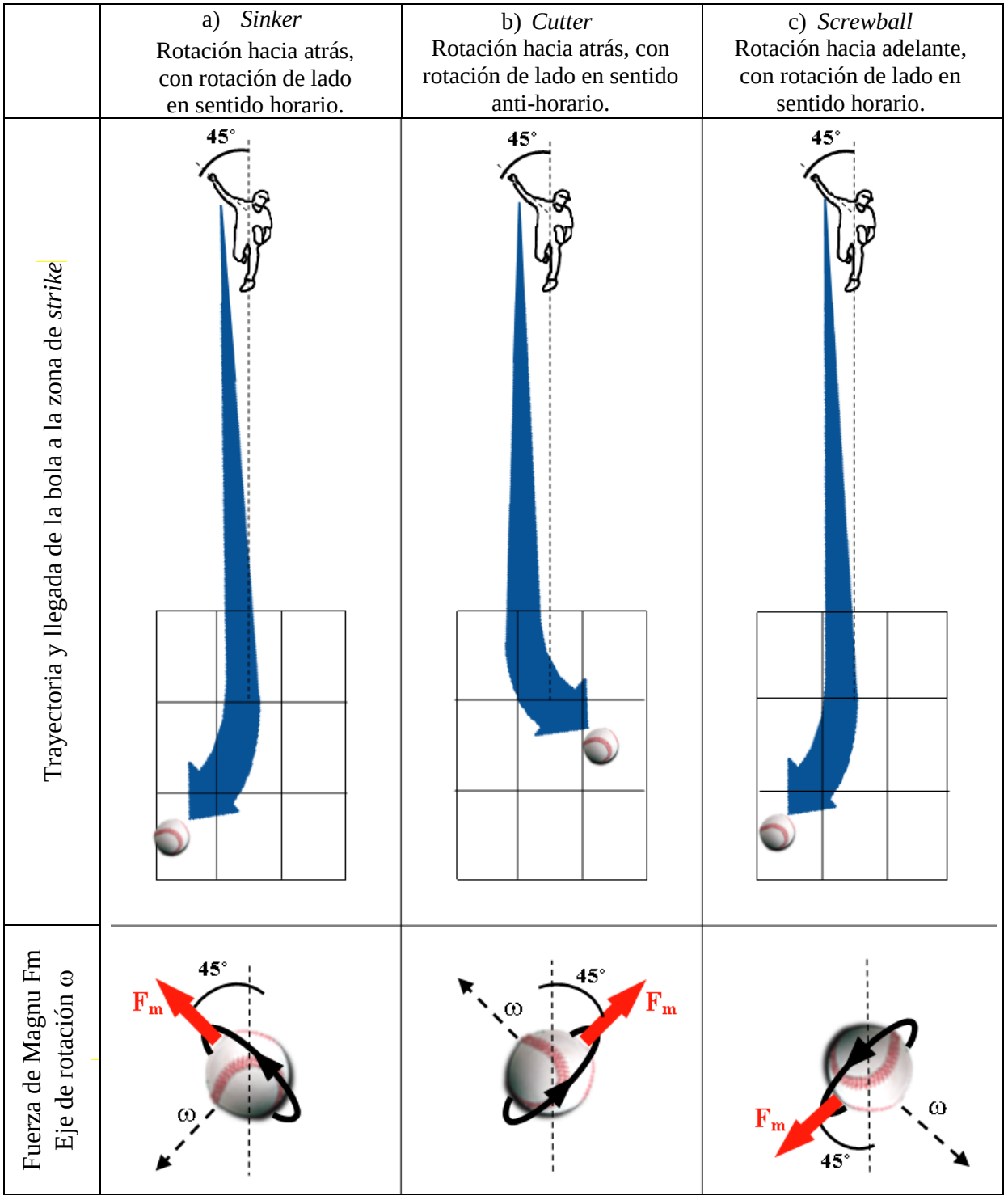


Figura 3.8.4.

Trayectorias de los lanzamientos con el brazo inclinado a δ=45°, vistos desde la perspectiva de atrás del plato. La *Sinker* y la *Cutt*er son bolas rápidas que muestran un gran rompimiento a su llegada al plato debido a la rotación de lado. La *Screwball* es similar a la curva, pero con rotación de lado opuesta. La fuerza de Magnus (F_m) señala la dirección y sentido de la desviación de la bola debida a su rotación.

Una mayor inclinación del brazo se asocia usualmente con los lanzamientos de bola rápida denominados s*inker* y *cutter* ilustrados en la Figura 3.8.4 para un ángulo de 45°. Para construir esta figura se ha supuesto que el eje de rotación es perpendicular al eje del brazo en el caso a y paralelo en los casos b y c. La s*inker* contiene una componente importante de rotación de lado, además de la rotación hacia atrás, que suele dar lugar a una desviación sustancial de la bola al llegar al plato, dirigida hacia dentro del bateador derecho. Al contrario, la c*utter* posee una rotación de lado en sentido contrario a la s*inker*, que origina un rompimiento hacia afuera del bateador derecho. Aun cuando son lanzamientos considerados como bolas rápidas por su rapidez y rotación hacia atrás, la gran inclinación del eje de rotación da lugar a una fuerza de Magnus que origina un rompimiento significativo en dirección horizontal. En el caso de un lanzador zurdo, se invierten las curvaturas mostradas en la Figura 3.8.4 y por tanto la bola con *sinker* se alejaría y la *cutter* se acercaría al bateado derecho.

Nótese que cualquiera de los lanzamientos ejemplificados en las Figuras 3.8.2 a 3.8.4 es un resultado de combinar dos de los cuatro tipos básicos de rotación descritos en la Figura 3.5.1. La bola rápida (Figura 3.8.2.a) es la suma de a y d. La curva (Figura 3.8.2.b) es la suma de b y c. La slider (Figura 3.8.2.c) es la suma de a y c. La *sinke*r (Figura 3.8.3.a) es la suma de a y d. La *cutter* (Figura 3.8.3.b) es la suma de a y c, y la *screwball* (Figura 3.8.3.c) es la suma de b y d. Similarmente para el cambio y la *splitter* que serían la suma de a y c. El único lanzamiento que no se representa por una combinación de dos tipos básicos de rotación es la *knuckleball* porque la rotación es mínima y por tanto la fuerza de Magnus es despreciable. En esta suma de dos tipos básicos de rotación, cada uno de ellos tiene un peso en relación al otro, dependiendo de la inclinación del brazo y de los detalles del agarre que use cada lanzador. Ajustando la matemática, notamos que en relación a la Figura 3.5.1 se tiene que la rotación b es igual a –a y la rotación d es igual a –c, por lo que de las cuatro rotaciones básicas solo hay dos independientes y por tanto cualquier lanzamiento se puede expresar como una combinación lineal de las dos rotaciones básicas denominadas a y c, multiplicada cada una por su correspondiente peso relativo con su correspondiente signo (+ o -).

3.9 La bola rápida (*fastball*)

La bola rápida es el lanzamiento más común en el béisbol. Algunas personas la denominan recta, pero dado que la mayoría de estos lanzamientos poseen una componente de movimiento lateral, en el texto preferimos la denominación de bola rápida. Se lanza con rotación hacia atrás (*backspin*) la cual se genera por la fricción entre los dedos (índice y dedo medio) y la pelota y sus costuras, al halarla hacia abajo en el momento en que la pelota es liberada. La rotación hacia atrás genera una fuerza de Magnus hacia arriba (ver Figura 3.5.1.a) que hace que la pelota caiga menos de lo esperado, causando una ilusión óptica en el bateador de creer que la pelota está subiendo. Sin embargo, la física nos indica que es imposible que la pelota suba porque, la fuerza de Magnus que la hala hacia arriba es siempre inferior a la fuerza de gravedad, es decir al peso de la pelota que la atrae hacia abajo, tal como se aprecia en la Figura 2.1.4 del Cap. 2. Esto sería posible solo con una pelota mucho más liviana que al imprimirle suficiente rapidez rotacional hacia atrás se logra que la fuerza de Magnus pueda superar a la fuerza de gravedad. Es un experimento que se puede hacer en casa, con una bola muy liviana, por ejemplo, de plástico y hueca, y observar como sube venciendo la fuerza de gravedad al ser lanzada en línea recta con suficiente rapidez y rotación hacia atrás. Al respecto véase una demostración en el video cuyo enlace se indica a pie de página[6].

[6] http://www.physics.usyd.edu.au/~cross/Sphere.MOV

A continuación, se describen los lanzamientos que entran en esta categoría de bola rápida, cuya característica común es que todos tienen rotación predominante hacia atrás, aun cuando algunos pueden tener también una componente de rotación de lado.

a. La bola rápida de cuatro costuras

La bola rápida de 4-costuras, en inglés *4-seam fastball*, es considerado el lanzamiento donde la pelota viaja con la trayectoria más recta y a mayor rapidez. Puede ser lanzada con el brazo en posición vertical (Figura 3.8.2.a) con lo que su trayectoria es rectilínea (en un plano horizontal) o lanzada con alguna inclinación del brazo por lo que un *pitcher* derecho le imparte una desviación hacia dentro de un bateador derecho (Figura 3.8.3.a). La trayectoria de este lanzamiento se describe en detalle y se compara con la *splitter* en el Capítulo 3.21. La bola se agarra con los dedos en la parte más ancha de las costuras, de forma que el índice y el dedo medio tocan dos costuras perpendicularmente (Figura 3.7.1.a). Así se logra que con cada rotación de la pelota el flujo de aire entre en contacto con cuatro filas transversales de costuras, aumentando la turbulencia, reduciendo la resistencia del aire y dándole mayor rapidez y estabilidad. La mayoría de estas pelotas son lanzadas entre 85 y 100 mph, pero valores de hasta 105 mph han sido medidas por Statcast. El record al presente en la MLB es un lanzamiento del cubano Aroldis Chapman el 18/7/2016, que registró 105,1 mph. Las rapideces máximas de rotación pueden alcanzar hasta 2.700 rpm.

b. La bola rápida de dos costuras

Llamada en ingles *2-seam fastball*, se lanza con los dedos medio e índice sujetando la pelota a lo largo de las costuras en su parte más estrecha, por lo que durante la rotación se exponen solamente dos costuras transversales al paso del aire (Figura 3.7.1.b). La trayectoria es similar a la descrita para la bola rápida de 4 costuras (Figuras 3.8.2.a y 3.8.3.a). Las dos costuras generan menos turbulencia que las cuatro costuras, por lo que el flujo se separa más temprano, creando una amplia estela de remolinos con mayor resistencia al movimiento y mayor inestabilidad. El resultado es una pelota que viaja con menor rapidez y menor rotación que la de cuatro costuras. Las rapideces típicas varían entre 82 y 98 mph, con rotaciones cercanas a 2.100 rpm. El valor máximo medido por Statcast ha sido de 104,9 mph, en un lanzamiento de Aroldis Chapman el 10/08/2016. Al viajar con menor rapidez y menor rotación, la bola se hunde más que la de cuatro costuras cuando llega al plato, por lo que este tipo de lanzamiento se confunde frecuentemente con la *sinker*.

c. La *sinker*

Para algunos analistas este lanzamiento es casi el mismo que la bola rápida de dos costuras. La rapidez y la rotación promedio medidas el año 2017 para la *sinker* fueron de 91,5 mph y 2.113 rpm, muy similares a la de dos costuras (Tabla 3.4.1). Algunos lanzadores sujetan la bola como se muestra en la Figura 3.7.1.b excepto que los dedos ahora descansan sobre el cuero liso y no sobre las costuras, por lo que hay menos fricción y la bola se desliza de la mano con menor rotación que la de cuatro costuras. Al llegar al plato con menor rapidez de traslación y de rotación que la bola rápida de 4 costuras, menor es la fuera ascendente de Magnus y por tanto el efecto de la gravedad ocasiona el hundimiento característico de la bola que da origen a su nombre de *sinker* (Figura 3.8.4.a). Es por ello que este lanzamiento suele conducir en muchas ocasiones a que el bateador golpeé la bola en su porción superior y produzca rodados al cuadro. Algunos lanzadores sueltan la pelota con un ángulo de inclinación (δ) del brazo cercano a 45° (Figura 3.5.2) por lo que le imprimen a la bola una rotación de lado significativa que ocasiona un importante rompimiento o movimiento lateral. La tendencia de la pelota, lanzada por un pitcher derecho, es moverse hacia abajo y hacia adentro de un bateador derecho, o hacia afuera de un bateador zurdo. Un especialista

de este lanzamiento es Jordan Hicks cuya *sinker* se puede desplazar lateralmente en algunas ocasiones hasta unos 36 cm como se puede apreciar en este video[7]. Ver una simulación de este lanzamiento en el Cap. 3.22.

Desde el año 2015 al 2017, las máximas rapideces medidas por Statcast correspondían a rectas de cuatro costuras, pero en el 2018 han aparecido las *sinkers* con valores de hasta 105,1 mph, tal como la registrada en un lanzamiento de Jordan Hicks de los Cardenales de San Luis el 20/05/2018 con el cual igualó el máximo registro de rapidez de un lanzamiento que pertenecía a Aroldis Chapman con una bola rápida de cuatro costuras.

d. La *cutter*

Algunos analistas la denominan recta cortada, pero nosotros preferimos mantener la denominación inglesa *cutter* por que la trayectoria no es recta, tiene un rompimiento importante. Es una mezcla entre la bola rápida y la *slider* con rapideces entre 85 y 95 mph y rapideces de rotación en el orden de 2.300 rpm. Se lanza con rotación hacia atrás y con rotación de lado en sentido contrario a la *Sinker* (Figura 3.8.4.b). Usualmente el agarre es similar a la recta de cuatro costuras (Figura 3.7.1.a) pero se sujeta ligeramente fuera del centro, hacia la parte de afuera de la pelota (Figura 3.7.1.g), lo cual hace que la bola adquiera rotación de lado además de hacia atrás. Partiendo del agarre de 4-costuras (Figura 3.7.1.a) o algunas veces del agarre de 2-costuras (Figura 3.7.1.b), la intención es mantener el pulgar en la misma posición debajo de la pelota y mover el dedo índice y medio hacia la derecha, para un lanzador derecho, o hacia la izquierda para un lanzador zurdo. El movimiento y la velocidad del brazo son similares que para la bola rápida. Si el lanzador es derecho el lanzamiento se debe mover unos pocos centímetros hacia afuera de un bateador derecho, o hacia adentro de un bateador zurdo, justo para evadir el punto óptimo de contacto del bate (Figura 3.8.4.b). La *Cutter* la hizo famosa el panameño Mariano Rivera de los Yankees (Figura 3.8.5.a), sin duda el mejor cerrador de todos los tiempos en la MLB, quien la usaba más del 90% de las veces, y era conocido por la gran cantidad de bates que quebraba a los bateadores zurdos; en un caso extremo, le quebró tres bates a Ryan Klesko en un mismo turno, en un partido contra los Bravos de Atlanta en la Serie Mundial de 1999[8]. Era tal el dominio de Rivera que algunos bateadores ambidextros preferían batearle a la derecha, siendo un lanzador derecho, en contra de la práctica común de que un bateador zurdo lo hace mejor ante un lanzador derecho que ante uno zurdo.

e. La *splitter* o bola rápida de dedos separados

Conocida por su término en inglés como la *split-finger fastball* o *splitter*, es otra variante de la bola rápida, pero en este caso ésta sale con menor rapidez de rotación hacia atrás, por lo que cae más rápido al llegar al plato. La rapidez promedio está en el orden de 85 mph con rotaciones de 1.500 rpm. La bola se lanza sujetándola con los dedos separados paralelos a las costuras (similar a la bola rápida de 2-costuras), por lo que una parte importante de los dedos descansan sobre la superficie lisa, lo cual reduce la tendencia natural de inducir rotación hacia atrás a la pelota (Figura 3.7.1.c), y ésta es la característica principal de este lanzamiento; nótese que este lanzamiento es el que tiene la menor rapidez rotacional en la Tabla 3.4.1. Al haber menos fuerza de Magnus hacia arriba, la fuerza de gravedad hace que la bola caiga más que la bola de 4C o de 2C sorprendiendo al bateador. En general el lanzamiento va acompañado de rotación de lado que produce un acercamiento de la

[7] Ver video de *sinker* de Jordan Hicks en: https://www.mlb.com/cut4/jordan-hicks-struck-out-ozzie-albies-on-nasty-100-mph-sinker/c-295154966

[8] Ver video de lanzamientos de Mariano Rivera en: https://www.youtube.com/watch?v=RjbobnNy3gw

bola hacia el bateador derecho (ver Figura 3.8.3.a). La trayectoria de la *splitte*r se describe en detalle y se compara con la bola rápida de cuatro costuras en el Capítulo 3.21.

a) *Cutter* por Mariano Rivera (Ellis, 2018b).

b) Cambio tipo círculo por Johan Santana (Curry, 2008).

Figura 3.9.1.

Mariano Rivera y Johan Santana muestran la forma de agarrar la bola en lanzamientos donde mostraban un gran dominio sobre los bateadores.

3.10 El Cambio

Se lanza con el mismo movimiento del brazo que la bola rápida, pero esta sale aproximadamente entre 6 y 10 mph más lenta. Para que el cambio engañe al bateador el pitcher debe tener una buena bola rápida de forma de combinarlas en forma adecuada. Si el bateador está esperando una bola rápida, un buen cambio causa que el bateador haga un *swing* adelantado y falle. Hay varias formas de sujetar la pelota, pero el punto común es que la bola descansa casi en la palma de la mano. El agarre tipo círculo consiste en sujetar la bola con los dedos medio y anular, mientras que el índice forma un círculo con el pulgar. El punto clave es no aplicar presión con el dedo índice para que la bola salga a menor velocidad. El venezolano Johan Santana, premio Cy Young el 2004 y 2007, era considerado el lanzador con el mejor cambio en su época. Mientras la recta de Santana oscilaba entre 90 y 94 mph, el cambio lo lanzaba entre 77 y 80 mph. La Figura 3.8.5.b ilustra el cambio tipo círculo que usaba Santana. La trayectoria y características generales de este lanzamiento son similares a los de bola rápida que se señala en las Figuras 3.8.2.a y 3.8.3.a, con la gran diferencia de tener una rapidez menor.

3.11 La bola curva

La bola curva es considerada la madre de los lanzamientos rompientes y se lanza entre 70 y 80 mph con una rapidez de rotación promedio en el orden de 2.500 rpm (Tabla 3.4.1). La máxima rapidez de rotación medida por Statcast ha sido de 3.498 rpm (Figura 3.4.1). La bola se sujeta en el punto donde las dos costuras están más cercanas, con el dedo índice en la parte de adentro de la costura y el medio en la parte de afuera (Figura 3.7.1.e). Estos dedos halan hacia abajo a lo largo del frente

de la pelota, mientras el pulgar rota hacia arriba, dando origen a la rotación hacia adelante (*topspin*). El pitcher usualmente suelta la bola en un punto más alto que el de la recta. Al ser lanzada con menor velocidad, la fuerza de Magnus, en la misma dirección y sentido que la fuerza de gravedad, tiene más tiempo para actuar lo cual resulta en una gran deflexión vertical de la pelota. Algunos *pitchers* pueden lanzarla con el brazo extendido en posición vertical (denominada 12 a 6 en referencia a la dirección en que apuntan las agujas del reloj), con eje horizontal de rotación (Figura 3.8.2.b), pero la mayoría son lanzadas con cierta inclinación (11 a 5, desde la perspectiva del bateador), por lo que la rotación hacia adelante va acompañada también de un poco de rotación de lado haciendo que la bola se mueva (rompa) hacia abajo y hacia un lado (Figura 3.8.3.b). Si el lanzador es derecho, la bola rompe hacia afuera de un bateador derecho o hacia adentro de un bateador zurdo. Para que el lanzamiento sea más efectivo, debe romper más hacia abajo (verticalmente) que hacia un lado (horizontalmente). La razón es que la zona optima del bate tiene solo 3 pulgadas de ancho (7 cm) pero 8 pulgadas de largo (20 cm), por lo que si la bola rompe horizontalmente todavía podría golpear otra parte del bate, pero si la bola rompe verticalmente las probabilidades de no hacer contacto son mayores. Varios lanzamientos en curva del *pitcher* zurdo Klayton Kershaw se pueden ver en este video[9], apreciándose algunos 12 a 6 (pura rotación hacia adelante) y otros 11 a 5 (rotación combinada hacia adelante y de lado).

La trayectoria de un lanzamiento en curva se describe en detalle en el Subcapítulo 3.23.

3.12 La bola de *slider*

La *slider* es un tipo de curva rápida, que es lanzada a mayor velocidad y generalmente con menor rapidez rotacional que la curva tradicional. Su rapidez oscila entre 80 mph y 90 mph y la rapidez de rotación promedio está en el orden de 2.300 rpm (Tabla 3.4.1). La bola se sujeta en forma parecida a la bola rápida de dos costuras, pero ligeramente fuera del centro (Figura 3.7.1.f). En la *slider* el efecto predominante es la rotación de lado y hablamos de pura rotación de lado cuando el eje de rotación es vertical (Figura 3.7.2.c). Lanzada por un pitcher derecho, la bola curvea hacia afuera de un bateador derecho.

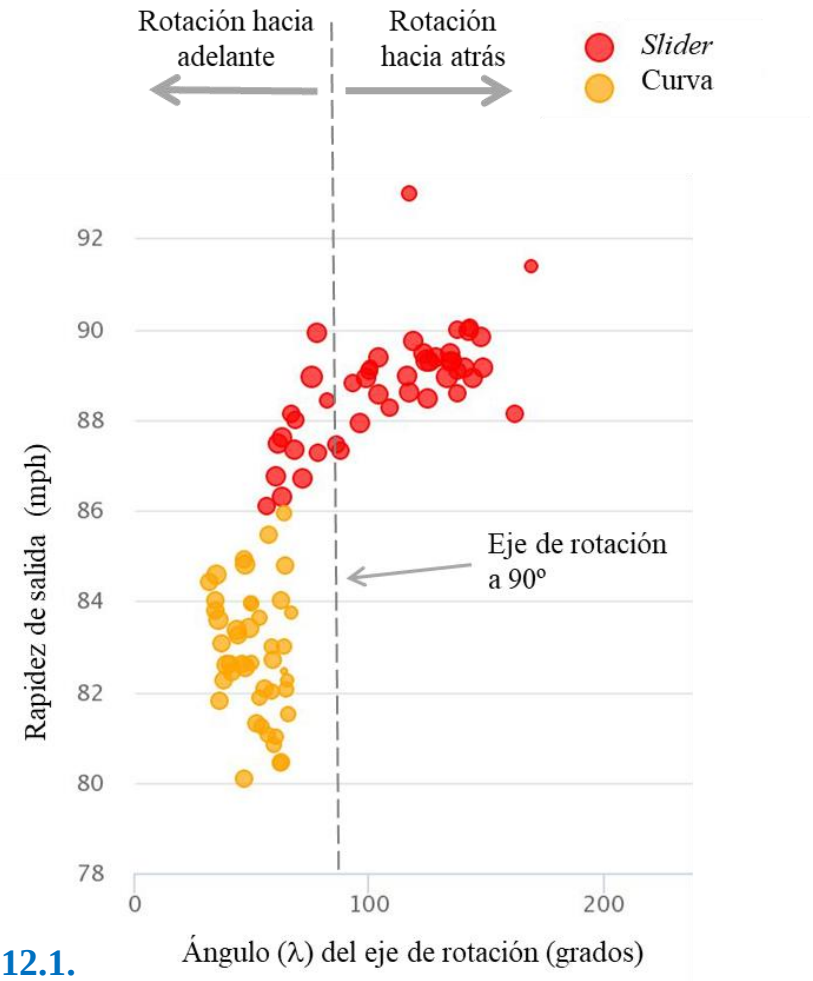
Lo que no es evidente, es el sentido de la rotación adicional que adquiere la bola al lanzarse con cierta inclinación del brazo: ¿es rotación hacia atrás o rotación hacia adelante? Especialistas en la física del baseball tienen diferentes opiniones. Adair (2002) presenta la *slider* en un esquema con una rotación de eje vertical solamente (pura rotación de lado). Bahill y Balwin (2008) presentan la *slider* con rotación de lado y hacia adelante y Cross (2010) con rotación de lado y hacia atrás. Sin embargo, las dudas se aclaran con las mediciones del sistema PITCHf/x que monitorean los lanzamientos con tres cámaras de video instaladas en cada estadio de la MLB (Brooksbaseball, 2020). La Figura 3.12.1.a muestra un gráfico de la rapidez de la pelota en función del ángulo (λ) de su eje de rotación para los lanzamientos en curva y en *slider* de Gerrit Cole realizados durante el período 2013-2019. El ángulo λ se mide con respecto al eje horizontal x cuyo sentido positivo es de 3ª base a 1ª base (o hacia la derecha del receptor), tal como se muestra en la Figura 3.12.1.b. El tamaño de cada círculo en la figura representa la frecuencia relativa de lanzamientos cada mes.

Todos los lanzamientos con ejes de rotación entre 0º y 180º representan lanzamientos con una componente de rotación de lado. Sin embargo, los lanzamientos cuyo ángulo sea menor de 90º, es decir se ubiquen a la izquierda de la línea vertical en dicha figura (3.12.1.a), son lanzamientos que también tienen rotación hacia adelante (ver Tabla 3.6.1). Aquellos con ángulos mayores a 90º, a la

[9] https://twitter.com/i/status/1296627879816634371

derecha de la recta, tienen también rotación hacia atrás. Los puntos sobre la línea vertical de 90º representan lanzamientos con pura rotación de lado. Se concluye que la *slider* puede tener rotación hacia atrás o hacia adelante, siendo un poco más probable la primera. Para la curva todos los lanzamientos son con rotación hacia adelante.

a) Ángulo (λ) del eje de rotación, como una función de la rapidez de salida.



b) Ángulo λ que forma el eje de rotación (ω) con el eje horizontal (x), visto desde la perspectiva del receptor

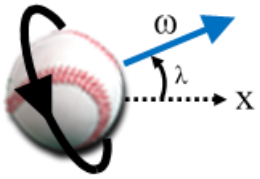


Figura 3.12.1.

Ángulo (λ) del eje de rotación, como una función de la rapidez de salida, para los lanzamientos en *slider* y en curva de Gerrit Cole en el período 2013-2019. Se observa que la *slider* puede tener rotación hacia atrás o rotación hacia adelante. Datos extraídos de mediciones de PITCHf/x (Brooksbaseball, 2020).

Con el agarre de dos costuras en el lanzamiento de la *slider*, algunos bateadores pueden ver un "punto rojo" sobre la pelota, conformado por el lazo que forman los puntos de costura en su movimiento de giro. Por este punto pasa el eje de rotación de la bola. Si el bateador es capaz de ver este punto rojo, sabrá de antemano que el lanzamiento es una *slider* y puede estar mejor preparado para batearla.

Debido a la semejanza entre la curva y la slider, cuando un lanzamiento rompiente tiene parte de curva y parte de *slider*, se le llama *slurve*. Si la bola curva o *slider* falla en romper, se habla de un

lanzamiento colgado (*hanging slider* o *hanging curve*). En este caso la bola se queda alta y al tener menor velocidad, mayor es la probabilidad de ser conectada por los bateadores. A un lanzamiento de este tipo, una *slider* que se quedó colgada, fue que Galarraga conecto su famoso jonrón de 524 ft (ver Cap. 4.10).

3.13 La bola de nudillos

La bola de nudillos (*knuckleball*) es un tipo de lanzamiento a baja velocidad (entre 60 y 80 mph) y con muy poca rotación de la pelota, el cual se caracteriza por tener trayectorias erráticas que confunden al bateador y al receptor. El lanzamiento es difícil de controlar por el receptor quien suele utilizar un guante especial de mayor tamaño para poder atrapar la pelota debido a los cambios bruscos e impredecibles en su recorrido. A diferencia de otros lanzamientos en donde el lanzador planifica y conoce la trayectoria que seguirá la pelota, en este caso el propio lanzador ignora los cambios bruscos de dirección que va a experimentar la bola en su recorrido. En el pasado, en la época de la bola muerta (1900-1920), se usaban los nudillos para sujetar la pelota, y de ahí el origen de su nombre, pero desde hace muchos años los pocos lanzadores de la *knuckleball* usan las puntas de los dedos o las uñas (Figura 3.7.1.h). Uno de los mejores lanzadores de la bola de nudillos fue Hoyt Wilhem quien muestra el agarre de la bola en la Figura 3.13.1.

Figura 3.13.1.

Forma de sujetar la bola de nudillos con las uñas o la punta de l dedos colocadas sobre las costuras, tal como lo enseña Ho Wilhelm en esta foto de 1959, uno de los mejores nudillistas la historia del béisbol, elevado al Salón de la Fama en 1985 (Fo de Wikipedia, 2018).

A diferencia de los demás lanzamientos, el objetivo es lanzarla con la menor velocidad de rotación posible, intentando que la bola efectúe a lo sumo un giro completo entre el montículo y el plato, lo cual origina movimientos laterales de la pelota, no predecibles, como será discutido más adelante en el Cap. 3.29. Esto se evidencia claramente en los videos de lanzamientos en *knuckleball* de los *pitchers* más destacados[10]. Si la pelota hace solamente un giro en su camino al plato, estará rotando a una rapidez cercana a 100 rpm.

Para conseguir minimizar la rotación hay que reducir la superficie de contacto entre la mano y la pelota; por ello se explica el uso de las uñas. La fuerza ejercida por el dedo pulgar debe ser

[10] https://www.youtube.com/watch?v=-XCQs5XDlLY
https://www.youtube.com/watch?v=gzPMTtkpv_Q

aproximadamente la misma que la que transmitan los otros dos dedos para que la bola salga casi sin rotación. La poca rotación hace que la superficie de la pelota exponga al flujo de aire diferentes configuraciones que se alternan entre una superficie lisa y una rugosa, debido a la asimetría que presentan las costuras. Recordando el gráfico de la Figura 1.3.2 (Capítulo 1), donde se muestra que una bola con superficie lisa tiene un coeficiente de arrastre que puede ser hasta cinco veces mayor que el de una bola con superficie rugosa, podemos esperar entonces que la fuerza de arrastre sea bastante mayor en una bola lisa que en una rugosa. Se deduce entonces que una pelota lanzada por el pitcher que presente una superficie más lisa en un lado y una más rugosa en el otro lado, genere un desbalance en la fuerza de arrastre lo cual da origen a una fuerza lateral. La fuerza asimétrica de arrastre que se genera tiende a desviar la trayectoria de la bola hacia el lado donde la resistencia es menor, es decir hacia el lado con las costuras. Si en su trayectoria al plato la pelota gira ligeramente y cambia la orientación de las costuras, haciendo que la superficie lisa y la superficie rugosa se inviertan, se produce entonces un cambio en el sentido de la fuerza lateral con su consecuente cambio en la trayectoria de la pelota. La rotación tiene que ser lenta para que la fuerza tenga suficiente tiempo para actuar. Por el contrario, si la pelota gira lo suficientemente rápido la fuerza lateral cambia de sentido muchas veces durante el vuelo, por lo que sus efectos tienden a cancelarse (el promedio es cero) y no afectan mayormente la trayectoria de la pelota, el cual es el caso de las bolas rompientes (curva, slider).

3.14 La *knuckle-curve*

Es otro de los lanzamientos extraños del béisbol, siendo su nombre una paradoja ya que la bola curva se caracteriza por su gran rapidez rotacional mientras que la bola de nudillos (*knuckleball*) por la falta de ella. Sin embargo, produce el efecto deseado de ambos lanzamientos, un rompimiento hacia abajo combinado con la trayectoria impredecible de la bola de nudillos. Hay diferentes formas de sujetar la pelota, pero la premisa básica es que uno de los dedos se dobla en la forma típica de un lanzamiento de nudillos, con la punta o uña sobre la bola (Figura 3.7.1.i). Como dato curioso, mas *knuckle-curves* fueron lanzadas el año 2017 (3,0% de los lanzamientos efectuados) que rectas de dedos separados (*splitter)* (1,6%) (Figura 3.4.2). La rapidez promedio es cercana a 80 mph.

3.15 La *screwball*

Es similar a curva, pero la rotación de lado tiene sentido opuesto (ver Figura 3.8.4.c). Por tanto, cuando es lanzada por un derecho, tiende a acercarse a los bateadores derechos y a alejarse de los bateadores zurdos. Para ello el lanzador gira la muñeca de forma tal de que la palma de la mano del *pitcher* mira hacia el lado opuesto donde está el guante, en contraste con la curva donde la palma de la mano mira hacia el lado del guante. La pelota viaja con una combinación de rotación hacia adelante y de lado, con rapidez promedio en el orden de 79 mph según las mediciones de Statcast en 2017. Grandes lanzadores de la historia son recordados por el éxito que tuvieron con la *screwball*, una de las principales armas en su repertorio, como el derecho Christy Mathewson y zurdos como Carl Hubell y Fernando Valenzuela. A pesar de haber sido un arma mortal en el pasado, en la actualidad son muy pocos los lanzadores que tienen este lanzamiento, el menos utilizado entre los 13 lanzamientos reportados por Statcast (Figura 3.4.2); solo uno de cada 10.000 lanzamientos fue de este tipo en el 2017. Oliver Drake de Tampa Bay muestra un lanzamiento de este tipo a 84 mph en el vínculo abajo[11].

[11] https://twitter.com/i/status/1152754212540952576

3.16 La *forkball*

Conocido por el movimiento brusco de la muñeca hacia abajo, lo cual imprime a la pelota un efecto de rotación hacia adelante, produce un rompimiento similar al de la curva. La velocidad promedio está en el orden de 87 mph.

3.17 La *eephus*

Es uno de los lanzamientos más raros y menos frecuentes. El *eephus* se lanza muy alto en forma similar al lanzamiento que se usa en el *softball* suave. Es una bola muy lenta, con rapidez promedio de 67 mph. Los bateadores que suelen esperar una bola más rápida, son sorprendidos y suelen hacer un *swing* muy temprano, fallando en hacer contacto con la pelota. Adicionalmente, su gran ángulo vertical de llegada puede resultar algo incómodo al bateador. Sin embargo, de darse cuenta a tiempo el bateador, es la pelota más fácil de batear por su baja velocidad y poco movimiento. Kazuhto Tadano que jugó con los Indios de Cleveland durante 2004-2005 muestra un lanzamiento espectacular de este tipo en la liga japonesa, que confundió hasta al árbitro que decretó una dudosa bola[12].

3.18 Lanzamientos prohibidos

Hay una variedad de otros lanzamientos que incorporan elementos adicionales y que no están permitidos en el béisbol actual.

a. La bola de saliva, la vaselina y otras sustancias prohibidas

La bola de saliva es un lanzamiento donde el *pitcher* se coloca saliva o vaselina en la mano para permitir que la pelota resbale de los dedos y salga con muy poca rotación. El efecto del lubricante es similar al que consigue un pitcher con la bola de nudillos, pero en este caso la bola de saliva sale con mayor rapidez. Si el lanzamiento es una bola rápida, esta saldrá con menor rotación hacia atrás, por lo que caerá más rápidamente. Su uso estuvo permitido en la época de la bola muerta (1901-1920), pero fue prohibida a partir del año 1920, a pesar de que por algunos años se le permitió seguir utilizándola a algunos pocos lanzadores veteranos (hasta su retiro) que dependían en buena medida de este lanzamiento.

Una variante de este lanzamiento consistía en cubrir la superficie de la pelota con restos de tabaco masticado y barro, para cambiar el color blanco de la bola a un color marrón más parecido al del terreno de juego, haciéndole más difícil al bateador ver la pelota.

En un juego de agosto de 1920, con poca iluminación y en una época donde no se usaban cascos protectores para los bateadores, un lanzamiento del pitcher Carl Mays impactó en la sien del bateador Ray Chapman, quitándole la vida, en lo que ha sido el único deceso de un jugador en la historia de las grandes ligas. Como consecuencia la MLB implantó una regla que obliga al uso de bolas limpias y a retirar del juego las pelotas que se ensucian, de manera de mejorar la visibilidad del bateador.

b. La bola raspada o rasgada

En este lanzamiento la bola se raspa o rasguña en un lado con algún aditamento que el *pitcher* pueda llevar consigo al montículo, tal como una chapa o tapa de refresco. La bola se lanza de forma

[12] http://www.espn.com/sportsnation/post/_/id/11023744/japanese-pitcher-fools-batter-ump-epic-eephus-pitch

tal de que el eje de rotación coincida con el sitio donde se rasgó la pelota. De esta forma se consigue que la raspadura este siempre presente en el mismo lado de la pelota durante su recorrido, lo cual ocasiona una trayectoria errática que confunde al bateador. La física nos señala que la zona raspada, con una mayor rugosidad, genera una turbulencia adicional que retarda la separación del flujo, disminuyendo la resistencia del aire y provocando una fuerza lateral en la dirección y sentido de la zona raspada. Estas fuerzas asimétricas producen entonces trayectorias erráticas no esperadas por el bateador.

3. 19 ¿Por qué el árbitro cambia la bola cada vez que toca el suelo en las cercanías del plato?

La Regla 4.01 (MLB, 2018) que se refiere a los Deberes del Árbitro, establece que este debe tener una bola alternativa para ponerla en juego cada vez que la bola se descolore o no esté en buena condición para ser usada (aparte e-2) El contacto de la bola con la tierra en las inmediaciones del plato, al ser lanzada por el *pitcher*, puede alterar la superficie de la pelota, tal como lo haría un rasguño o raspado, con su consecuente efecto en la trayectoria. La remoción de la pelota por el árbitro intenta impedir que los lanzadores puedan aprovecharse de eso para alterar la bola un poco más (un pequeño raspón puede ser agrandado con las uñas) y tomar ventaja en el lanzamiento. ¿Y por qué el árbitro no cambia la pelota cuando esta rueda por el cuadro interior al ser bateada? La respuesta está en que en ese caso la eventual alteración de la pelota no es atribuible al lanzador. Éste pudiera producir deliberadamente un lanzamiento al suelo para intentar alterar la superficie de la bola, pero no puede atribuírsele intencionalidad en los rodados al cuadro.

3.20 El lanzamiento misterioso de Freddy García que puso en jaque a los físicos

Un lanzamiento del pitcher derecho Venezolano Freddy García en la temporada del 2011 produjo un revuelo en el mundo de la física del béisbol. Lanzando para los Yanquis contra Toronto en Nueva York el suceso ocurrió la noche del 29 de Abril. La bola rápida *splitter* se desvió hacia el lado opuesto a lo esperado. Este lanzamiento es uno de los tipos de bola rápida, que además de la rotación hacia atrás de baja intensidad que luce como un hundimiento al llegar al plato, suele llevar algo de rotación de lado que desvía la pelota hacia el bateador derecho (Figura 3.7.3.a); pero el lanzamiento de Freddy García hizo lo contrario y se desvió sustancialmente alejando la bola del bateador. Un artículo de Zach Schonbrun en el New York Times el 4 de Agosto del 2012 revisa el suceso bajo el título "Freddy García pone a prueba a los expertos en física".

El video del lanzamiento registrado por cámaras de alta velocidad muestra claramente el agarre que caracteriza la *splitter*, la prominente desviación de la bola hacia el lado contrario del bateador y el esfuerzo del receptor que se tuvo que mover muy rápidamente, unos 30 cm hacia su derecha, para poder capturarla como se puede ver en el video[13]. La imagen del momento del lanzamiento de Freddy García tomada del video se muestra en la Figura 3.20.1.b en donde se aprecia el agarre de la *splitter* de dos costuras y una inclinación del brazo de aproximadamente 45°. En la Figura 3.20.1.a se muestra a Freddy García de frente antes de lanzar la *splitter* en otro momento. Del video

[13] https://www.youtube.com/watch?v=t-3jnOIJg4k&feature=youtu.be
https://twitter.com/pitchingninja/status/973348852970508288

en cámara lenta se aprecia que la pelota hizo aproximadamente 5 rotaciones por lo que la rapidez rotacional fue estimada en 800 rpm.

a) Forma de lanzar la *Splitter*.

b) Momento en el cual lanza la *splitter* que conduce a la desviación anómala en el plato.

Figura 3.20.1. Freddy García muestra la forma de lanzar la *splitte*r. La imagen inferior corresponde justo al momento del famoso lanzamiento del 29/04/2011 que originó los estudios y experimentos en la física del fenómeno.

El rompimiento inesperado de este lanzamiento llamó la atención de A. Nathan y R. Cross, considerados los físicos más reconocidos en este campo. Cross realizó experimentos y demostró que la desviación de la pelota es debida a una fuerza lateral que surge si la pelota es lanzada de tal manera que un lado de ella permanezca más lisa que el lado opuesto durante el recorrido, el cual fue precisamente el caso del lanzamiento de Freddy García (Cross, 2012). Para ello se requiere que el eje de rotación tenga adicionalmente una ligera inclinación hacia adelante, es decir hacia el plato. Viéndolo desde la perspectiva del lanzador, la parte lisa está se mantiene del lado derecho mientras que en promedio la parte izquierda es más rugosa durante el vuelo lo que ocasiona el surgimiento de una fuerza lateral dirigida hacia el lado de la rugosidad. El fenómeno es similar al descrito previamente para el caso de una pelota rasgada (Cap. 3.18.b).

Nathan en su artículo cuyo título podemos traducir como “Escudriñando un Lanzamiento Misterioso”, destaca que esta fuerza lateral que empuja la bola hacia fuera del bateador derecho,

tiene una magnitud que es aproximadamente el doble de la fuerza de Magnus que la empuja en sentido contrario dando como resultado la misteriosa desviación observada (Nathan, 2012b).

En la Figura 3.20.2 enfatizamos la diferencia entre la *splitter* tradicional ya descrita en el Cap. 3.9.e y la *splitter* anómala de Freddy García, siguiendo el estilo de las figuras presentadas previamente.

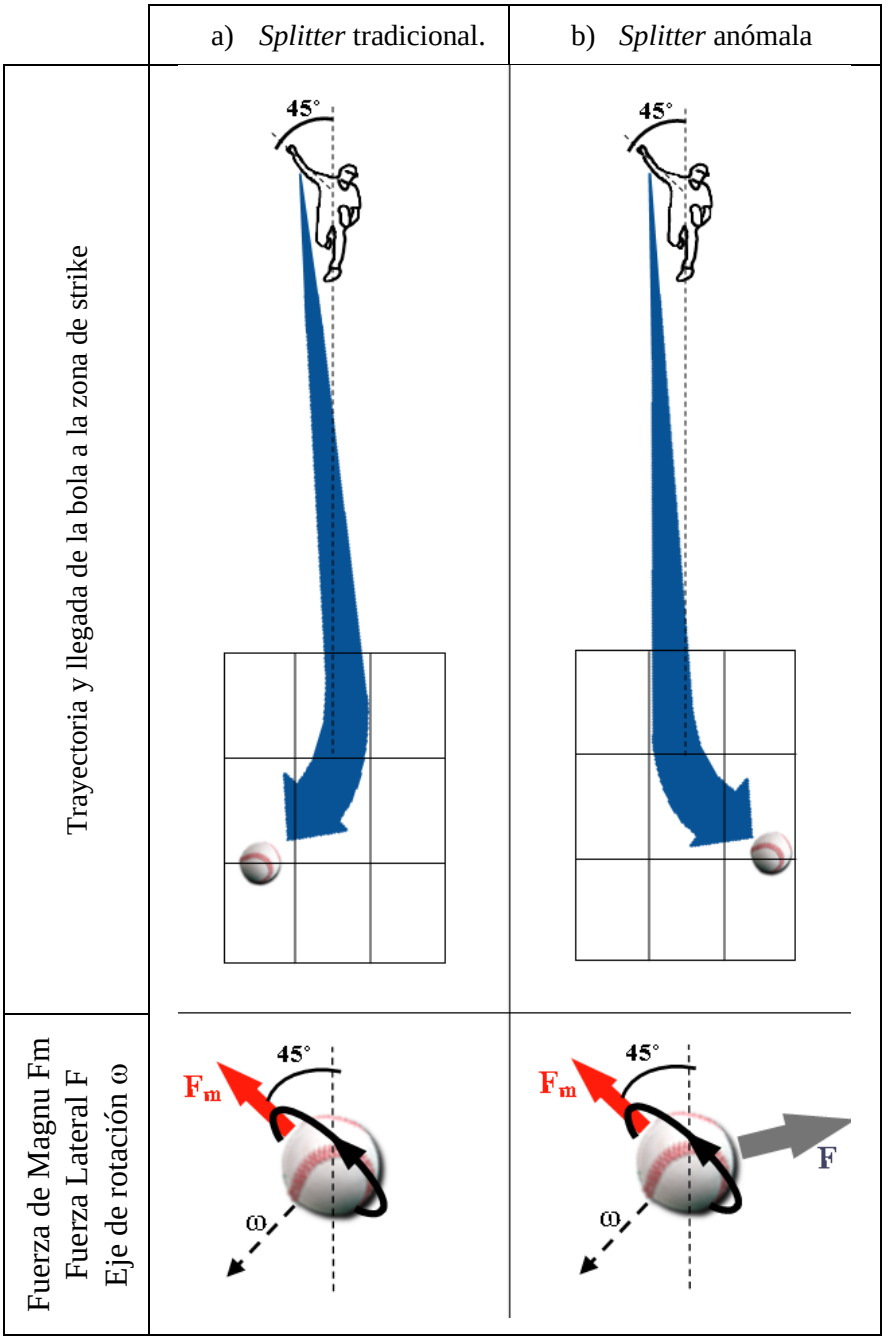


Figura 3.20.2. Trayectorias de los lanzamientos de la *Splitter* tradicional y la *Splitter* anómala lanzada por Freddy García, vistos desde la perspectiva de atrás del plato. La *Splitter* anómala muestra una desviación en sentido contrario a la *Splitter* tradicional, la cual es introducida por la Fuerza Lateral (F) que es mayor que la fuerza de Magnus (F_m). La flecha curva indica el sentido de la rotación.

En 3.20.2.a se muestra la *splitter* tradicional, lanzada con una inclinación del brazo de 45°, y se indica la desviación de la pelota hacia el bateador derecho, originada por la fuerza de Magnus. En 3.20.2.b se muestra la *splitter* anómala que da lugar a la fuerza adicional denominada Fuerza Lateral (F) que al ser mayor que la de Magnus (F_m) ocasiona una desviación contraria que se aleja del bateador. Por cierto, el jugador que recibió ese famoso lanzamiento y se ponchó (nada que reprocharle) fue Juan Rivera, también venezolano.

3.21 Comparación de la bola rápida de cuatro costuras con la de dedos separados (*splitter*)

En este capítulo y en los siguientes usaremos el modelo matemático desarrollado en el Capítulo 1 para simular la trayectoria de la pelota lanzada por el *pitcher*. No se considera el viento ni el decaimiento de la rapidez rotacional tomando en cuenta que sus efectos son despreciables en el corto tiempo de vuelo de la pelota (menos de ½ segundo).

La Figura 3.21.1 presenta una vista lateral de las trayectorias calculadas con el modelo 3D para una bola rápida de cuatro costuras y una bola rápida de dedos separados (*splitter*). Las características más importantes de cada lanzamiento fueron presentadas en los capítulos 3.9.a y 3.9.e. Se muestran las trayectorias de la pelota desde el punto donde la suelta el lanzador, a aproximadamente 55,5 ft (16,9 m) del plato y suponiendo a una altura de 7 ft (2,10 m) sobre el nivel del plato en el terreno de juego. Se usan los valores promedio de rapidez de salida (V_0) y rapidez de rotación (ω) hacia atrás (*backspin*) dados en la Tabla 3.4.1. Se supone que no hay rotación de lado. Para esas rapideces típicas y altura de lanzamiento, la pelota debe ser lanzada aproximadamente en un ángulo vertical entre 2º y 4º por debajo de la horizontal para contrarrestar la fuerza de Magnus (hacia arriba) y lograr que caiga en la zona de *strike*. El ángulo vertical de salida, θ_0, se define como positivo si es por arriba de la horizontal y negativo si es por debajo. En esta simulación se supone un ángulo vertical de salida de -3º. La línea a trazos representa la trayectoria inicial que llevaría la bola si, en ausencia de fuerzas verticales, se moviera en línea recta desde el punto de salida hasta el plato. Esta línea recta permite visualizar la magnitud del movimiento vertical de la pelota durante su recorrido, producida por las acciones opuestas de la gravedad que la impulsa hacia abajo y de Magnus que la impulsa hacia arriba. La diferencia en el plato entre la trayectoria inicial y la trayectoria real es lo que llamamos el movimiento de la pelota. Esta definición de "movimiento" es diferente a la definición de "deflexión" que se presenta más adelante en el Capítulo 3.24. La primera incluye el efecto de la gravedad, la segunda la excluye y solo considera el efecto de la rotación de la pelota.

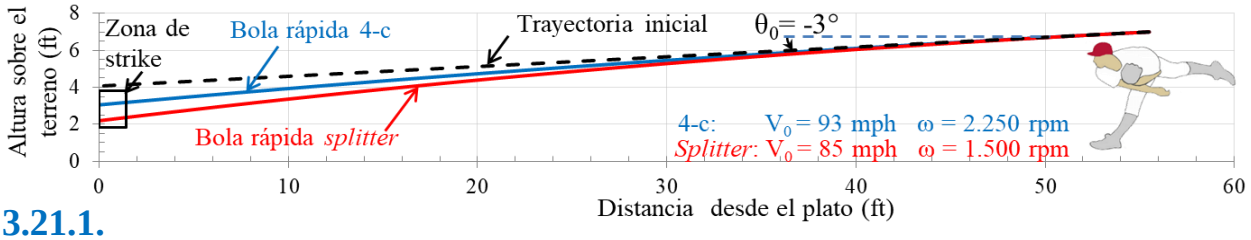


Figura 3.21.1.

Vista lateral de las trayectorias calculadas para una bola rápida de cuatro costuras y una de dedos separados (*splitter*) que salen con el mismo ángulo vertical de -3º.

Se indica también en el gráfico la zona de *strike* la cual se representa en el plano vertical como un rectángulo de ancho igual a 17 pulgadas (1,4 ft) con una altura de 24 pulgadas (2 ft), típica para un bateador de 6 ft (1,80 m) de estatura (ver Figura 3.2.3). La zona de *strike* comienza

aproximadamente a 21 pulgadas (1,75 ft) de distancia vertical del plato, a la altura de las rodillas para un jugador de esas características. Se suponen condiciones estándar del clima con una densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3.

La bola rápida de cuatro costuras sale con una velocidad de 93 mph y tarda 0,43 sg en llegar al plato, adonde, debido a la resistencia del aire que frena la pelota, llega con una velocidad de 85 mph. Es decir, redujo su velocidad en 8 mph, lo cual es equivalente a decir que perdió aproximadamente el 9% de su valor inicial. La bola rápida de dedos separados (*splitter*) sale con velocidad menor de 85 mph y llega al plato 0,47 sg más tarde con una velocidad de 77,2 mph, reduciéndose en casi 8 mph, perdiendo el 9,2% de su valor inicial. La bola de 4-costuras llega a una altura de 3,05 ft sobre el plato y la de dedos separados a 2,18 ft (Figura 3.21.1). La menor velocidad traslacional y rotacional de la *splitter* hace que esta caiga 0,87 ft más que la bola de cuatro costuras.

La diferencia de alturas en el plato entre la trayectoria inicial y la trayectoria real es lo que llamamos movimiento vertical de la pelota. En este caso, el movimiento vertical de la bola rápida de cuatro costuras es de 1,04 ft, y el de la bola rápida de dedos separados es de 1,91 ft.

Un lanzador hábil es aquel que varía la rapidez de rotación y de traslación de la pelota para engañar al bateador. Con menor rapidez de rotación y de traslación, la bola rápida de dedos separados cae casi 1 ft (30 cm) más que la bola rápida de 4-costuras. Si el bateador no anticipa este cambio, va a ser engañado pensando que la bola va a cruzar el plato a 1 ft por arriba de lo que realmente sucederá y el bate va a pasar por encima de la pelota o va a tocarla ligeramente por su parte superior generando un rodado al cuadro.

3.22 Simulación de un lanzamiento en *sinker* de 100 mph

En el lanzamiento en *sinker*, también llamado bola rápida de dos costuras, la pelota lanzada por un *pitcher* derecho experimenta un desplazamiento lateral hacia el bateador derecho, tal como se describió en la Figura 3.8.4.a. En este video[14] se observa a Jordan Hicks lanzar una pelota en *sinker* con velocidad de salida medida por Statcast de 100 mph, que tuvo un rompimiento muy notorio y dejó totalmente fuera de balance al bateador Ozzie Albies de los Bravos de Atlanta.

Jordan Hicks de los Cardenales de San Luis hizo su estreno en la gran carpa el año 2018 y desde ese momento se ha convertido en el lanzador con mayor velocidad en sus envíos, mayores de 100 mph en bola rápida de 4-costuras, 2-costuras o *sinkers*, superando al cubano Aroldis Chapman, conocido hasta ese momento como el rey de la bola rápida. La secuencia de fotos de la Figura 3.22.1 muestra en primera instancia al lanzador soltando la pelota con el eje del brazo formando un ángulo aproximado de 45º con la vertical, y la posición de la pelota en varios cuadros hasta romper hacia la derecha del bateador y terminar su recorrido casi a ras del suelo. También se observa que la bola sale aproximadamente con un ángulo horizontal de $\beta_0 = 0º$ (β_0 es el ángulo horizontal de salida medido con respecto a la línea que une el plato con la segunda base).

Con esta información, $V_0 = 100$ mph, $\delta = 45º$ (ángulo que forma el brazo del *pitcher* con la vertical en el momento de lanzar la bola) y $\beta_0 = 0º$, nos proponemos usar la simulación matemática para identificar los valores de rapidez rotacional del lanzamiento, determinar el movimiento lateral de la pelota y visualizar en un plano horizontal y un plano vertical la trayectoria observada en el video. Se supone que el pitcher suelta la bola a 5 ft enfrente del montículo y a 6 ft de altura. El hecho de

[14] El video de este lanzamiento puede verse en: https://twitter.com/PitchingNinja/status/1042229507451707392

que el ángulo vertical del brazo del lanzador sea cercano a 45º (ver Figura 3.22.1) nos indica dos cosas: a) la bola sale también con rotación de lado (*sidespin*), rotando en el sentido de las agujas del reloj, además de la típica rotación hacia atrás (*backspin*) propia del lanzamiento en *sinker*; y b) las componentes de la velocidad de rotación debido al *backspin* (ω_b) y al *sidespin* (ω_s) tienen que ser aproximadamente iguales. Después de varios tanteos para reproducir aproximadamente el punto de llegada de la pelota, de acuerdo a lo indicado en el video, se obtuvieron por ajustes sucesivos los siguientes valores de rapidez rotacional hacia atrás (*backspin*) y de lado (*sidespin)*, $\omega_b = \omega_s =$ 1.500 rpm, correspondientes a una rapidez rotacional total ω = 2.121 rpm, con un ángulo vertical de salida $\theta_0 = -4{,}5^o$.

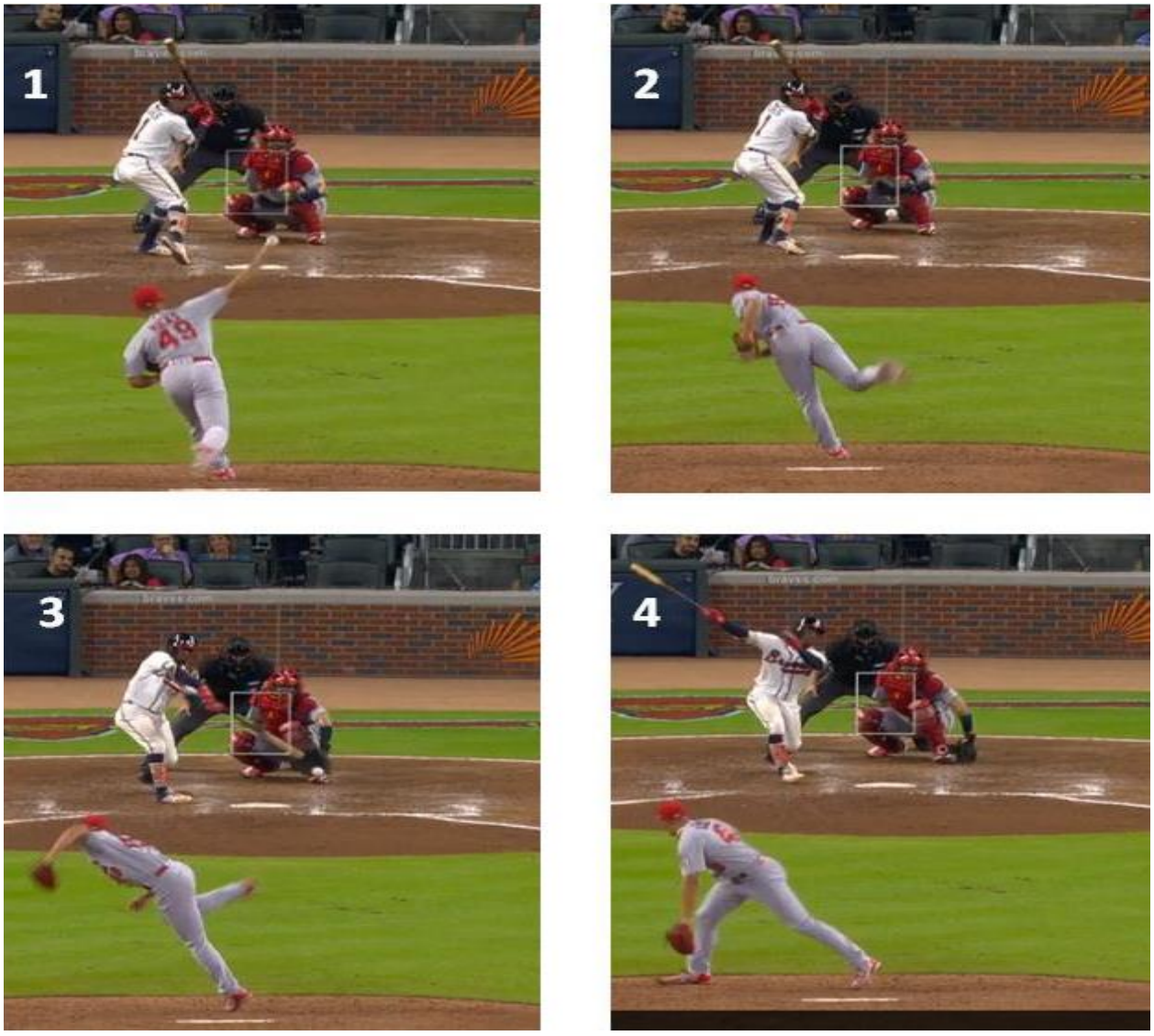


Figura 3.22.1.

Secuencia de fotos del lanzamiento en *sinker* de Jordan Hicks el 18/09/2018: 1. El pitcher suelta la bola con el brazo inclinado formando un ángulo aproximado de 45º con la vertical; 2. La pelota en el aire y el bateador todavía no comienza el *swing*; 3. La bola rompe y el bateador falla en hacer contacto con la pelota; 4. El receptor atrapa la bola con la mascota haciendo contacto con el suelo.

Las figuras 3.22.2 y 3.22.3 muestran la vista en planta y la vista lateral de la trayectoria calculada por el modelo. Se indica también en línea a trazos la trayectoria inicial de la bola, correspondiente al ángulo vertical de θ_0 = -4,5º y al ángulo horizontal de β_0 = 0º. La trayectoria en planta horizontal (Figura 3.22.2, izq.) muestra la bola *sinker* rompiendo 1,2 ft hacia la derecha del plato (visto desde la perspectiva del *pitcher*) en forma similar a como se observa en el video. Las escalas están distorsionadas (la escala horizontal se ha ampliado) para poder apreciar el movimiento horizontal de la bola. Al lado del gráfico se muestra una foto del instante final del lanzamiento donde se han superpuesto círculos blancos para señalar la trayectoria aproximada de la pelota. El perfil longitudinal de la Figura 3.22.3 corrobora que el lanzamiento finaliza su recorrido casi en contacto con el suelo, a 0,39 m sobre el plato.

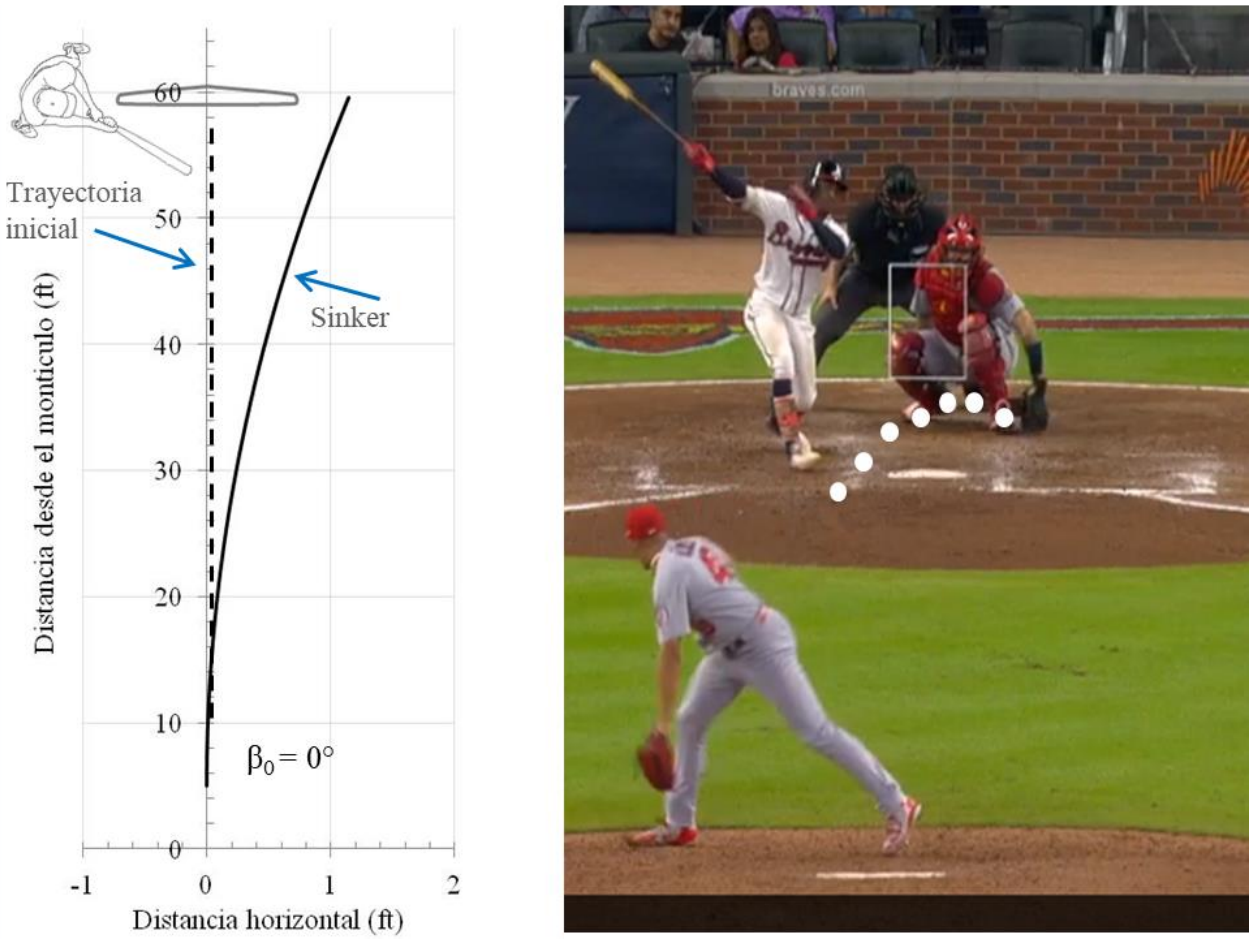


Figura 3.22.2.

Izquierda: vista en planta de la trayectoria calculada por el modelo del lanzamiento en *sinker* de 100 mph de Jordan Hicks, rompiendo 1,2 ft hacia la derecha del plato. La escala horizontal está ampliada. Derecha: Imagen extraída del video mostrando en círculos blancos la trayectoria aproximada de la pelota.

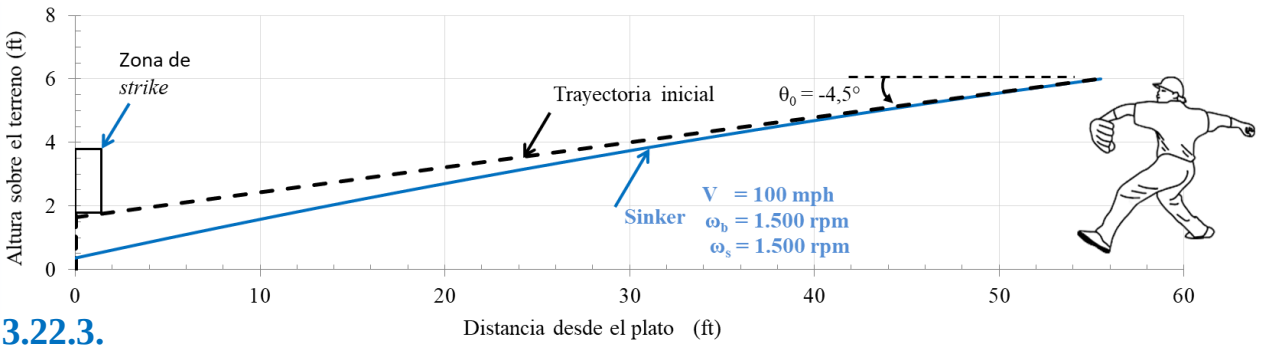


Figura 3.22.3.

Vista en el plano vertical de la trayectoria calculada del lanzamiento en *sinker* de Jordan Hicks, mostrando que este finaliza su recorrido casi en contacto con el suelo, tal como se observa en el video. El rectángulo identifica la zona de *strike*. La escala vertical está ampliada.

3.23 Análisis de la trayectoria de la bola curva

Mientras que la bola rápida se lanza con un pequeño ángulo vertical de salida por debajo de la horizontal (θ_0 es negativo), para contrarrestar el efecto de la rotación hacia atrás (ver Figura 3.21.1), la curva tiene que ser lanzada con un ángulo vertical ligeramente por encima de la horizontal (θ_0 es positivo) para que la bola pueda entrar en la zona de *strike*, ya que la rotación hacia adelante hace que la bola curvee hacia abajo (hundimiento). Las características más importantes del lanzamiento en curva fueron presentadas en el Subcapítulo 3.11 (véase Figura 3.8.2.b). La Figura 3.23.1 muestra resultados obtenidos con el modelo para diferentes casos de lanzamientos en curva. El gráfico en dicha figura se presenta sin distorsión de escalas, es decir la escala vertical es igual a la escala horizontal. En primer lugar, se muestra (Figura 3.23.1, arriba) la diferencia entre las trayectorias de una bola rápida de cuatro costuras, saliendo solo con rotación hacia atrás (puro *backspin*) con V_0 = 93 mph y ω = 2.250 rpm, y una curva con rotación hacia adelante solamente (puro *topspin*) lanzada con V_0 = 78 mph y ω = 2.500 rpm. Se indica en línea a trazos la dirección o trayectoria inicial del lanzamiento lo cual permite destacar la diferencia entre los ángulos de salida. La bola rápida, con un ángulo vertical de salida de θ_0 = -2º entra ligeramente por encima de la zona de *strike*, a donde llega después de 0,43 sg con velocidad final de 85 mph. La bola curva lanzada con un ángulo de θ_0 = 2º viaja más lentamente y tarda 0,51 sg en llegar a la zona de *strike* con una velocidad final de 70,4 mph, perdiendo el 10% de su valor debido a la resistencia del aire. A pesar de ser lanzadas a la misma elevación de 7 ft, la diferencia entre las dos trayectorias es notable. Ambas se cruzan a 14 ft del plato, pero la curva termina su recorrido a 1,33 ft por debajo de la bola rápida.

La variación de la trayectoria de una curva típica al variar el ángulo vertical de salida (θ_0) se presenta en la Figura 3.23.1 (centro). Se observa que para θ_0 = 0º la bola cae por debajo de la zona de *strike* y para θ_0 = 4º cae por encima. Se concluye que, para curvas con velocidades cercanas a 80 mph y 2.500 rpm, el ángulo vertical de salida de la pelota debe estar entre 1º y 3º por encima de la horizontal para que ésta pueda terminar su recorrido en la zona de *strike*. Sin embargo, no necesariamente la pelota curva tiene que aterrizar en la zona de *strike* para que sea efectiva. Si el bateador está esperando una bola rápida y no identifica a tiempo que el lanzamiento es una curva, va a hacer un *swing* equivocado, adelantado, y la pelota va a pasar por debajo del bate. Es muy común ver a bateadores persiguiendo pelotas curvas que parecen hundirse en las cercanías del plato e incluso tocan tierra antes de llegar al mismo.

La Figura 3.23.1 (abajo) muestra la gran influencia que tiene la rapidez de rotación en modificar la trayectoria de la pelota. El gráfico muestra trayectorias para pelotas curvas saliendo a 78 mph en la dirección horizontal ($\theta_0 = 0$) con tres diferentes rapideces rotacionales de 1.500 rpm, 2.500 rpm y 3.500 rpm, esta última representando prácticamente la máxima registrada por Statcast (Figura 3.4.1). Para 1.500 rpm la pelota llega al plato a una altura de 1,3 ft, casi rozando la esquina inferior de la zona de *strike*. Si la rapidez aumenta a 2.500 rpm la pelota termina su recorrido a una menor altura de 0,74 ft y si es de 3.500 rpm desciende más aún y termina a ras del terreno a una altura de 0,18 ft. Claramente, a mayor rotación mayor caída de la pelota. Se deduce entonces que, en términos generales, un aumento en la rapidez de rotación hacia adelante en el orden de 1.000 rpm se traduce en un aumento en la caída de la pelota en el orden de 0,5 ft.

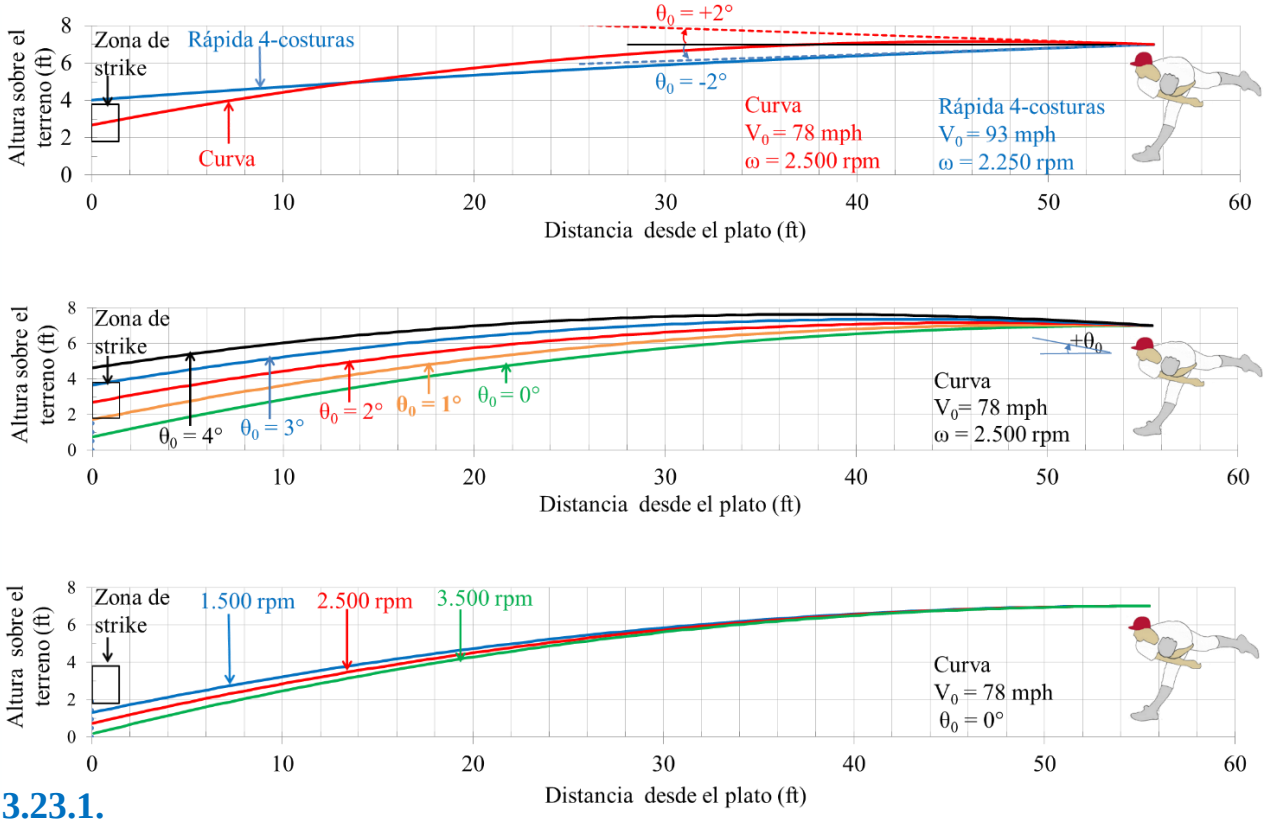


Figura 3.23.1.

Trayectorias calculadas para pelotas lanzadas por el *pitcher* (se muestran en un plano vertical sin distorsión de escalas). Arriba: comparación de una bola rápida de 4-costuras con una curva; Centro: Trayectoria de una bola curva para varios valores del ángulo vertical de salida; Abajo: Trayectoria de una curva para varios valores de la rapidez de rotación. Los lanzamientos no tienen rotación de lado.

3.24 ¿Cuánto es la deflexión vertical de la bola curva?

En un lanzamiento en curva es frecuente percibir que la pelota parece hundirse o caerse bruscamente cuando llega al plato, sorprendiendo a los bateadores. En inglés, se usan los términos "*movement*" o "*break*" para referirse al desplazamiento brusco que experimenta la pelota en las cercanías del plato. Este efecto se produce por la rotación que el lanzador le imparte a la pelota y puede ser en la dirección vertical (debido a la rotación hacia adelante) o en la horizontal (debido a la rotación de lado), o una combinación de estos. En este libro se define "deflexión" a la distancia que se desvía la pelota cuando tiene rotación con respecto a su trayectoria cuando no tiene rotación,

medida desde el momento que la suelta el lanzador hasta que llega a la esquina trasera del plato (origen de coordenadas). Nótese que hay una diferencia entre el término deflexión y el término movimiento que se definió en el Capítulo 3.21 como el desplazamiento que experimenta la pelota al llegar al plato, en relación a la línea recta que seguiría la pelota si no hubiese fuerza de gravedad ni rotación (fuerza de Magnus). La deflexión solo depende de la rotación de la pelota, no de la fuerza de gravedad. El dibujo de la Figura 3.24.1 ilustra la diferencia entre estas dos definiciones: se muestra un lanzamiento sin rotación y otro con rotación (curva) pero con las mismas condiciones iniciales de ángulo de salida (0°) y rapidez. El movimiento de la pelota (debido a la gravedad y a la rotación) es mayor que la deflexión (debida solo a la rotación).

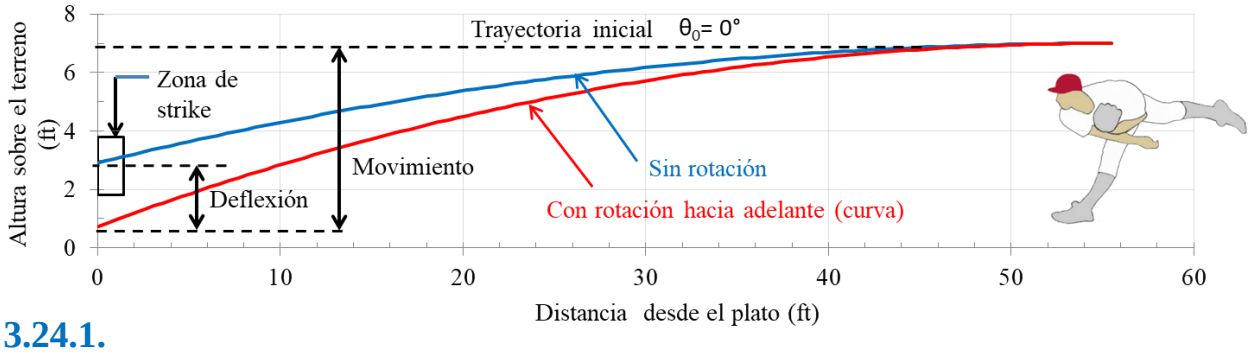


Figura 3.24.1.

Diferencia entre Deflexión y Movimiento de la pelota para un lanzamiento en curva (escala vertical ampliada).

Para cuantificar la deflexión vertical de la bola curva y responder a la interrogante planteada en el título de este capítulo, analizamos la trayectoria de una curva con pura rotación hacia adelante, por lo que la pelota va a experimentar solo una deflexión en la dirección vertical (sin deflexión horizontal). La pelota es lanzada en la dirección horizontal ($\theta_0 = 0^o$) a una velocidad inicial de 78 mph y rapidez rotacional de 2.500 rpm, valores típicos de un lanzamiento en curva (ver Tabla 3.4.1). El lanzador la suelta a 55,5 ft de distancia del plato y la altura inicial de lanzamiento es 7 ft.

La Figura 3.24.2 presenta, en un plano vertical, las trayectorias calculadas para dos casos: sin rotación hacia adelante (0 rpm) y la curva con rotación hacia adelante (2.500 rpm).

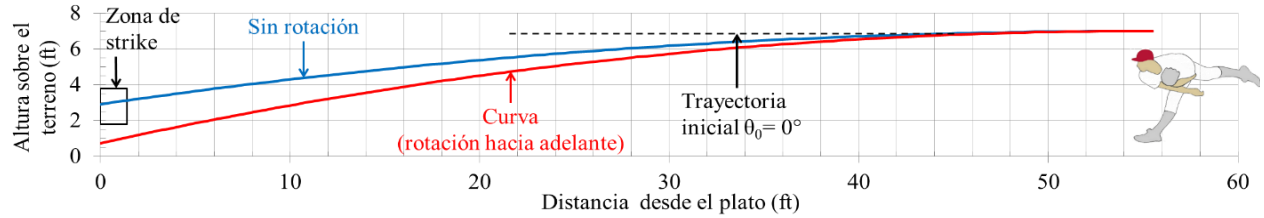


Figura 3.24.2.

Trayectorias para un lanzamiento sin rotación y en curva con pura rotación hacia adelante (*topspin*) saliendo con $\theta_0 = 0^o$ a una rapidez de traslación $V_0 = 78$ mph y rapidez rotacional $\omega = 2.500$ rpm.

El origen de coordenadas está en la esquina trasera del plato. La pelota lanzada sin rotación sale a una altura de 7 ft y llega al plato a los 0,513 segundos con una altura de 2,91 ft, descenso debido obviamente al efecto de la fuerza de gravedad. Al ser lanzada con rotación hacia adelante la pelota desciende más debido al efecto de la fuerza de Magnus (hacia abajo) inducida por dicha rotación, llegando al plato a una altura de 0,74 ft en un tiempo de 0,515 s. Por tanto, la deflexión vertical de la pelota debida al lanzamiento en curva se visualiza al comparar las dos trayectorias indicadas en

la figura; a su llegada al plato la deflexión es igual a 2,91 – 0,74 = 2,17 ft. Es decir, el lanzamiento de una curva típica ocasiona un descenso de 2,17 ft en la bola en aproximadamente ½ segundo, lo que constituye un verdadero reto para el bateador a menos que haya podido anticipar la venida del lanzamiento en curva. Dado que la dirección inicial de la pelota es una línea horizontal ($\theta_0 = 0^o$) de la figura se obtiene que el movimiento vertical de la bola curva es de 7 – 0,74 = 6,26 ft.

3.25 ¿Hay una caída brusca de la bola curva cuando llega al plato?

La percepción del bateador y de los aficionados que ven las repeticiones en cámara lenta por televisión, es que la bola curva parece caerse bruscamente al llegar al plato. ¿Hay o no una caída brusca de la bola? Para responder a esta interrogante, usamos los resultados de las simulaciones mostradas en la Figura 3.24.2 para examinar en mayor detalle la deflexión vertical que va sufriendo la pelota durante su recorrido.

La Tabla 3.25.1 muestra la trayectoria de la pelota para diferentes instantes de tiempo, diferenciándose los dos casos de la Figura 3.24.2: sin rotación y con rotación hacia adelante de la bola curva.

Tabla 3.25.1. Evolución en el tiempo de los lanzamientos mostrados en la Figura 3.24.2, sin rotación y con rotación (bola curva). La distancia recorrida se mide desde el punto donde el lanzador suelta la bola. La deflexión vertical mide el rompimiento de la curva.

Lanzamiento sin rotación				Lanzamiento con rotación hacia adelante (bola curva)			Deflexión vertical (ft)
t (s)	Distancia horizontal recorrida (ft)	Distancia Vertical Recorrida (movimiento) (ft)	Velocidad vertical (ft/s)	Distancia Horizontal recorrida (ft)	Distancia vertical recorrida (movimiento) (ft)	Velocidad vertical (ft/s)	
0,000	0,00	0	0	0,00	0	0	0,00
0,045	5,12	0,03	0,67	5,12	0,05	1,11	0,02
0,090	10,19	0,13	2,22	10,19	0,20	3,33	0,07
0,135	15,21	0,29	3,56	15,21	0,45	5,56	0,16
0,180	20,18	0,51	4,89	20,17	0,79	7,56	0,28
0,225	25,10	0,80	6,44	25,09	1,23	9,78	0,43
0,270	29,97	1,15	7,78	29,95	1,77	12,00	0,62
0,320	35,32	1,61	9,20	35,28	2,47	14,00	0,86
0,365	40,09	2,09	10,67	40,03	3,2	16,22	1,11
0,415	45,33	2,69	12,00	45,24	4,11	18,20	1,42
0,460	49,99	3,29	13,33	49,88	5,03	20,44	1,74
0,515	55,63	4,09	14,91	55,47	6,26	22,36	2,17

Se muestra la distancia horizontal y la distancia vertical recorrida por la pelota, medidas desde que sale de la mano del lanzador. La distancia vertical es la distancia definida previamente como "movimiento" (Figura 3.24.1). La diferencia entre las distancias verticales de la bola con y sin rotación es la deflexión vertical que induce la bola curva (Figura 3.24.1) el cual se muestra en la última columna. Nótese que aproximadamente un 80% de la deflexión vertical de la pelota debido al *topspin* ocurre en la segunda mitad de su recorrido.

Se muestra también en la tabla la velocidad vertical de caída de la bola para ambos casos. La velocidad vertical de la bola en curva es aproximadamente 1,5 veces mayor que la de la bola sin rotación, debido al efecto del *topspin*. La velocidad vertical de la bola aumenta gradualmente en la medida que la bola se acerca al plato; la velocidad vertical de llegada es más del doble de la velocidad que lleva a mitad del recorrido.

La trayectoria de la pelota es continua, como corresponde al desarrollo de una cuasi-parábola, sin embargo, el aumento sostenido de la velocidad vertical de caída de la pelota en la medida en que se va aproximando al plato es percibido por los bateadores como un hundimiento brusco de la bola.

Si el bateador estaba esperando una bola rápida, entonces su percepción del hundimiento de la bola curva en su llegada al plato es más intensa. Ello se aprecia al comparar las trayectorias de la bola rápida y de la bola curva que se muestran en la Figura 3.25.1. A la trayectoria anterior de la curva de la Figura 3.24.2 se ha añadido en la Figura 3.25.1 el lanzamiento de una bola rápida típica de 4 costuras (ver Tabla 3.4.1) saliendo a la misma altura (7 ft) en un ángulo vertical de -2º a 93 mph con rotación hacia atrás de 2.250 rpm.

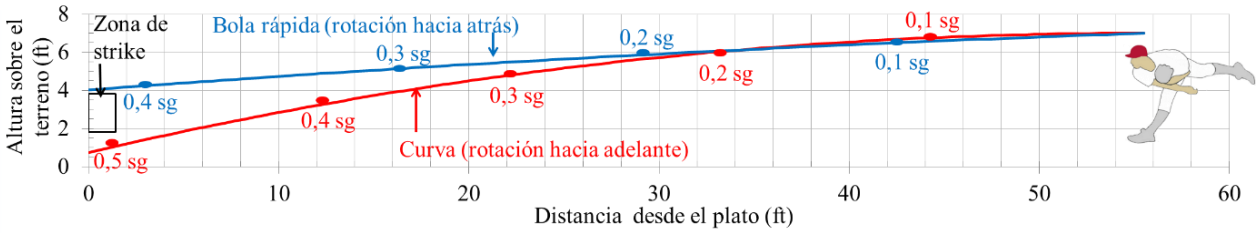


Figura 3.25.1.

Comparación de trayectorias de lanzamientos en curva con rotación hacia adelante y en bola rápida con rotación hacia atrás. La pelota sale a una altura de 7 ft y se indica con puntos su posición a intervalos de 0,1 sg. Mientras la bola rápida solo desciende 3 ft en su recorrido hacia el plato, la curva desciende 6,3 ft.

La bola rápida llega al plato en 0,43 sg mientras que la curva tarda 0,52 sg. Se muestra también en el gráfico la posición de la pelota a intervalos de 0,1 sg después de ser lanzada por el *pitcher*. Se puede observar que las trayectorias de la curva y de la bola rápida se confunden casi hasta que la bola se encuentra a la mitad de su recorrido, aproximadamente a 32 ft del plato y a 0,2 sg del lanzamiento; a partir de este momento las trayectorias se separan rápidamente. Si el bateador estuviese esperando una bola rápida (rotación hacia atrás) pero le lanzan una curva (rotación hacia adelanta), el descenso vertical de la pelota a su llegada al plato es de algo más de 3 ft (1 metro). Al detectar la curva, el bateador tiene solo alrededor de 0,3 segundos para adecuar su mente y cuerpo al hundimiento de la bola, razón por la cual este lanzamiento es tan difícil de batear.

3.26 ¿Cuánto es el rompimiento horizontal de la *slider*?

Una bola en *slider*, suponiendo que es lanzada con pura rotación de lado (*sidespin*), tiene un eje de rotación vertical (ver Figura 3.5.1) y genera una fuerza de Magnus lateral que actúa solamente en la dirección horizontal, no existiendo componente de esta fuerza en la dirección vertical. En el caso de un lanzador derecho, la rotación es en sentido contrario a las agujas del reloj (visto desde arriba) y la trayectoria tenderá a alejarse de un bateador derecho (Figura 3.8.2.c). La deflexión de la *slider* es la distancia horizontal que viaja la pelota debido a la rotación de lado. Se mide al llegar la bola al plato como la diferencia en las coordenadas horizontales de la pelota sin y con rotación de lado.

Tal es el caso que se describe en la Figura 3.26.1. La bola es lanzada con ángulo vertical nulo ($\theta_0 = 0$) y con valores típicos de una *slider* (ver Tabla 3.4.1), con velocidad inicial de 85 mph y velocidad rotacional de 2.400 rpm, rotando solo con *sidespin*.

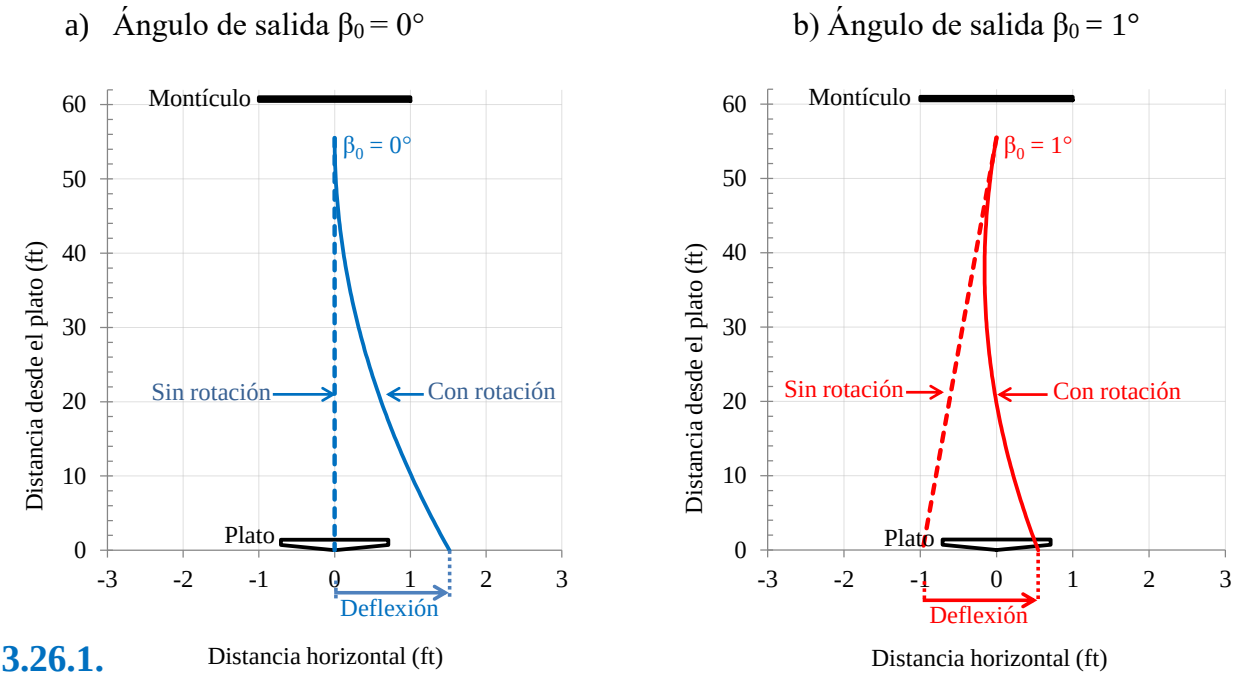


Figura 3.26.1. Vista en planta (plano horizontal) de la trayectoria de una *slider* con pura rotación de lado (*sidespin*) y su comparación con la trayectoria rectilínea sin rotación donde se destaca la deflexión de la bola. Se muestran resultados para dos ángulos de salida de 0° y de 1°. La escala horizontal ha sido ampliada para una mejor apreciación de la deflexión de la bola. Todos los lanzamientos son con la misma rapidez de 85 mph y rapidez rotacional de 2.400 rpm. La deflexión de la pelota es en los dos casos igual a 1,5 ft.

Si el ángulo horizontal del lanzamiento es de $\beta_0 = 0^o$ (con respecto a la línea horizontal que une el centro del montículo con el centro del plato), el rompimiento o deflexión horizontal de la pelota es de 1,5 ft, alejado casi 1 ft de la zona de *strike*. Si el lanzador corrige el ángulo inicial y suelta la bola con una ligera inclinación horizontal de $\beta_0 = 1^o$, se observa en el gráfico que la pelota termina su recorrido en la esquina de adentro de la zona de *strike* y la deflexión horizontal es prácticamente la misma (1,5 ft). La Figura 3.26.2 muestra la trayectoria de la pelota en el plano vertical, para los dos ángulos de salida considerados, observándose que las dos trayectorias coinciden ya que no hay componente de la Fuerza de Magnus en este plano. La caída de la pelota en la dirección vertical es debida solamente a las fuerzas de gravedad y de arrastre.

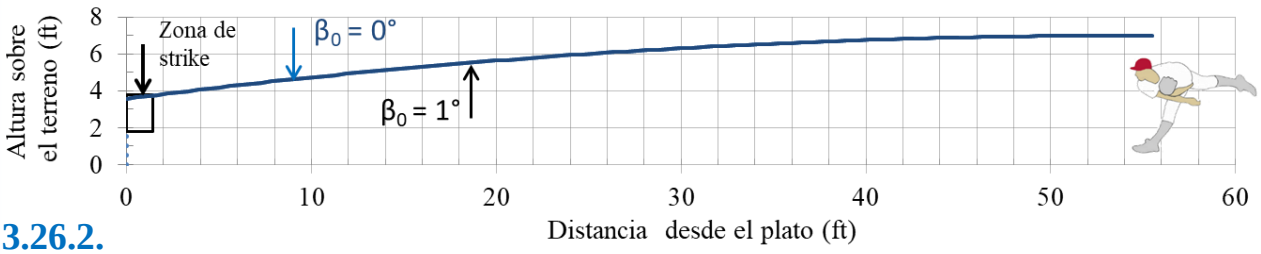


Figura 3.26.2.

Vista en plano vertical de la trayectoria de la *slider* con pura rotación de lado presentada en la Figura 3.26.1. Las trayectorias coinciden en el plano vertical para los dos ángulos horizontales de salida de 0° y 1°.

En conclusión, una pelota lanzada en *slider* con velocidades típicas cercanas a 85 mph provista de rotación de lado de 2.400 rpm, tiene un rompimiento (*break*) o deflexión horizontal en el orden de 1,5 ft. Dado que la única aceleración que actúa en la dirección horizontal es la fuerza de Magnus, el movimiento horizontal de la bola en *slider* es también de 1,5 ft (igual a la deflexión).

Estas estimaciones coinciden bastante bien con los valores promedio de movimiento horizontal (*horizontal movement*) medidos por Statcast para los lanzadores en la MLB, como se discute en el Cap. 3.28. En forma similar al rompimiento vertical de la curva, se puede apreciar en el gráfico que para la bola en *slider* (Figura 3.26.1), el 75% del rompimiento o deflexión horizontal debido al *sidespin* ocurre en la última mitad de su recorrido, lo cual le deja muy poco tiempo al bateador para ajustar y hacer contacto.

Un lanzamiento extraordinario en *slider* fue registrado el 07/08/20 en un juego entre Tampa Bay y los Yankees[15]. El lanzamiento de Chaz Roe a 81 mph tuvo un rompimiento horizontal de 2 ft ponchando a Aaron Judge que lució totalmente fuera de balance en el plato. El promedio del rompimiento horizontal de la slider de Roe el año 2019 fue de 22,8 pulgadas (1,9 ft), siendo este el más alto en la MLB.

3.27 Estimación del movimiento y la deflexión de un lanzamiento en curva mediante fórmulas clásicas de la física

La física clásica nos permite mediante cálculos simples hacer una estimación de la deflexión de la pelota en un lanzamiento que lleva rotación (curva o *slider*), la cual podemos comparar con la solución *exacta* que provee la solución de las ecuaciones diferenciales que sustentan el modelo matemático del Capítulo 1.

Tomamos como caso de análisis el lanzamiento de una pelota en curva que sale despedida en la dirección horizontal con solo rotación hacia adelante, es decir no hay componente de la velocidad inicial en la dirección vertical y no hay componente de rotación lateral. Los datos de entrada son los siguientes:

L = distancia entre el punto donde el *pitcher* suelta la bola y el plato = 55,5 ft

g = aceleración de gravedad = 9,81 m/sg^2

ρ = densidad de masa del aire = 1,2254 kg/m^3

m = masa de la pelota = 0,14513 kg

[15] https://www.mlb.com/news/chaz-roe-rays-filthy-slider-to-aaron-judge

R = radio de la pelota = 0,0364 m

h_0 = altura inicial de salida de la bola = 2,10 m = 7 ft

θ_0 = ángulo vertical de salida de la pelota = 0º

β_0 = ángulo horizontal de salida de la pelota = 0º

V_o = rapidez inicial de traslación de la pelota = 78 mph

ω = rapidez de rotación de la pelota = 2.500 rpm = 261.8 radianes/sg

Usando los principios de la física podemos desarrollar una expresión simplificada que llamaremos solución analítica, para determinar la deflexión que sufre una pelota lanzada en un plano horizontal y sujeta por separado a dos fuerzas: la fuerza de gravedad y la fuerza de Magnus.

A partir de la cinemática clásica, la distancia vertical (d_g) que cae la pelota debido solamente a la atracción de la gravedad puede estimarse como:

$$d_g = \frac{1}{2} g\, t^2 = \frac{1}{2} g\, \frac{L^2}{V^2} \qquad (3.27.1)$$

Donde t es el tiempo que tarda la pelota en llegar al plato; L es la distancia entre el montículo y el plato e igual a 55,5 ft, y V es la rapidez (horizontal) promedio de la pelota en su recorrido. La rapidez inicial en dirección vertical es cero y se desprecia dicha componente durante el vuelo. Esta ecuación proporciona una estimación sencilla de la deflexión vertical con base a despreciar la resistencia del aire y suponer que la rapidez (horizontal) es constante e igual a su valor medio durante el vuelo entre el montículo y el plato.

Por otra parte, la deflexión vertical (d_m) de la pelota debida solamente a la rotación (fuerza de Magnus), puede estimarse por la siguiente ecuación, cuya deducción se muestra en el Anexo F:

$$d_m = \frac{\rho\, \pi\, L^2}{2\, m\, V^2}\, (0{,}045\, R^2 V^2 + 0{,}3\, R^3\, \omega\, V) \qquad (3.27.2)$$

En donde nuevamente se ha supuesto que V es la rapidez promedio de la pelota durante su recorrido. En esta ecuación la rapidez rotacional ω debe colocarse en radianes por segundo.

La solución analítica aplicando las ecuaciones 3.27.1 y 3.27.2 conducen a valores de d_g = 3,786 ft y dm = 2,165 ft. La rapidez utilizada en el cálculo es 74,2 mph, tomada como el promedio aritmético entre la rapidez inicial de 78 mph y la final de 70,4 mph cuando la bola llega al plato. Para efectos prácticos se puede adoptar que la rapidez de llegada es aproximadamente 0,90 veces la de salida.

A objeto de valorar la precisión de la solución analítica basada en las ecuaciones simplificadas 3.27.1 y 3.27.2, podemos utilizar el modelo matemático desarrollado en el Capítulo 1, basado en las más completas ecuaciones diferenciales del movimiento que toman en cuenta todas las fuerzas actuando, para determinar la trayectoria precisa de la pelota en su recorrido entre el montículo y el plato. A esta solución la llamamos solución *exacta* a los fines de compararla con la solución analítica.

Para determinar con el modelo matemático la deflexión de la pelota influenciada solamente por la gravedad (d_g) y la deflexión debida a la rotación (d_m), se hace necesario calcular tres diferentes

trayectorias considerando la influencia de las fuerzas fundamentales que intervienen en el movimiento: un primer caso de pelota sin rotación sujeta solo a la presencia de la fuerza de gravedad; un segundo caso de pelota sin rotación sujeta a las fuerzas de gravedad y arrastre; y un tercer caso de pelota con rotación considerando las tres fuerzas (gravedad, arrastre y Magnus). Las trayectorias obtenidas se presentan en la Figura 3.27.1. Las alturas obtenidas para la pelota en el plato son las siguientes: 3,22 ft para el primer caso (solo gravedad), 2,91 ft para el segundo caso (gravedad y arrastre) y 0,74 ft para el tercer caso (gravedad, arrastre y Magnus). En consecuencia, la deflexión d_g de la pelota debido solo a la gravedad es entonces igual a 7 – 3,22 = 3,78 ft, y la deflexión d_m debida a la fuerza de Magnus es igual a 2,91 – 0,74 = 2,17 ft.

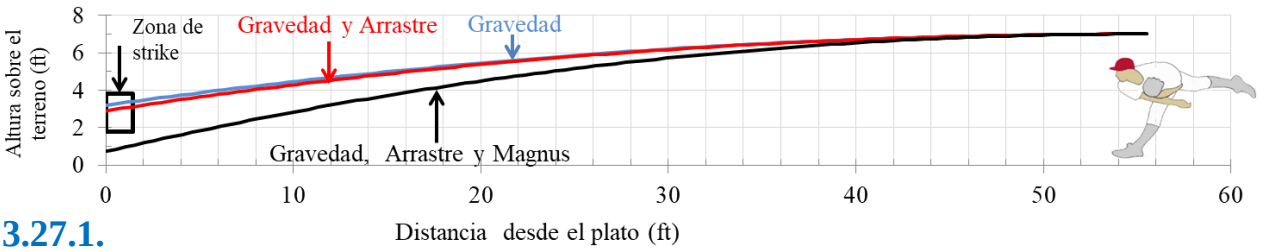


Figura 3.27.1. Trayectorias calculadas con el modelo matemático para determinar la deflexión vertical de la bola curva.

La Tabla 3.27.1 resume la comparación de resultados entre la solución analítica y la solución exacta del modelo matemático. La diferencia relativa entre ambas soluciones es prácticamente insignificante (0,05% y 0,37%) por lo que se concluye que las fórmulas analíticas aquí presentadas (Ecuaciones 3.27.1 y 3.27.2) suministran una muy buena estimación de la deflexión que sufre la pelota.

Tabla 3.27.1. Comparación de la deflexión vertical de la curva calculada analíticamente y calculada con el modelo matemático.

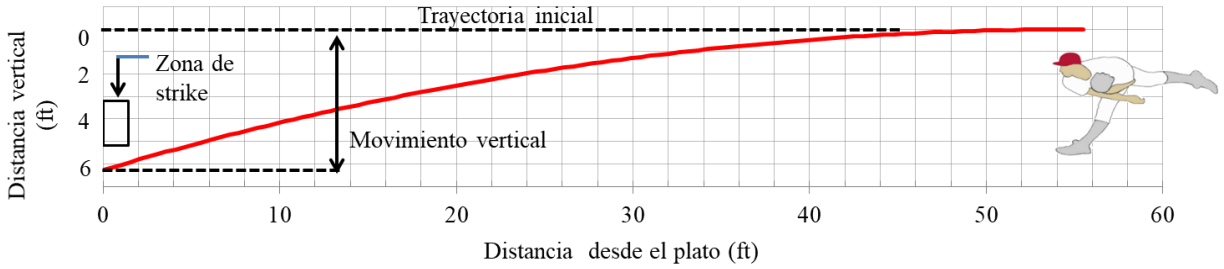
Solución	d_g : deflexión debida solo a la fuerza de gravedad (ft)	d_m : deflexión debida solo a la fuerza de Magnus (ft)
Analítica	3,786	2,165
Modelo (exacta)	3,784	2,173
Diferencia en %	0,05	0,37

3.28 Movimiento de la pelota medida por Statcast

El movimiento se define como la desviación de su trayectoria inicial que muestra la pelota al llegar al plato, debida a la acción de la gravedad (que la atrae hacia abajo) y la acción de la rotación (o fuerza de Magnus que la puede desviar en dirección horizontal y vertical). Usamos la palabra "movimiento" para interpretar la palabra inglesa *movement* la cual otros autores mencionan también como rompimiento (*breacking*). La Figura 3.28.1 muestra el movimiento que le puede

imprimir el lanzador a la pelota; se muestra en un plano vertical (Figura 3.28.1.a) la trayectoria y llegada al plato con un movimiento vertical de aproximadamente 6 ft, la cual se corresponde con una curva con gran rompimiento. En esta figura 3.28.1.a se ha supuesto una trayectoria inicial horizontal, aun cuando esa trayectoria inicial puede tener una inclinación distinta. La Figura 3.28.1.b muestra en una planta un movimiento horizontal de aproximadamente 1,3 ft el cual se corresponde con una *slider* de gran rompimiento lanzada por un *pitcher* derecho. En dicha figura se ha supuesto también que la trayectoria inicial es una línea horizontal. En las figuras se ha aumentado intencionalmente la escala vertical a fin de destacar la llegada de la pelota al plato. Nótese la diferencia entre el movimiento y la deflexión definida en el Capítulo 3.24; el movimiento horizontal es siempre igual a la deflexión horizontal, pero el movimiento vertical es mayor que la deflexión vertical porque esta última no incorpora el efecto de la gravedad (Figura 3.24.1).

a) Vista en un plano vertical del movimiento vertical de la pelota al llegar al plato.



b) Vista en planta del movimiento horizontal de la pelota al llegar al plato.

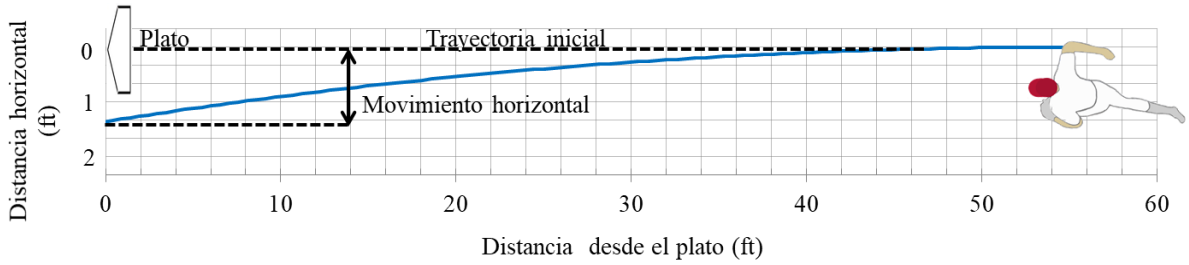


Figura 3.28.1.

Visualización del movimiento de la pelota lanzada por el *pitcher*. El movimiento vertical es producido por la gravedad y la rotación de la bola, mientras que el movimiento horizontal es debido solamente a la rotación de la pelota. La escala vertical está aumentada para una mejor visualización.

Desde hace varios años Statcast mide el movimiento horizontal y el movimiento vertical para cada uno de los lanzamientos en la MLB. En la Figura 3.28.2 se presentan resultados de las mediciones hechas en el año 2019 para cuatro tipos de lanzamientos: dos de bola rápida (cuatro costuras y *sinker*) y dos de quebrados o rompientes (curva y *slider*). Se grafica en el eje vertical el movimiento vertical (ft) o caída de la pelota medida desde el momento en que sale de la mano del lanzador. El eje horizontal muestra el movimiento horizontal (ft), cuyo valor cero corresponde al centro del plato; visto desde la perspectiva del receptor, un valor positivo significa que la bola está a su derecha y viceversa. Esto se corresponde con la definición de eje horizontal (x) positivo en nuestro sistema de coordenadas (ver Figura 1.5.1 en Cap. 1.5). El signo de los valores del movimiento

vertical en las figuras difiere del de Statcast; los autores prefieren presentarlos con signo positivo el cual es indicativo del valor absoluto de la distancia de caída de la pelota, a diferencia de Statcast que los presenta con signo negativo. Además, los autores presentan los valores en pies (ft) a diferencia de Statcast que los muestra en pulgadas.

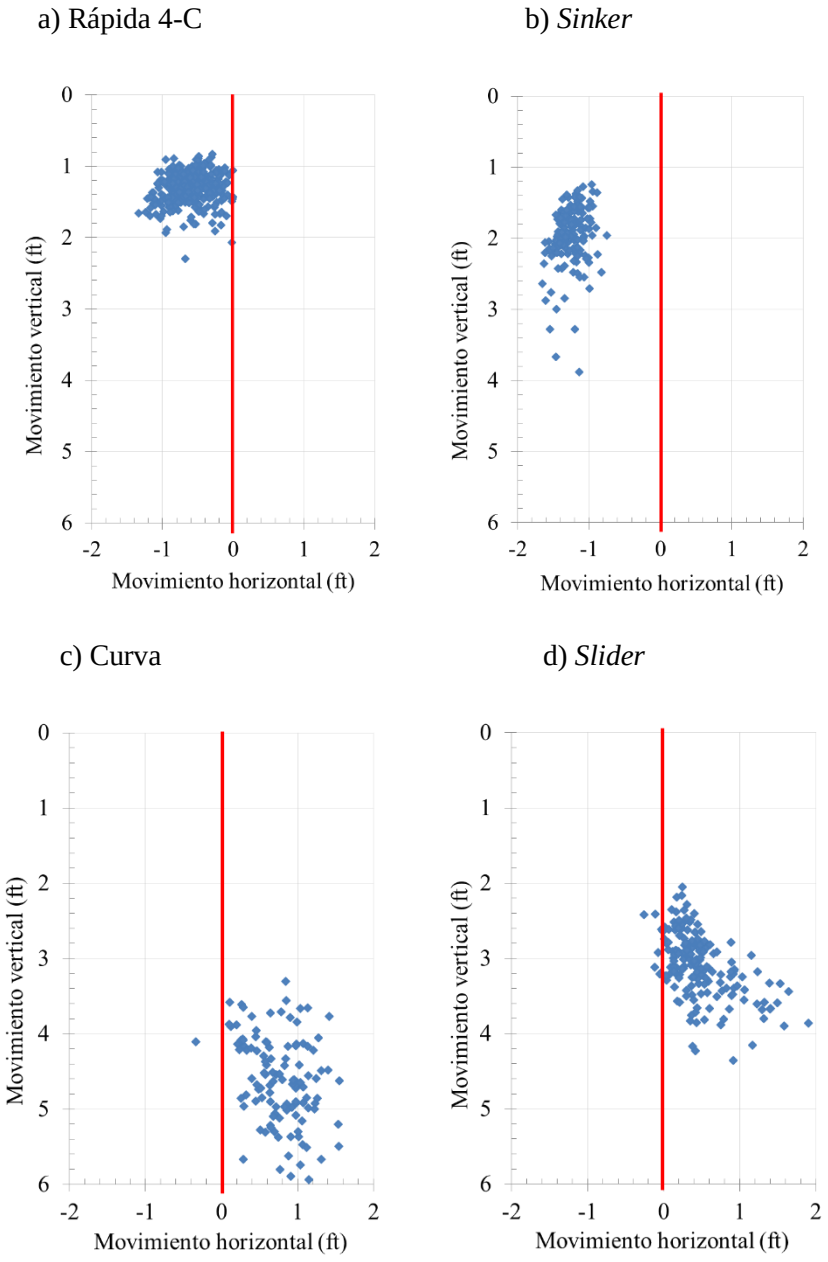


Figura 3.28.2.

Movimiento horizontal y vertical promedio para cada *pitcher* con un mínimo de 250 lanzamientos el año 2019 en la MLB (datos extraídos de Statcast). El "cero" en el eje horizontal es el centro del plato. El "cero" en el eje vertical está a la altura de la mano del lanzador.

Cada cuadrado azul en las figuras 3.28.2 representa el promedio de los lanzamientos de un *pitcher* durante el año 2019. Para hacer los gráficos solo se consideraron aquellos lanzadores con un mínimo de 250 lanzamientos del tipo especificado. Los gráficos muestran todos los lanzadores,

tanto zurdos como derechos, para lo cual en el tratamiento de los datos de Statcast se ha invertido el signo del movimiento horizontal en los lanzadores zurdos de manera tal que los resultados se interpretan como si todos los lanzadores fuesen derechos. Por ejemplo, uno de los cuadrados azules que describe un movimiento horizontal de +1 ft en el lanzamiento de *slider* la Figura 3.28.2.d, pudiera corresponder a un lanzador derecho, donde el movimiento horizontal aleja la pelota del bateador derecho, o pudiera corresponder a un lanzador zurdo donde el movimiento horizontal acerca la pelota hacia el bateador derecho.Una comparación entre las Figuras 3.28.2.a, b, c y d, permite apreciar las diferencias específicas entre cada tipo de lanzamiento. Examinado las tendencias generales de los datos podemos decir que los lanzamientos de bola rápida (4-C y *Sinker*) entran más arriba que los quebrados (curva y *slider*) debido a que llevan rotación hacia atrás que es percibida por los bateadores en algunos casos como si la bola tendiera a elevarse. La curva y la *slider* muestran un hundimiento significativo debido a la rotación hacia adelante. Todos muestran un movimiento horizontal importante, indicativo de que llevan rotación de lado. El movimiento horizontal es positivo en el caso de la curva y la slider (la bola se aleja del bateador derecho) pero es negativo en el caso de la *sinker* y la 4-C (la bola se acerca al bateador derecho).

De la Figura 3.28.2.c se observa que la caída de la curva (movimiento vertical) está entre 3,3 y 5,9 ft mientras que el movimiento horizontal se encuentra entre 0 y 1,6 ft. El movimiento horizontal es indicativo de que la rotación de la pelota no es únicamente hacia adelante, sino que tiene una componente de lado, razón que permite explicar por qué la caída vertical calculada por el modelo matemático en el Cap. 3.24 es algo mayor (6,26 ft) por haberse considerado una curva con toda su rapidez rotacional actuando solo hacia adelante (lanzamiento con puro *topspin*). En el gráfico se observa un punto con movimiento horizontal negativo (-0,3 ft). Esto pareciera indicar una curva con rotación de lado en sentido opuesto, es decir un lanzamiento tipo *screwball* (ver Cap. 3.15 y Fig. 3.8.4).

La *slider* (Figura 3.28.2.d) tiene menos movimiento vertical que la bola curva, pero puede alcanzar un movimiento horizontal cercano a los 2 ft. El lanzamiento típico de una *slider* con pura rotación de lado, analizado con el modelo en el Cap. 3.26, condujo a un movimiento horizontal de 1,5 ft el cual está en el rango de los valores medidos por Statcast.

La *sinker* se mueve horizontalmente hacia el lado contrario de la curva y de la *slider*, con menor desplazamiento vertical (tiene rotación hacia atrás) y con movimientos horizontales entre 0,7 y 1,7 ft (Figura 3.28.2.b). El caso particular de un lanzamiento en *sinker* de Jordan Hicks, analizado con el modelo matemático en el Cap. 3.22, produjo un desplazamiento vertical 1,3 ft y uno horizontal de 1,2 ft, los cuales están en el rango de los valores medidos por el sistema Statcast de la Figura 3.28.2.b.

La bola rápida de cuatro costuras (4-C) es la que cae menos debida a su elevada rapidez rotacional hacia atrás. La mayoría de los valores se concentran entre 1 y 2 ft, teniendo movimientos horizontales entre 0 y 1,4 ft. Para el caso particular analizado con el modelo en el Cap. 3.21, el movimiento vertical obtenido de una pelota con pura rotación hacia atrás (sin componente de lado) fue de 1,04 ft, el cual se encuentra en el rango de los valores medidos por Statcast.

La Tabla 3.28.1 presenta los valores promedio de todos los lanzadores, para cada tipo de lanzamiento, calculados con la información mostrada en la Figura 3.28.2. El mayor movimiento vertical corresponde a la curva y el mayor movimiento horizontal a la *sinker* (más que la *slider* y la curva). La bola rápida de 4-C en término medio llega al plato aproximadamente 3,3 ft (1 metro) más alta que la bola curva.

Tabla 3.28.1. Valores medios del movimiento vertical y horizontal en el año 2019 de la MLB. Son valores calculados con la información mostrada en la Figura 3.28.1.

Tipo de Lanzamiento	Movimiento Vertical (ft)	Movimiento Horizontal (ft)
Rápida 4-C	1,3	-0,6
Sinker	2,0	-1,3
Curva	4,6	0,8
Slider	3,1	0,5

Las Tablas 3.28.2 y 3.28.3 muestran los líderes en movimiento horizontal y movimiento vertical para cada uno de los cuatro tipos de lanzamiento, en los casos contemplados en la Figura 3.28.2. Se indican también los valores medios de la rapidez de traslación (mph) y rapidez rotacional (rpm) asociados a esos lanzamientos.

Tabla 3.28.2. Lanzadores líderes en movimiento horizontal en la temporada de 2019.

Lanzamiento tipo	Lanzador	Equipo	Movimiento horizontal (ft)	Rapidez (mph)	Rapidez rotacional (rpm)
Rápida 4-C	Jarlin García	Miami	1,33	93,3	2.264
Sinker	Cory Gearrin	Yankees	1,66	91,3	2.276
Curva	Charlie Morton	Tampa Bay	1,55	78,6	2.886
Slider	Chaz Roe	Tampa Bay	1,90	81,1	2.953

Tabla 3.28.3. Lanzadores líderes en movimiento vertical en la temporada de 2019.

Lanzamiento tipo	Lanzador	Equipo	Movimiento vertical (ft)	Rapidez (mph)	Rapidez rotacional (rpm)
Rápida 4-C	Aroldis Chapman	Yankees	0,83	98,0	2.484
Sinker	José Alvarado	Tampa Bay	1,24	98.1	2.180
Curva	Chris Bassitt	Oakland	5,94	70,3	2.238
Slider	Trent Thornton	Toronto	4,36	80,5	3.089

La Tabla 3.28.2 muestra los líderes en movimiento horizontal. El líder es aquel con el mayor valor absoluto del movimiento, independiente del sentido (signo). En el caso de las bolas rápidas (4-C y *sinker*) el líder se corresponde con aquellos puntos en las Figuras 3.28.2.a y b ubicados más a la izquierda mientras que en el caso de las bolas rompientes (curva y *slider*, Figuras 3.28.2.c y d) son los ubicados más a la derecha.

Los líderes en movimiento vertical se indican en la Tabla 3.28.3. El líder en los lanzamientos de bola rápida (4-C y *sinker*) se selecciona como aquel que tiene el menor movimiento vertical (Figuras 3.28.2.a y b), siendo este el objetivo principal de estos lanzamientos (mantener la bola arriba), mientras que en las bolas rompientes (curva y *slider*) el líder es aquel que alcanza el mayor movimiento vertical o hundimiento al llegar al plato (Figuras 3.28.2.c y d).

Se observa en la Tabla 3.28.2 que el mayor movimiento horizontal promedio es el de la *slider* de Chaz Roe con 1,9 ft. Chris Bassitt es el que tiene el mejor promedio de movimiento vertical con 5,94 ft, asociado a su lanzamiento en curva. La bola rápida que cae menos es la de cuatro costuras (4-C) del cubano Aroldis Chapman con tan solo 0,83 ft de movimiento vertical, debido a sus elevados promedios de velocidad de 98 mph y sus casi 2.500 rpm de rapidez rotacional hacia atrás (*backspin*). Los bateadores perciben una bola que se levanta, aunque físicamente esto es imposible ya que la fuerza de Magnus siempre es menor que la fuerza de gravedad (ver Cap. 2.1). En el caso de la bola rápida *sinker*, la bola se hunde más que la de 4-C y el líder con menor caída es el venezolano José Alvarado con 1,24 ft. La *sinker* se caracteriza por un gran movimiento horizontal, el líder fue Cory Gearrin con 1,66 ft.

Conviene destacar el caso especial del gran movimiento de dos lanzamientos opuestos de Charlie Morton. La curva de Morton promedia 1,55 ft de movimiento horizontal (Tabla 3.28.2), pero ocurre que su *sinker* alcanza también el mismo valor de 1,55 ft, pero en el sentido opuesto. La diferencia en el movimiento de la pelota al llegar al plato se ilustró gráficamente en las figuras 3.8.2.b (curva) y 3.8.3.a (*sinker*). El efecto de recibir consecutivamente estos dos lanzamientos de Morton es mortal para un bateador. Al comparar con el promedio de la MLB, los movimientos de su curva y de su sinker ocupan el segundo y el tercer lugar, respectivamente, para lanzadores con un mínimo de 250 lanzamientos. Para un bateador derecho eso significa que la bola se aleja del plato con la curva y se acerca con la *sinker*. El video cuyo vínculo se muestra a pie de página[16] permite visualizar la tortura de un bateador enfrentado a estos dos lanzamientos de Morton. Las bolas parecen repelerse en las trayectorias superpuestas de una *sinker* y una curva durante el tercer juego de la serie divisional entre Tampa Bay y Houston el 7/10/2019.

3.29 Influencia de la orientación de las costuras y la rotación en la bola de nudillos

Watts and Sawyer (1975) llevaron a cabo experimentos en un túnel de viento para medir las fuerzas laterales que se generan en una pelota de baseball cuando el flujo de aire se expone a diferentes configuraciones de las costuras. La Figura 3.29.1 muestra la forma como se colocó la pelota en el túnel de viento y como se define el ángulo de rotación α para cambiar la configuración de las costuras ante un flujo de aire que se mantiene en una dirección fija. La fuerza se mide para cada posición fija del ángulo α, estando la pelota en una posición estática, sin velocidad angular, o sea sin fuerza de Magnus. Para $\alpha = 0°$ y valores múltiplos de 45°, la pelota está orientada simétricamente en relación a las costuras y por tanto no se generan fuerzas laterales. Para α distinto a los valores anteriores, la asimetría de las costuras genera una fuerza lateral que actúa solamente en el plano horizontal.

[16] https://twitter.com/PitchingNinja/status/1181268716056657925

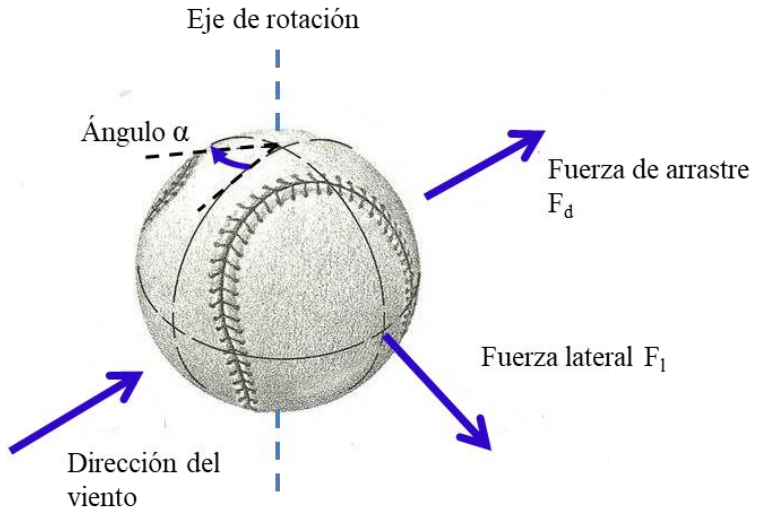


Figura 3.29.1.

Posición de la pelota en el túnel de viento cuando α = 0°. La bola puede ser rotada un ángulo α para una nueva posición, manteniendo fija la dirección del viento. (Watts y Sawyer, 1975).

Watts y Sawyer desarrollaron una relación experimental entre la fuerza lateral máxima de la pelota $F_{l\,max}$ y su velocidad V, la cual ha sido ajustada por la relación:

$$F_{l\,max} = 0{,}0000216\ V^2 \qquad (3.29.1)$$

donde $F_{l\,max}$ está expresada en libras y V en ft/s.

Los experimentos de Watts y Sawyer fueron realizados para una velocidad del viento de 46 mph, o lo que es lo mismo, para una velocidad de la pelota igual a 46 mph suponiendo que no hay viento. Para esa velocidad la correspondiente fuerza lateral máxima es de 0,1 lb. En la realidad, las bolas de nudillos son lanzadas con velocidades que oscilan mayormente entre 60 y 75 mph, tal como lo describe Nathan (2014b), basado en mediciones del sistema PITCHf/x data[17]. Suponiendo una velocidad típica de 65 mph, equivalentes a 95,3 ft/s, podemos calcular la correspondiente fuerza lateral máxima usando la ecuación (3.29.1), obteniéndose un valor de 0,196 lb. Los resultados experimentales de Watts y Sawyer han sido confirmados más recientemente por los ensayos de Borg y Morrisey (2014).

Giordano (1997) propuso un ajuste a los datos experimentales de Watts y Sawyer mediante una serie de Fourier que tiene un periodo de π/2. La fórmula de Giordano ha sido modificada por nosotros para ajustarla a una fuerza lateral máxima de 0,196 lb correspondiente a una velocidad de 65 mph. La fórmula modificada se indica a continuación y se grafica en la Figura 3.29.2.

$$\frac{F_l}{mg} = 0{,}58[\text{sen}\,(4\alpha) - 0{,}25\,\text{sen}(8\alpha) + 0{,}08\,\text{sen}(12\alpha) - 0{,}025\,\text{sen}(16\alpha)] \qquad (3.29.2)$$

donde α es el ángulo de orientación de las costuras, m es la masa de la pelota y g es la aceleración de gravedad. El producto mg es el peso de la pelota.

[17] El sistema PITCHf/x es una tecnología basada en cámaras de video para monitorear los lanzamientos del *pitcher*. Ha estado en uso desde el año 2007 en todos los parques de la MLB.

La Figura 3.29.2 indica un patrón de onda semi-sinusoidal que se repite cuatro veces por cada revolución (360°). Se observa que la fuerza lateral tiene 4 máximos y 4 mínimos, por cada revolución de la pelota. El valor máximo de F_l/mg es 0,62, lo cual quiere decir que la magnitud de la fuerza lateral máxima generada por una bola de nudillos lanzada a 65 mph es aproximadamente el 62% de la fuerza de gravedad. Para el peso de la pelota de 0,32 lb (145 gr) la fuerza lateral máxima es de 0,198 lb (90 gr).

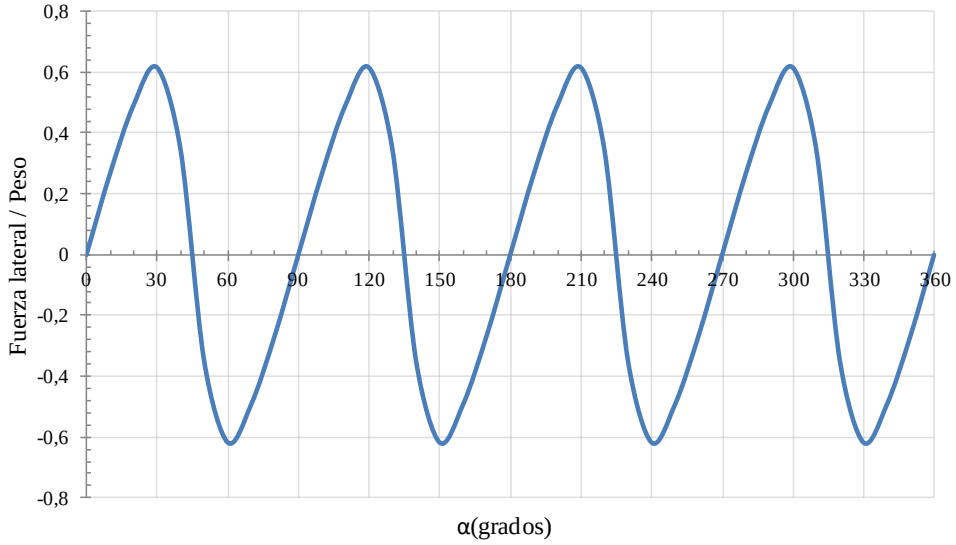


Figura 3.29.2.
Variación de la fuerza lateral, expresada en términos del peso de la bola, con el ángulo de orientación de las costuras α. Resultados válidos para una velocidad de 65 mph (modificado de Giordano, 1997).

La ecuación (3.29.2) es la ecuación que usamos entonces para calcular la fuerza lateral producida por una pelota lanzada con una velocidad de 65 mph. Para resolver esta ecuación debemos conocer la forma cómo cambia el ángulo α a medida que se desplaza la pelota hacia al plato. La variación de α depende de la velocidad de rotación que se le imprima a la bola. La relación funcional entre estas variables viene dada por la ecuación diferencial que gobierna el movimiento de rotación de la pelota:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \qquad (3.29.3)$$

donde α es el ángulo de orientación de la pelota, que define la posición de las costuras, y que se asume rota sobre un eje vertical a una velocidad rotacional fija ω.

La ecuación de Euler o de aproximación por diferencias finitas usando una expansión en serie de Taylor de primer orden, se usa para obtener soluciones a (3.29.3):

$$\alpha^{n+1} = \alpha^{n} + \omega\,\Delta t \qquad (3.29.4)$$

donde el superíndice n se refiere al instante de tiempo.

Las ecuaciones (3.29.2) y (3.29.4) se incorporan al modelo matemático tridimensional para calcular la trayectoria de la bola de nudillos. Dado que la fuerza lateral es producto de una rotación de la pelota alrededor de un eje vertical, la deflexión que se genera es solo en la dirección horizontal.

A continuación, se realizan experimentos numéricos con el modelo matemático 3D para analizar la influencia que tienen algunos parámetros en determinar la trayectoria de la bola. Todas las

pelotas son lanzadas con una dirección inicial hacia el centro del plato desde una distancia de 55,5 ft, que es aproximadamente la distancia que recorre la pelota entre el punto donde la suelta el lanzador (a 5 ft del montículo) hasta la esquina trasera del plato. Adicionalmente se supone que la pelota es lanzada a una altura de 6 ft.

a. Influencia de la orientación inicial de las costuras en una pelota sin rotación

La Figura 3.29.3 muestra los resultados obtenidos para una pelota sin rapidez rotacional ($\omega = 0$) que es lanzada con diferentes valores iniciales del ángulo de orientación (α_θ), variando entre 0° y 90°. La velocidad de la bola es 65 mph. Al no haber rotación, el ángulo α se mantiene constante en el tiempo por lo que la fuerza lateral también se mantiene constante en toda la trayectoria de la pelota. Adicionalmente, la fuerza de Magnus se anula por lo que la pelota está sujeta solamente a las fuerzas de gravedad, arrastre y a la fuerza lateral F_l. Para ángulos de $\alpha_0 = 0°$, 45° y 90° la fuerza es nula, debido a la simetría que presentan las costuras al paso del flujo, tal como se deduce de la Figura 3.29.3, por lo que la trayectoria está representada por la línea recta que pasa por el centro del montículo y el centro del plato. Para ángulos de 15° y 30° la pelota se desvía hacia la derecha del receptor, debido a una fuerza lateral positiva. Para ángulos de 60° y 75° la fuerza cambia de signo y la bola se desvía hacia la izquierda. La mayor desviación de 3,6 ft ocurre para ángulos de 30° y 60°, cuando la fuerza lateral alcanza un valor máximo positivo y negativo, respectivamente.

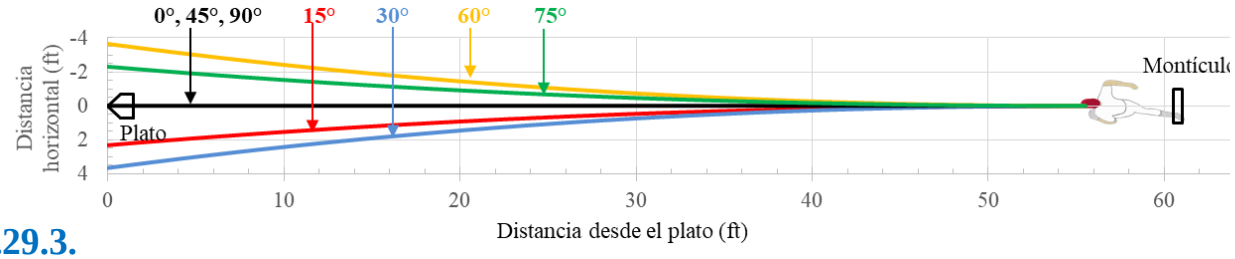


Figura 3.29.3.

Vista en planta de las trayectorias calculadas de bolas de nudillos lanzadas sin rotación a 65 mph con diferentes valores del ángulo de orientación inicial de las costuras (α_θ) variando entre 0° y 90°.

En resumen, la ubicación asimétrica de las costuras causa una variación en la posición de la estela de remolinos y el resultado es una fuerza lateral F_l que desvía la trayectoria de la pelota. En el caso de que el lanzador tenga la suerte de lanzar una pelota sin rotación y con las costuras ordenadas simétricamente al paso del flujo de aire, la bola no curveará, solamente caerá por efectos de la gravedad. En todos los casos donde hay una orientación asimétrica de las costuras y la bola viaja sin rotación, la trayectoria de la bola de nudillos es similar a la de una *slider*, pero con una mayor deflexión. Sin embargo, la bola de nudillos es más fácilmente predecible por el bateador ya que viaja a menor velocidad que la *slider*. Por otro lado, los casos analizados hasta el momento no reflejan cabalmente la realidad del juego ya que la pelota es prácticamente imposible que viaje sin ninguna rotación la cual se considera a continuación.

b. Influencia de la orientación inicial de las costuras en una pelota con rotación muy lenta

En este segundo escenario se le imprime a la pelota una muy pequeña rapidez rotacional ($\omega = 25$ rpm) de forma tal que esta gire aproximadamente ¼ de revolución en su trayectoria al plato. La velocidad es de 65 mph. Con estos valores la fuerza de Magnus es insignificante ($F_m/F_g = 0{,}007$) por lo que prácticamente no influye en el movimiento de la pelota. La Figura 3.29.4 muestra los desplazamientos laterales que sufre la pelota para diferentes valores iniciales del ángulo de

orientación de las costuras (α_0). Las pelotas son lanzadas desde el mismo punto del montículo y en la misma dirección hacia el plato. En todos los casos, la bola curvea primero hacia un lado y luego corrige su rumbo y curvea hacia el lado contrario. La doble curvatura que desarrolla la pelota durante su recorrido es lo que diferencia la bola de nudillos de la bola curva y de la *slider*, las cuales desarrollan una única curvatura.

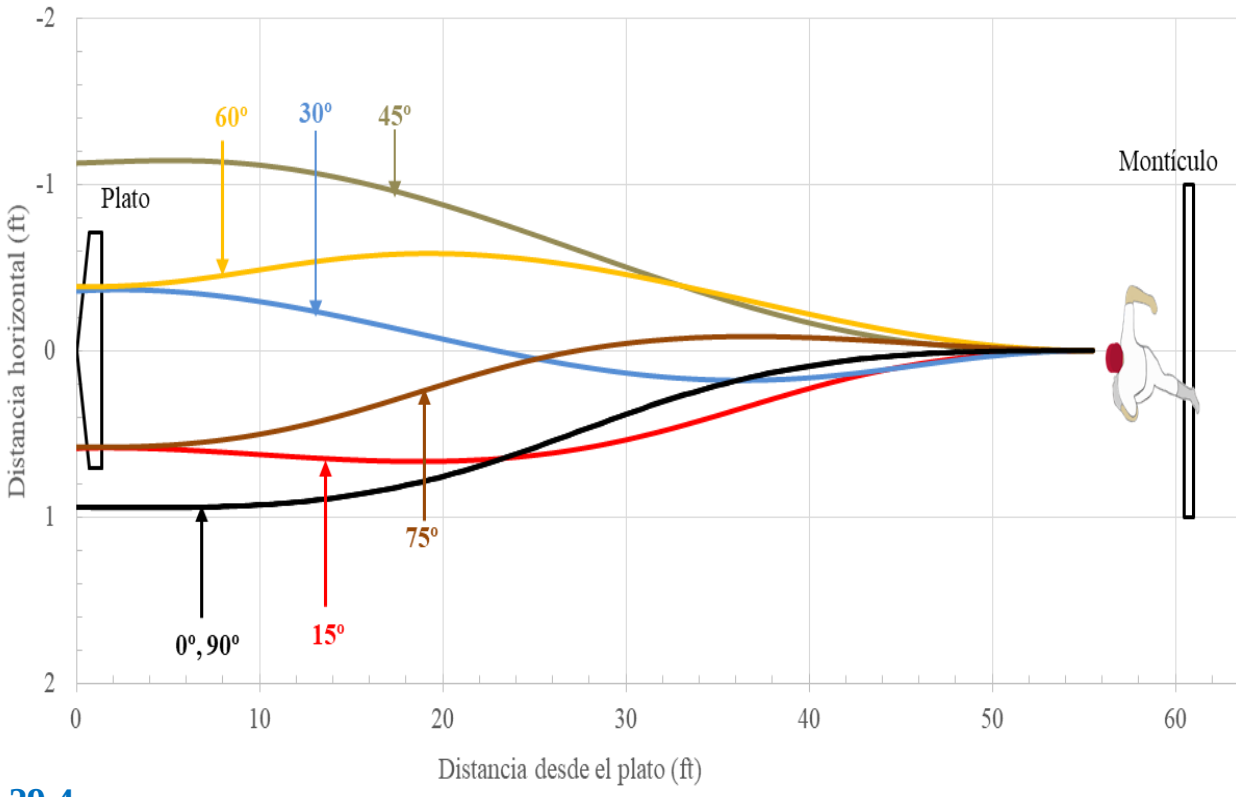


Figura 3.29.4.

Vista en planta de las trayectorias calculadas de bolas de nudillos lanzadas a 65 mph con rotación lateral de 25 rpm (1/4 de revolución en su recorrido) y diferentes orientaciones iniciales de las costuras dadas por el ángulo α_0 variando entre 0 y 90 grados. La escala vertical ha sido ampliada para apreciar la doble curvatura de las trayectorias

El cambio en la curvatura se explica porque la fuerza lateral cambia una vez de signo en su recorrido, ya que al rotar 1/4 de revolución la variación del ángulo α es de 90º (ver Figura 3.29.2). El máximo movimiento horizontal que se observa es del orden de 1 ft. Los experimentos numéricos demuestran claramente que un pequeño cambio en la orientación inicial de las costuras se traduce en grandes cambios en la trayectoria de la pelota, haciendo que esta sea muy difícil de predecir por el bateador y al mismo tiempo, muy difícil de atrapar por el receptor y de controlar por el lanzador.

Las trayectorias de las pelotas de nudillos en un plano vertical se muestran en la Figura 3.29.5. Se observa que prácticamente los perfiles de las trayectorias coinciden ya que la velocidad de salida es la misma, 65 mph, y todas son lanzadas a una altura de 6 ft y con el mismo ángulo vertical de salida, igual a 3º. Este ángulo de salida ha sido determinado por tanteo y error de forma tal que la pelota alcance a llegar a la zona de *strike*. El tiempo empleado por la pelota para llegar al plato es de 0,62 segundos en todos los casos-

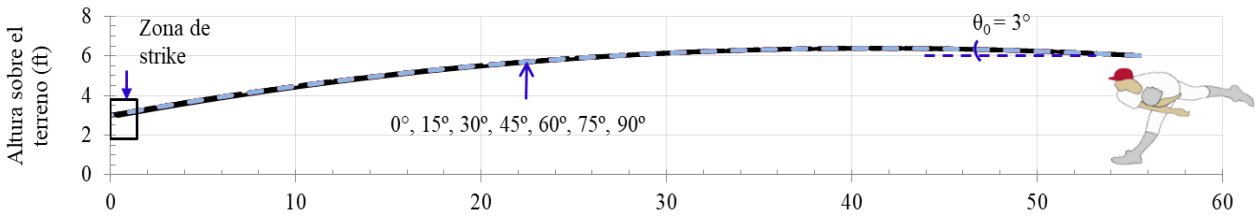


Figura 3.29.5.

Vista lateral en plano vertical de las trayectorias de las bolas lanzadas a 65 mph con rotación lateral de 25 rpm (1/4 revolución en su recorrido) y diferentes orientaciones iniciales de las costuras (ángulo α_0 variando entre 0 y 90 grados).

c. Influencia de la rapidez de rotación

En estos experimentos numéricos se examina la influencia de la rapidez de rotación suponiendo que la pelota realiza rotaciones de 1/4, 1/3, 1/2, 3/4, 1, y 1,5 revoluciones en su recorrido entre el montículo y el plato, correspondientes a rapideces rotacionales muy bajas de 25, 34, 51, 77, 103 y 154 rpm, respectivamente. La condición inicial para la orientación de las costuras es de α_0 =10º. Las trayectorias calculadas se muestran en la Figura 3.29.6.

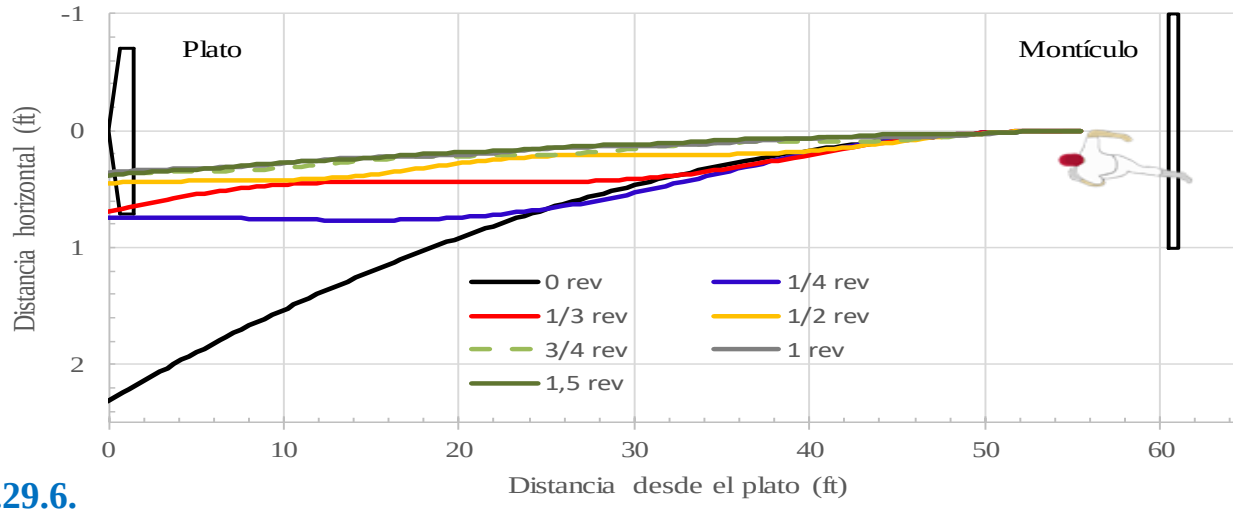


Figura 3.29.6.

Vista en planta de trayectorias calculadas de bolas de nudillos lanzadas a 65 mph con una orientación inicial de las costuras de 10º para diferentes rapideces de rotación muy bajas, entre 0 y 1,5 revoluciones en su recorrido al plato. La escala vertical ha sido ampliada para apreciar las múltiples curvaturas que desarrollan algunas trayectorias.

En un extremo tenemos el caso sin rotación ($\omega = 0$) donde la fuerza lateral es constante en dirección y magnitud, igual a 0,085 lb, por lo que se produce la mayor deflexión lateral. En el otro extremo tenemos los casos de 3/4, 1 y 1,5 revoluciones, cuyas trayectorias tienden a solaparse. En estos casos la fuerza cambia varias veces de dirección tan rápidamente que no tiene tiempo suficiente para actuar y modificar la trayectoria de la pelota que es casi una línea recta. Este resultado comprueba el bien conocido hecho de que demasiada rotación en las bolas de nudillo resulta en una reducción considerable del movimiento lateral de la pelota.

Para los casos intermedios entre 1/4 y 1/2 revolución se observa que pequeños cambios en la rotación generan grandes cambios en su trayectoria. Estos resultados muestran que las trayectorias

más erráticas, es decir con mayor movimiento de la pelota, y por lo tanto más difíciles de batear, se presentan cuando la pelota rota no más de 1/2 revolución en su camino al plato.

Las muy variadas trayectorias de la pelota mostradas en las Figuras 3.29.4 y 3.29.6 ponen de manifiesto la dificultad de predecir hacia dónde se moverá la bola de nudillos; cambios muy tenues en el agarre de la pelota, que define el ángulo inicial α_θ, o en la rapidez rotacional (ω), conducen a una modificación significativa en el tipo de curvatura y en el sentido y amplitud del movimiento lateral de la pelota.

d. Influencia de la velocidad de translación

Las figuras 3.29.7 y 3.29.8 presentan las trayectorias calculadas para pelotas variando su velocidad de salida entre 65 y 80 mph, pero manteniendo constante la rotación de 1/4 de revolución en su recorrido (ω =25 rpm). Se analizan dos casos para la orientación inicial de las costuras, suponiendo valores de 0º y 60º. Los tiempos que tarda la bola en llegar al plato son de 0,62 sg para V = 65 mph, 0,58 sg para V = 70 mph, 0,54 sg para V = 75 mph y 0,50 sg para V = 80 mph. Se observa que prácticamente no hay cambios en las trayectorias para α_θ = 0º y pequeños cambios para α_θ = 60º. La diferencia entre estos casos se explica porque la fuerza lateral inicial es nula para α_θ= 0º y máxima para α_θ = 60º, de acuerdo a la Figura 3.29.2. A pesar de que la fuerza lateral aumenta con el cuadrado de la velocidad (ecuación 3.29.1), el aumento en la deflexión lateral de la pelota es insignificante, debido a que la fuerza no tiene tiempo suficiente para actuar. La conclusión es que lanzar la bola más rápido no influye mayormente en incrementar el movimiento y la deflexión lateral de la bola de nudillos.

Figura 3.29.7.

Vista en planta de las trayectorias calculadas de bolas de nudillos lanzadas a diferentes velocidades de salida para una rapidez de rotación muy lenta (25 rpm) con solo 1/4 revolución en su recorrido y una orientación inicial de las costuras de 0º.

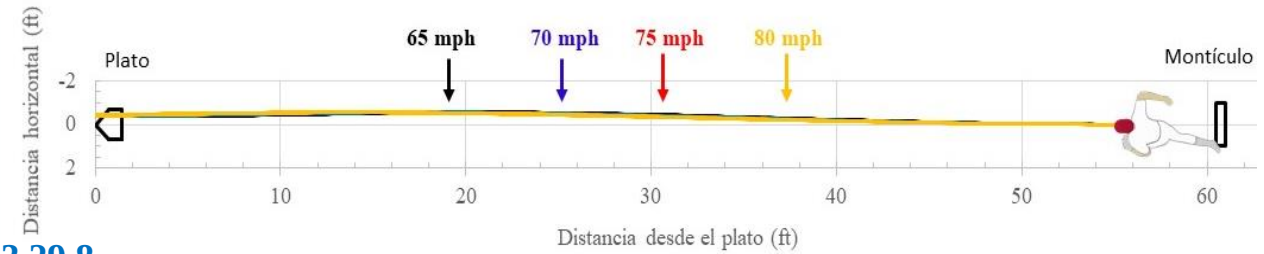


Figura 3.29.8.

Vista en planta de las trayectorias calculadas de bolas de nudillos lanzadas a diferentes velocidades de salida para una rapidez de rotación muy lenta (25 rpm) con solo 1/4 revolución en su recorrido y una orientación inicial de las costuras de 60º.

3.30 Simulación de un lanzamiento de nudillos

En un video de YouTube[18] se muestra un lanzamiento del nudillista Steven Wright, de los Medias Rojas de Boston, en donde se observa que la pelota va curveando hacia fuera del plato donde se encuentra un bateador derecho, quién tiende a alejarse bruscamente del cajón de bateo para evitar ser golpeado, pero repentinamente la bola cambia la trayectoria y curvea hacia adentro del plato, terminando en la zona de *strike*. La Figura 3.30.1 muestra fotografías de diferentes etapas en la trayectoria de este lanzamiento. La velocidad medida por el radar fue de 75 mph, tal como lo señala la foto 3 en la Figura 3.30.1. El video permite estimar que la pelota realizó, aproximadamente, ¼ de revolución en su camino al plato, lo cual es equivalente a una velocidad de rotación de 25 rpm.

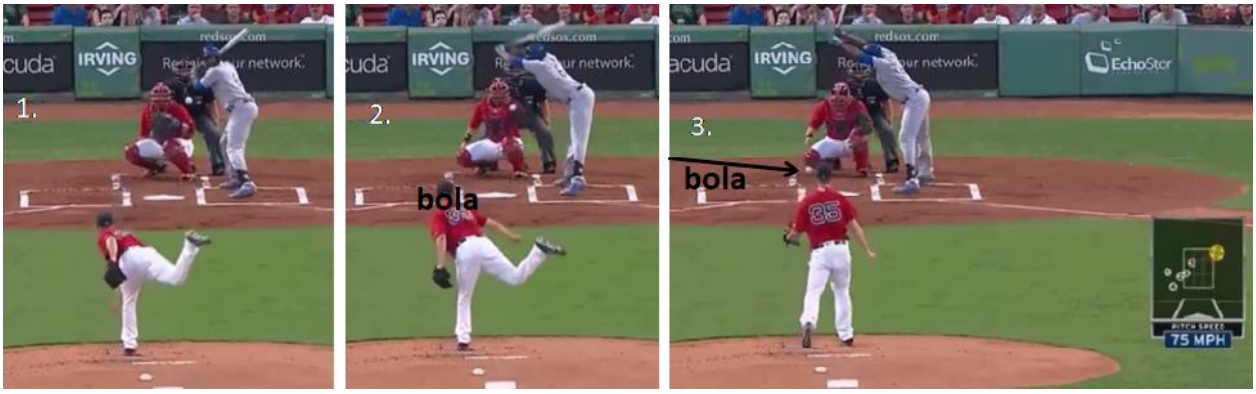


Figura 3.30.1.

Secuencia de fotos del lanzamiento de bola de nudillos de Steven Wright: 1. La bola en el aire curveando hacia la derecha; 2. El bateador se mueve para atrás pensando que la bola lo va a golpear, pero la bola curvea hacia la izquierda engañando al bateador y también al cátcher quién falla en atraparla; 3. La bola aparece cayendo en la fotografía después de golpear al receptor en el peto, a nivel del pecho. La última foto muestra la velocidad del lanzamiento medida por el radar (75 mph).

Con estos datos, V_0 = 75 mph y ω = 25 rpm, nos proponemos simular con el modelo la trayectoria de la pelota, y comparar con la del video. Se supone que el pitcher suelta la bola a 5 ft enfrente del montículo y a 6 ft de altura. El ángulo vertical de salida es de 2º y el horizontal es de 180º. La orientación inicial de las costuras se ha fijado en 60º. Estos valores han sido obtenidos después de varias pruebas (tanteo y error) de forma tal que la pelota alcance a llegar al plato en la parte alta y adentro de la zona de *strike*, tal como se observa en el video. El tiempo empleado por la pelota para llegar al plato es de 0,53 segundos.

Las figuras 3.30.2 y 3.30.3 muestran la vista en planta y en lateral de la trayectoria calculada por el modelo. La trayectoria en planta horizontal (Figura 3.30.2) está compuesta de dos curvas, una cóncava y otra convexa, con un punto de inflexión, aproximadamente, en la progresiva 32 ft (distancia medida desde el montículo). Se observa que la pelota comienza a curvear hacia la derecha y que cuando se encuentra en la progresiva 32 ft (a unos 28 ft del plato), la prolongación tangencial de su trayectoria indica que va a hacer contacto con el bateador derecho en la caja de bateo. A partir de este punto comienza el desarrollo de la segunda curva lo cual hace que la pelota curvee hacia la izquierda finalizando su trayectoria en la zona de *strike*. La vista lateral que se muestra en la Figura

[18] https://www.youtube.com/watch?v=-XCQs5XDlLY.

3.30.3 comprueba que el lanzamiento culmina su recorrido en el límite superior de la zona de *strike*, tal como se observa en el video. Se concluye que el modelo reproduce satisfactoriamente el movimiento de la pelota que se observa en el video, cuya trayectoria se señala, en forma aproximada, mediante círculos blancos en la imagen de la Figura 3.30.2 (derecha).

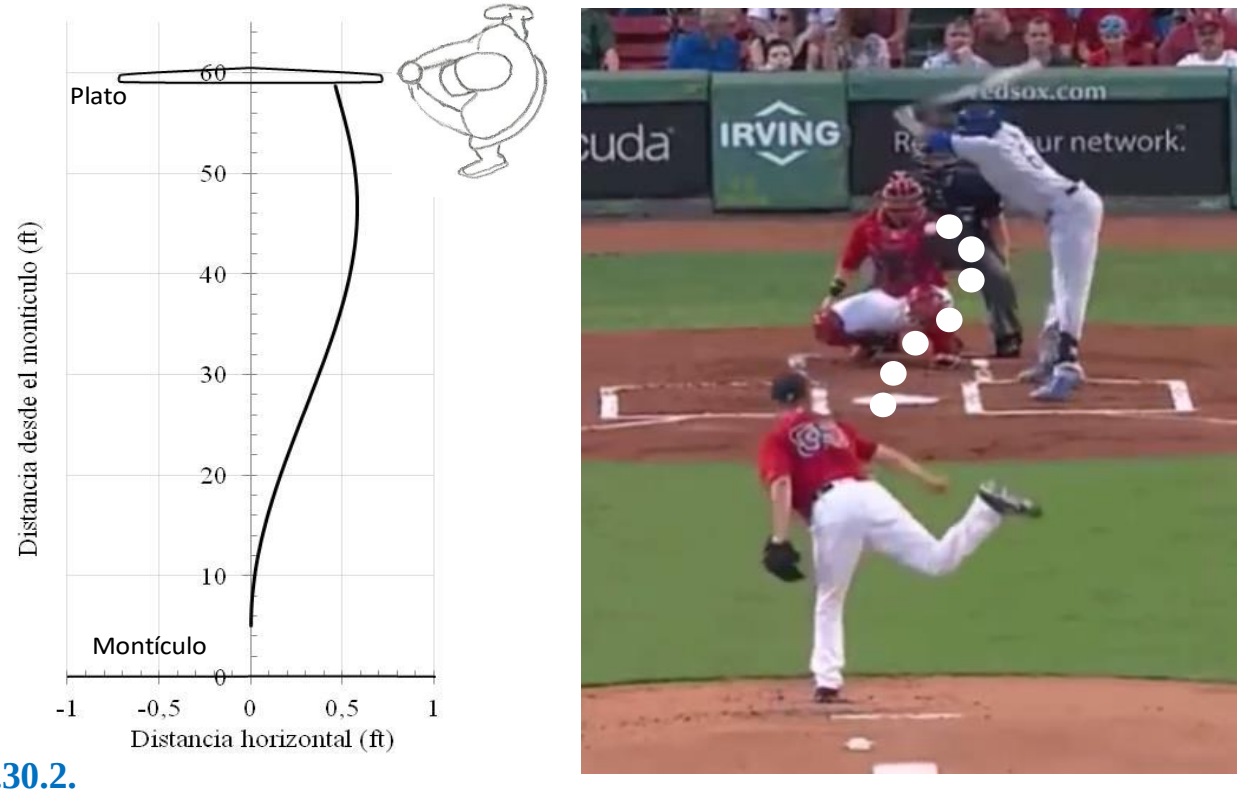


Figura 3.30.2.

Izquierda: vista en planta de la trayectoria calculada por el modelo del lanzamiento de Steven Wright, para valores de V_0 = 75 mph, ω = 25 rpm y α_θ = 60º. La escala horizontal ha sido ampliada. Derecha: Imagen extraída del video mostrando en círculos blancos la trayectoria aproximada de la pelota

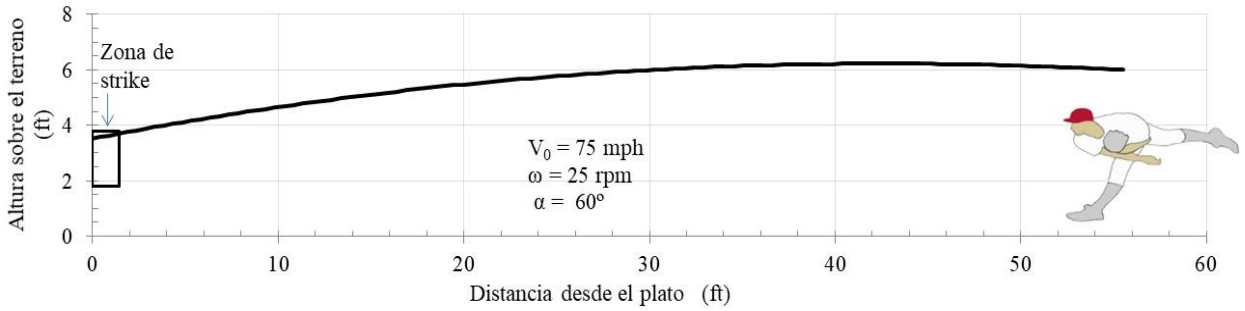


Figura 3.30.3.

Trayectoria calculada del lanzamiento de Steven Wright en el plano vertical (vista lateral), mostrando que este finaliza su recorrido en el límite superior de la zona de *strike*, tal como se observa en el video.

3.31 El año de los lanzadores: la temporada de 1968 en la MLB

El béisbol se ha caracterizado por un balance delicado de poder entre los bateadores y los lanzadores, el cual cuando se modifica ha ocasionado en el pasado cambios en las reglas del juego para intentar restablecer dicho equilibrio. A partir de 1963 comienza un periodo de dominio de los lanzadores causado por el establecimiento de una zona de strike más grande (desde el tope de los hombros hasta sus rodillas). Este período tuvo su máxima manifestación el año 1968 en una temporada que es conocida como el año de los *pitchers*. Esa temporada se caracterizó por los bajos promedios de los bateadores, los juegos con muy pocas carreras y un desempeño extraordinario de los lanzadores.

El promedio de bateo combinado de los equipos de la Liga Americana fue de .243 y el de la Liga Nacional fue un vergonzoso .230. El promedio combinado de ambas ligas fue de .237 siendo este el más bajo en la historia del baseball desde que se comenzaron a llevar los registros en 1871. El equipo campeón de la Liga Americana y de la Serie Mundial, los Tigres de Detroit, tuvo un promedio colectivo de bateo de .235. Carl Yastrzemski fue el líder en bateo de la Liga Americana con un promedio de .301, el más bajo registrado para un líder en la historia de la MLB, salvando a la liga de la vergüenza de no tener bateadores por arriba de .300.

El promedio de carreras permitidas por los lanzadores de ambas ligas fue un extraordinario 2,98, el más bajo en la época del baseball moderno, también llamada época de la bola viva, desde 1920 en adelante. En relación a los desempeños individuales, dos lanzadores, Denny McLain de los Tigres de Detroit en la Liga Americana, y Bob Gibson de los Cardenales de San Luis en la Liga Nacional, tuvieron dos de las mejores temporadas de la historia llevando a sus equipos a la serie mundial y recibiendo simultáneamente los reconocimientos MVP como jugador más valioso y el premio Cy Young como el mejor lanzador en su respectiva liga.

La Tabla 3.31.1 muestra los registros numéricos de estos lanzadores en dicha temporada. McLain tuvo una temporada de ensueño con 31 juegos ganados y solo 6 perdidos, siendo el mayor número de juegos ganados por un lanzador en la época de la bola viva. Sin embargo, a pesar de que el record de Gibson fue de 22 ganados y 9 perdidos, sus registros fueron todavía más impresionantes. Su promedio de carreras permitidas de 1,12 es el más bajo conseguido por un lanzador en toda la historia moderna de la MLB (1920 en adelante) al igual que sus 13 blanqueos (*shutouts*). La efectividad ajustada de 258 implica que fue 158% superior a la media. Adicionalmente otro lanzador, Don Drysdale de los Dodgers de Los Angeles, lanzó 6 blanqueos consecutivos, un record todavía vigente, incluyendo 58 y 2/3 innings consecutivos sin permitir carreras (otro record).

. **Tabla 3.31.1.** Estadísticas de los lanzadores Denny McLain y Bob Gibson en la campaña de 1968

Jugador	W	L	W-L%	ERA	G	GS	CG	SHO	IP	H	R	BB	SO	ERA+	WHIP
McLain	31	6	.838	1.96	41	41	28	6	336.0	241	86	63	280	154	0.905
Gibson	22	9	.710	1.12	34	34	28	13	304.2	198	49	62	268	258	0.853

W = juegos ganados; L = juegos perdidos; W-L% = promedio de ganados y perdidos; ERA = promedio de carrereas permitidas; G = juegos; GS = juegos iniciados; CG = juegos completos; SHO = blanqueos; IP = innings lanzados; H = hits permitidos; R = carreras permitidas; BB = bases por bolas; SO = ponchados; ERA+ = ERA ajustado al parque del jugador; WHIP = bases por bolas más hit permitidos por cada 9 innings lanzados

Desde el año 1963 se había notado una reducción notable en el desempeño de los bateadores, cuyos promedios en ambas ligas no habían superado la barrera de los .250 puntos. Fue tal el dominio de

los lanzadores durante la temporada de 1968, que las autoridades de la MLB decidieron bajar un poco la altura del montículo para favorecer a los bateadores y restablecer el equilibrio en el juego. Entre 1903 y 1968 la altura límite del montículo estuvo fijada en 15 pulgadas (38,1 cm), pero en algunos estadios esta podía alcanzar las 20 pulgadas (50,8 cm), especialmente en aquellos equipos que favorecían a los lanzadores, tal como los Dodgers de Los Angeles, que tenían la reputación de tener los montículos más altos de las grandes ligas. A partir de 1969 la altura del montículo fue fijada en 10 pulgadas (25,4 cm) y la zona de *strike* fue reducida, todo esto con el fin de ayudar a los bateadores a incrementar sus promedios de bateo. La antigua zona de *strike* estaba definida entre el tope de los hombros y las rodillas; la nueva zona de *strike*, vigente a partir del año 1969, incluyó solamente el área entre las axilas y las rodillas[19]. Estos cambios en las reglas del baseball cumplieron su cometido ya que a partir del año 1969 se observó un resurgimiento de los bateadores, incrementándose paulatinamente los promedios de bateo en ambas ligas (promedio combinado de .248 en 1969 y .254 en 1970).

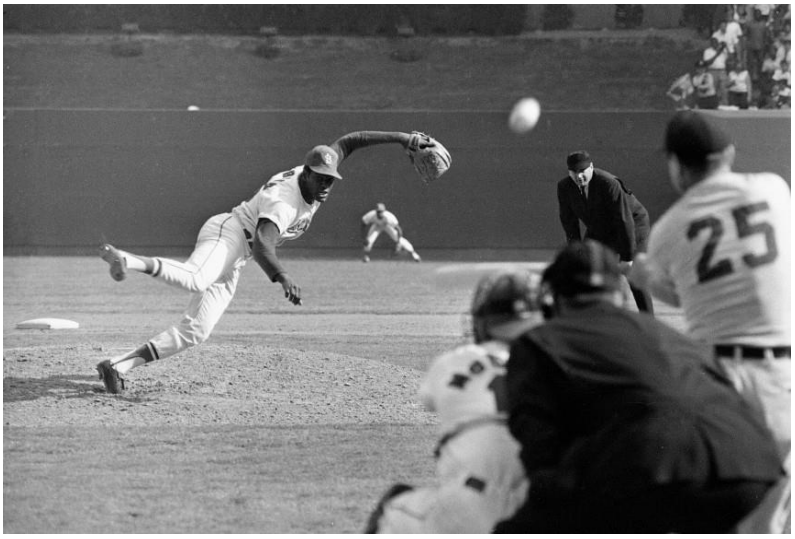


Figura 3.31.1.

Bob Gibson, lanzador de los Cardenales de San Luis, obtuvo en la temporada de 1968 un promedio de carreras permitidas de 1,12, el más bajo en la historia moderna del béisbol en las grandes ligas La foto muestra un lanzamiento característico de Gibson, con sus brazos y pies extendidos en un gran movimiento que terminaba fuera del montículo hacia la línea de primera base (Fuente: Associated Press File).

3.32 Influencia de la altura del montículo en los lanzamientos del *pitcher*

Después de la temporada de 1968, en el denominado año de los lanzadores, las autoridades de la MLB redujeron la zona de strike y bajaron la altura del montículo con el fin de favorecer a los bateadores. La altura de la lomita, que desde 1903 estaba fijada en 15", fue reducida a 10". ¿Qué influencia tiene esta reducción de 5" en los lanzamientos del *pitcher*? ¿Cómo se traduce esto en una ventaja para los bateadores? Esta es la interrogante que intentamos responder en este capítulo. Para ello nos planteamos investigar los cambios que se producen en la rapidez de la pelota al llegar al plato, como consecuencia de cambios en la altura del montículo.

[19] Posteriormente, el año 1988 y luego también en 1996 se introdujeron ligeros cambios para precisar mejor el límite superior e inferior de la zona de strike (ver Cap. 3.2).

La Figura 3.32.1 muestra dos lanzamientos idénticos de bola rápida saliendo desde el montículo actual de 10" de altura y desde el montículo anterior de 15" de altura. Ambos lanzamientos se hacen con la misma velocidad (rapidez traslacional) de 93 mph y rotación de 2.300 rpm, valores promedio en la MLB. Se supone solamente rotación hacia atrás sin componente de rotación de lado. El ángulo vertical de salida ha sido ajustado para conseguir que ambos lanzamientos terminen su recorrido en el mismo punto, ubicado aproximadamente en el centro del plato. El primer lanzamiento sale desde una altura de 7 ft, correspondiente a un montículo de 10", y el segundo desde una altura de 7,42 ft, correspondiente a un montículo de 15". La Figura 3.32.2 presenta el mismo análisis para un lanzamiento en curva con solo rotación hacia adelante, saliendo con rapidez de 78 mph y 2.500 rpm.

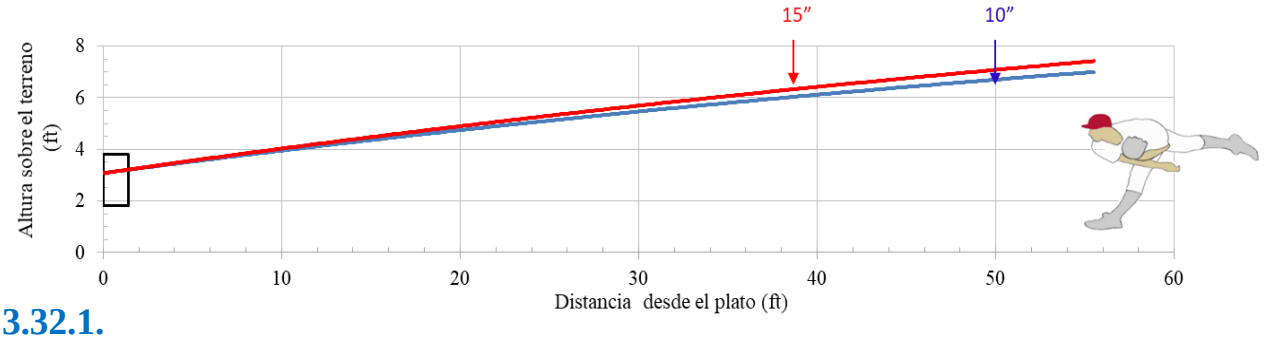


Figura 3.32.1.

Trayectorias de una bola rápida de 4 costuras lanzada desde montículos de 10 y 15 pulgadas de altura. Para ambos casos las velocidades de salida son V = 93 mph y ω = 2.300 rpm.

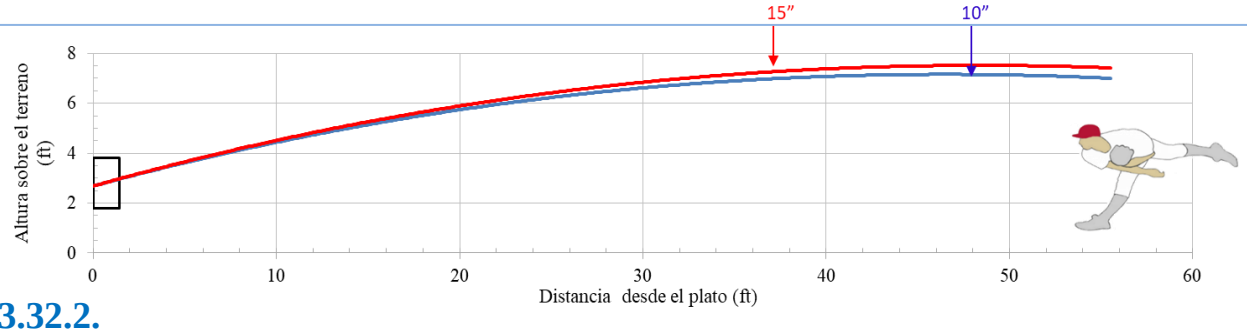


Figura 3.32.2.

Trayectorias de una bola curva lanzada desde montículos de 10 y 15 pulgadas de altura. Para ambos casos las velocidades de salida son V = 78 mph y ω = 2.500 rpm.

Las velocidades de la pelota en el plato se presentan en la Tabla 3.32.1. Con el montículo de 10", la velocidad de salida de la bola rápida de 93 mph se transforma en una velocidad de llegada de 84,87 mph. Si la altura del montículo se sube a 15" la velocidad de llegada es de 84,94 mph. Un incremento de tan solo 0,07 mph. Es decir, subir o bajar el montículo 5 pulgadas produce cambios insignificantes, en el orden de 0,08%, en la velocidad de llegada de la pelota al plato. Cambios similares se aprecian en la tabla para el lanzamiento en curva.

¿A qué altura habría que subir el montículo para producir un incremento en rapidez de la pelota en el plato de 1 mph? La simulación con el modelo nos indica que este tendría que tener una altura de 80 pulgadas. La Figura 3.22.3 presenta este caso, en donde se describen las trayectorias de dos pelotas: la primera lanzada desde el montículo actual de 10" y la otra desde un montículo virtual

de 80” de altura. En otras palabras, el lanzador tendría que colocarse sobre un montículo de 2 m de altura (80” o 6,7 ft) para producir un lanzamiento cuya velocidad de llegada al plato sea en el orden de 1 mph mayor que el realizado desde un montículo de 10”.

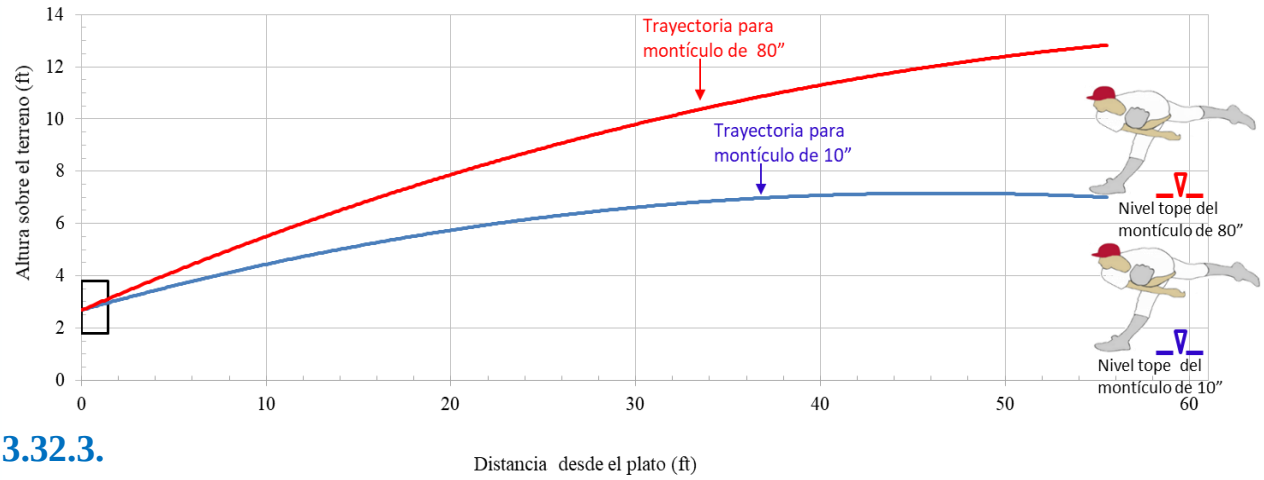


Figura 3.32.3.

Trayectorias de una bola curva lanzada desde el montículo actual de 10 pulgadas de altura y desde un montículo de 80 pulgadas de altura.

La Tabla 3.32.1 indica los valores obtenidos de las velocidades de llegada para los lanzamientos en bola rápida y en curva efectuados desde estos dos montículos. El incremento en las velocidades es de 0,86 mph para la bola rápida y de 1,03 para la bola curva.

Tabla 3.32.1. Características de lanzamientos típicos efectuados desde montículos de diferente altura.

Lanzamiento tipo	Altura montículo	Altura del lanzamiento sobre el nivel del terreno	Ángulo de salida	ω	V_{salida}	$V_{llegada}$	Incremento en velocidad de llegada	
	”	ft	Grados	rpm	mph	mph	mph	%
Rápida-4C	10	7	-3	2.300	93	84,87	-	-
Rápida-4C	15	7,42	-3,43	2.300	93	84,94	0,07	0,08
Rápida-4C	80	12,83	-8,97	2.300	93	85,73	0,86	0,93
Curva	10	7	2	2.500	78	70,37	-	-
Curva	15	7,42	1,57	2.500	78	70,44	0,08	0,11
Curva	80	12,83	-3,92	2.500	78	71,40	1,03	1,36

La conclusión de este análisis es que la reducción de 5 pulgadas en la altura del montículo, tiene un efecto prácticamente insignificante en la reducción de la velocidad de los lanzamientos del *pitcher*. Por lo tanto, la medida de reducir la altura del montículo efectuada por la MLB el año 1969, con el objetivo de favorecer a los bateadores, no parece representar una ventaja en sí misma, salvo en lo que respecta a una pequeña reducción en el ángulo de llegada de la pelota que puede ser percibido como favorable por el bateador. En los años subsiguientes a la implementación de esta medida, hubo un incremento en los promedios de bateo, pero estos pueden atribuirse más a la reducción de la zona de strike, que a la reducción de la altura del montículo.

4. Aprendiendo sobre el Bateo

El arte del buen bateo es extremadamente complejo. Algunos argumentan que en ningún otro deporte se encuentra una tarea tan difícil como la de golpear una pelota de 7 cm de diámetro lanzada a menos de 18 m de distancia y viajando a velocidades cercanas a 100 mph en trayectorias curvas, rompientes o erráticas que se apartan de la línea recta. El jugador dispone de menos de ½ segundo, desde que el lanzador suelta la pelota, para hacer contacto con un bate de no más de 7 cm de espesor. Para complicar aún más la tarea del bateador, así la pelota sea sólidamente golpeada, ésta tiene que ser dirigida a un sitio determinado donde no sea atrapada por un jugador contrario. Con mucha razón, el béisbol es definido como el único deporte donde un jugador falla el 70% de las veces y es considerado una estrella. Un jugador que conecta 3 hits por cada 10 turnos al bate tiene un promedio de bateo igual a .300, es decir tuvo éxito el 30% de las veces, y si este promedio lo mantiene durante varias temporadas es considerado un bateador muy por encima del promedio. En la temporada del 2021 de la MLB solo 14 de un total de 132 bateadores calificados[1], es decir un 10,6%, tuvieron un promedio de bateo igual o mayor de .300.

Si el lector todavía no está convencido de que el bateo es una de las acciones individuales más difíciles de todos los deportes, traemos a colación el caso de Michael Jordan, el superastro del *basketball* reconocido como el mejor jugador en la historia de ese deporte y el más grande atleta estadounidense del siglo XX, según ESPN, quien en el pináculo de su carrera, a los 31 años de edad, se retiró de la NBA e intentó infructuosamente jugar béisbol en las grandes ligas el año 1994, después de una corta pasantía en las ligas menores con los Medias Blancas de Chicago[2]. Afortunadamente Jordan regresó al baloncesto para terminar de labrar su leyenda como el mejor jugador en la historia de este deporte.

4.1 El tiempo de decisión del bateador

La velocidad promedio de la bola rápida de los lanzadores en las grandes ligas es de aproximadamente 90 mph. Sin embargo, la resistencia del aire reduce su velocidad en un valor cercano al 9% por lo que la bola llega al plato con unas 82 mph. El promedio entonces de la velocidad de la pelota en su recorrido es de unas 86 mph. La distancia entre el montículo y el plato es de 60 pies y 6 pulgadas. Hay que tomar en cuenta que el lanzador se inclina hacia adelante y suelta la pelota a unos 5 ft del montículo y el bateador golpea la pelota a unos 2 ft adelante del plato, por lo que la distancia que recorre la pelota es aproximadamente de 53 pies y 6 pulgadas (16,3 m). En consecuencia, el tiempo que tarda la pelota desde el momento en que la suelta el pitcher hasta el punto de contacto con el bate es igual a 53,5 ft dividido entre 86 mph, el cual, haciendo la corrección de unidades resulta ser de 0,42 sg.

Es decir, el bateador tiene 0,42 sg para decidir hacia donde debe mover el bate para hacer contacto con la pelota. Tiene que haber una sincronización perfecta en el tiempo y en el espacio. Un adelanto o retraso en el movimiento del bate de una centésima de segundo puede hacer la diferencia entre

[1] Un bateador calificado es aquel que promedia 3,1 apariciones en el plato por juego del equipo en la temporada. Esto se traduce en 502 apariciones en el plato para una temporada normal de 162 juegos.
[2] El año 1994 jugando en los jardines con el Birmingham Barons en Doble A, Michael Jordan participó en 127 juegos finalizando con solo 3 jonrones y muy bajos promedios de bateo de .202 y OPS de .556.

un *hit* por encima de la segunda base o un *foul* cerca de la línea de tercera o de primera base. Similarmente, una variación muy pequeña (milimétrica) en la posición del bate puede ser la diferencia entre un jonrón o un inocente elevado al cuadro.

4.2 El impacto con el bate y la velocidad de salida de la pelota

El batazo de jonrón, quizás el mayor atractivo del béisbol actual, depende en buena medida de la velocidad que pueda imprimirle el bateador a la pelota al golpearla con el bate. La colisión o impacto entre el bate y la pelota ha sido objeto de variadas investigaciones.

a. Tiempo y zona óptima de impacto

La colisión entre la pelota y el bate es violenta con fuerzas máximas en el orden de varias toneladas requeridas para revertir el sentido de la bola lanzada por el *pitcher*. Registros con cámaras de video de alta precisión y mediciones han demostrado que la duración del contacto entre el bate y la pelota es del orden de una milésima de segundo. Para los largos jonrones se generan fuerzas máximas de hasta 9.000 lb (4.000 kg) para revertir el sentido de una bola rápida viajando hacia el plato a 90 mph, a una de 110 mph viajando hacia las gradas (Adair, 2002). Durante la colisión la pelota es aplastada hasta casi la mitad de su diámetro regular, se detiene momentáneamente y luego se expande a su forma original mientras sale despedida por el bate en sentido contrario al de llegada (Figura 4.2.1). El bate también se comprime, pero mucho menos que la pelota, reduciéndose a lo sumo a un tamaño de 1/25 de su diámetro (Adair, 2002).

Figura 4.2.1.

Fotografías del impacto entre el bate y la pelota, mostrando la secuencia desde a) hasta h) de la deformación de la bola en el momento de la colisión. Imágenes tomadas del video Dreamstime.com

La colisión implica que una gran parte de la energía de la pelota y el bate se disipa en calor debido a la fricción. A este tipo de colisión, donde no se conserva la energía cinética se le llama choque inelástico. La Figura 4.2.1 muestra una secuencia fotográfica de la deformación de la pelota de

béisbol en el momento del impacto con el bate[3]. A partir del punto de contacto en (a) la bola se comprime hasta un máximo en (e) y luego se expande hasta salir despedida por el bate en (h).

La eficiencia del impacto depende de la ubicación del punto de colisión a lo largo del eje del bate. La mayor eficiencia se alcanza en la zona óptima de contacto la cual se encuentra en un punto o franja estrecha ubicada entre unos 10 a 15 cm medidos desde el extremo de la parte gruesa del bate (Figuras 4.2.1 y 4.2.2). A esta zona se le denomina en inglés "*sweet spot*" y se caracteriza porque la vibración del bate se reduce al golpear la pelota en este punto y se minimiza la sensación en las manos del bateador, lo que significa que mayor energía es transmitida a la pelota aumentando su velocidad de salida y haciendo que llegue a una mayor distancia.

b. La velocidad de salida de la pelota bateada

La intención del bateador es imprimirle la mayor velocidad posible a la pelota. Si la pelota chocara contra un objeto estático, por ejemplo, con un bate que no se está moviendo, es claro que su velocidad de salida después del impacto sería menor que la velocidad de llegada al plato. Pero ese no es el caso del béisbol donde el bate se mueve con velocidades cercanas a 70 mph. Es obvio que a mayor velocidad del bate la pelota sale más lejos. Lo que no es tan obvio, es que una bola golpeada por el bate pueda salir con mayor velocidad que la que tiene la bola cuando llega al plato. Este es el punto que se analiza a continuación.

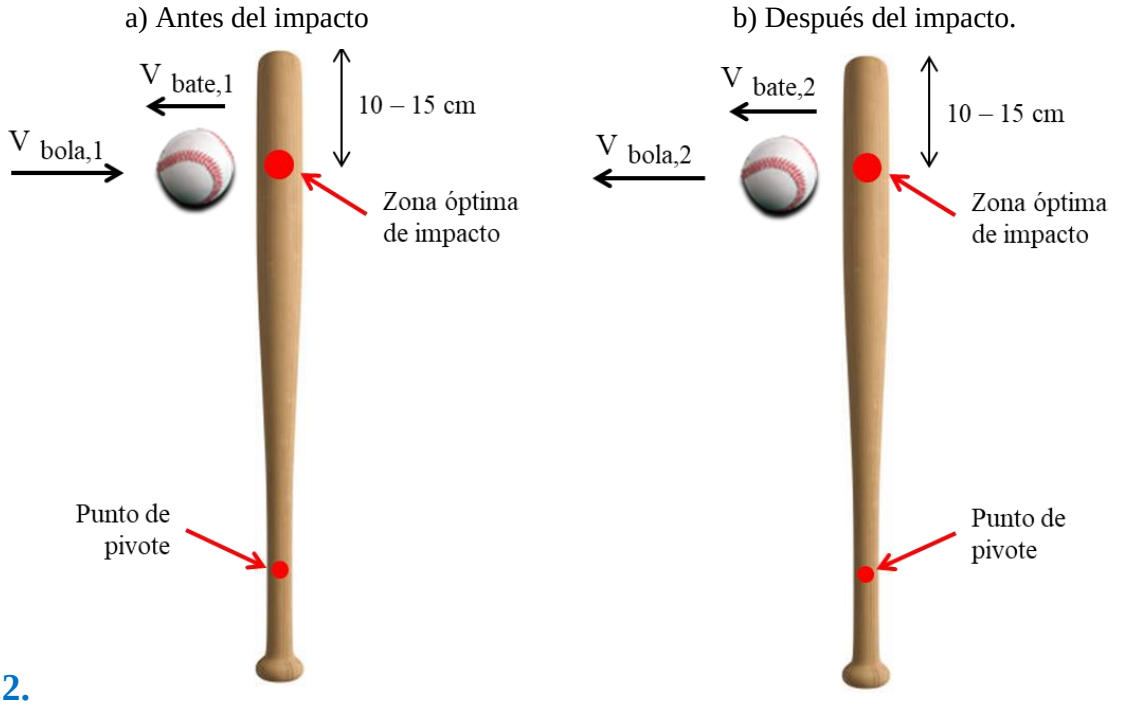


Figura 4.2.2.

Esquema de la colisión entre la pelota y el bate, mostrando las velocidades de los dos cuerpos antes y después de impacto, la zona óptima de impacto (*sweet spot*) y el punto de pivote del bate.

[3] Un video del impacto visto en cámara muy lenta puede verse en: dreamstime.com/stock-footage-baseball-bat-hitting-ball-super-slow-motion-hits-close-up-you-can-see-how-deformation-breaking-seam-thread-video83004534

La velocidad de salida de la pelota bateada puede ser calculada si se conoce el grado de elasticidad del impacto entre la pelota y el bate. Éste se describe usualmente en términos del coeficiente de restitución, el cual se define como la razón de la velocidad relativa entre el bate y la pelota antes de la colisión y después de la colisión.

Este coeficiente puede escribirse, en referencia a la Figura 4.2.2, como:

$$\text{COR} = \frac{\text{Velocidad relativa despues de la colisión}}{\text{Velocidad relativa antes de la colisión}} \qquad (4.2.1)$$

$$\text{COR} = -\frac{V_{bola,2} - V_{bate,2}}{V_{bola,1} - V_{bate,1}} \qquad (4.2.2)$$

Donde COR es el coeficiente de restitución del sistema bate-pelota; $V_{bola,1}$ es la velocidad de la pelota justo antes del impacto; $V_{bola,2}$ es la velocidad de salida de la pelota después del impacto; $V_{bate,1}$ es la velocidad del bate antes del impacto, y $V_{bate,2}$ es la velocidad del bate después del impacto

Por convención, el signo positivo se define en el sentido en que sale la pelota al ser bateada. Por tanto, la velocidad de la bola que llega al plato tiene signo negativo. Por ejemplo, si se tiene que $V_{bola,1}$ = -90 mph, $V_{bate,1}$ = 70 mph, $V_{bate,2}$ = 30 mph y $V_{bola,2}$ = 110 mph, el coeficiente de restitución COR es igual a:

$$\text{COR} = -\frac{110 - 30}{-90 - 70} = -\frac{80}{-160} = 0{,}5 \qquad (4.2.3)$$

El coeficiente de restitución COR es una medida de la disipación de energía de la colisión. Para el caso de una pelota impactando contra una superficie rígida, tal como una pared de concreto, la Ecuación (4.2.2) se reduce al cociente entre la velocidad de la bola después y antes de la colisión. Este coeficiente ha sido medido en el laboratorio y su valor es cercano a 0,5 en pelotas de béisbol (Nathan et al., 2004). Pero el bate no es una superficie rígida, es elástica y está en movimiento. Para una condición teórica de colisión perfectamente elástica, no hay pérdida de energía y los dos cuerpos, bate y pelota, se alejan con la misma velocidad relativa que tenían antes del impacto, por lo que COR=1. Para una colisión perfectamente plástica, como pudiera ser el caso de una pequeña bola de plastilina impactando contra una pared masiva de concreto, los dos cuerpos se quedan pegados entre sí disipándose toda la energía cinética en calor y el coeficiente COR = 0.

Para las velocidades típicas en el béisbol, el coeficiente de restitución del sistema bate-pelota en la zona óptima de contacto (*sweet spot*) ha sido medido en valores que oscilan entre 0,45 y 0,5 (Nathan, 2003).

La Ecuación (4.2.2) no puede ser utilizada para calcular la velocidad de salida de la pelota ($V_{bola,2}$) porque no se conoce la velocidad del bate después del impacto ($V_{bate,2}$). Para efectos prácticos, la velocidad de salida de la pelota después de hacer contacto con el bate puede calcularse con la expresión (Nathan, 2003; Ashton-Miller et al., 2004):

$$V_{bola,2} = \left(\text{BESR} - \frac{1}{2}\right) V_{bola,1} + \left(\text{BESR} + \frac{1}{2}\right) V_{bate,1} \qquad (4.2.4)$$

Donde BESR es un coeficiente que depende de las masas del bate y la pelota y del coeficiente de restitución COR. El término BESR obedece a sus siglas en inglés "*Ball Exit Speed Ratio*" y su definición se presenta en el Anexo G.

Para un impacto típico en la zona óptima de contacto del bate, el coeficiente de restitución es cercano a 0,5 y el coeficiente BESR adquiere un valor cercano a 0,7 (ver Anexo G). Por consiguiente, la ecuación anterior toma la forma de:

$$V_{bola,2} = 0{,}2\, V_{bola,1} + 1{,}2\, V_{bate,1} \qquad (4.2.5)$$

indicando que, en la determinación de la velocidad de salida de la pelota, la velocidad del bate tiene mucha más importancia que la velocidad de la bola lanzada por el *pitcher*.

La ecuación anterior puede ser utilizada para estimar la velocidad de salida de la pelota si se conocen la velocidad del bate y la velocidad de la bola al llegar al plato. El promedio de la bola rápida de un lanzador en las grandes ligas es cercana a las 90 mph, la cual se reduce aproximadamente a 84 mph al llegar al plato ($V_{bola,1}$). El rango de velocidades del bate ($V_{bate,1}$) oscila entre 70 y 85 mph.

La Figura 4.2.3 muestra la velocidad de salida de la pelota, calculada con la ecuación (4.2.5) para rangos extremos de velocidades del bate ($V_{bate,1}$) entre 50 y 90 mph, y de velocidades de la bola lanzada por el *pitcher* entre 60 y 100 mph ($V_{bola,1}$). Los valores obtenidos de velocidades de salida de la pelota varían entre 70 y 130 millas por hora ($V_{bola,2}$). Por ejemplo, una pelota que llega al home a 80 mph y es golpeada por un bate que se desplaza a 70 mph, tiene una velocidad de salida de 100 mph.

Los máximos valores mostrados en la Figura 4.2.3 son cónsonos con las observaciones de campo registradas por Statcast en los últimos años en la MLB. Por ejemplo, la máxima velocidad registrada es de 122,2 mph de un sencillo de Giancarlo Stanton ante un lanzamiento de 95,8 mph el 01/10/2017. La Figura 4.2.3 indica que la velocidad del bate de Stanton ha debido estar cercana a las 85 mph. Solo 8 batazos han alcanzado una velocidad de salida igual o mayor a 120 mph en los seis años de registros de Statcast desde 2015 hasta la temporada del 2020, seis de ellos del mismo Stanton, uno de Aaron Judge y otro de Gary Sánchez; coincidencialmente todos ellos son actualmente jugadores de los Yanquis de Nueva York (Statcast, 2020).

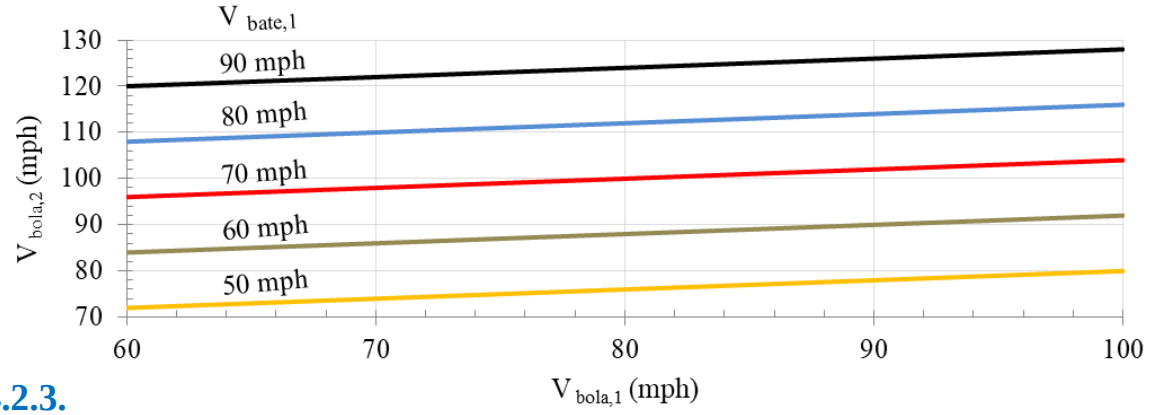


Figura 4.2.3.

Velocidades de salida de la pelota ($V_{bola,2}$) para diferentes valores de velocidad de la bola lanzada por el *pitcher* en su llegada al plato ($V_{bola,1}$) y diferentes velocidades del bate ($V_{bate,1}$) variando entre 50 y 90 mph.

Observando el gráfico de la Figura 4.2.3 se pueden extraer las siguientes conclusiones. La primera es obvia, para una velocidad fija del bate, mientras más rápido sea el lanzamiento mayor será la velocidad de salida de la pelota bateada. La segunda es que la velocidad de salida de la pelota, en la mayoría de los casos, es mayor que la velocidad que tiene la bola al momento de llegar al plato. La línea gruesa de la Figura 4.2.4 separa la franja donde esto ocurre. A la izquierda de la línea gruesa, la velocidad de salida siempre es mayor que la velocidad de llegada (Zona A). A la derecha de la línea gruesa ocurre lo contrario (Zona B), la velocidad de salida es menor que la de llegada. Por ejemplo, si la velocidad del lanzamiento ($V_{bola,1}$) es 90 mph y la velocidad del bate ($V_{bate,1}$) es igual o menor a 60 mph, la velocidad de salida de la pelota es menor que la de llegada.

Las curvas de la Figura 4.2.3 han sido calculadas con la Ecuación (4.2.5), que supone un impacto de una pelota estándar en la zona óptima de contacto del bate. Sin embargo, esto no siempre ocurre,

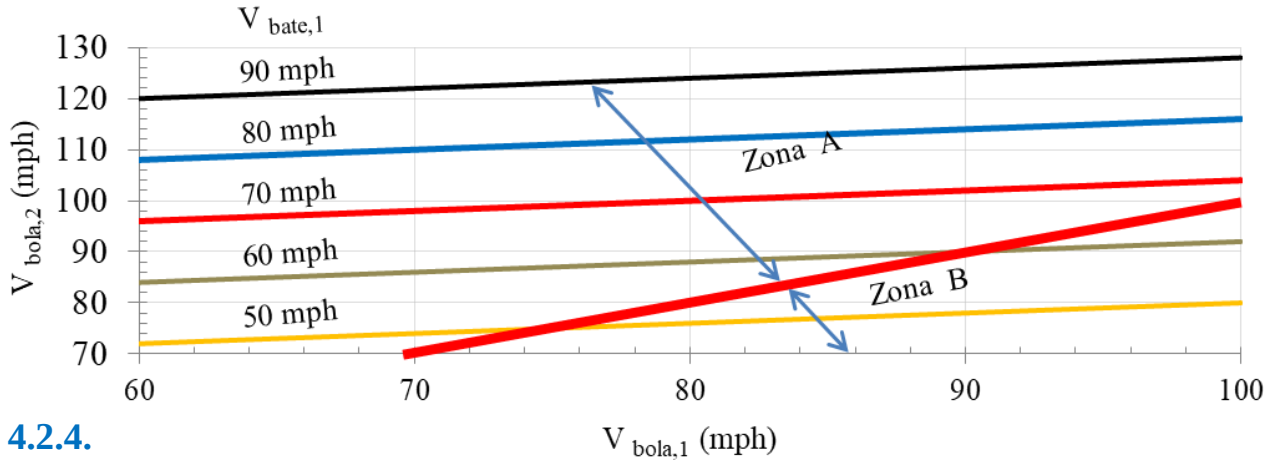


Figura 4.2.4.

Velocidades de salida ($V_{bola,2}$) de la pelota golpeada por el bate en función de la velocidad de llegada al plato ($V_{bola,1}$) y de la velocidad del bate ($V_{bate,1}$) variando entre 50 y 90 mph. La línea gruesa (color rojo) es la línea crítica que separa la franja donde las velocidades de salida son mayores o iguales que las velocidades de llegada de la pelota (Zona A). En la Zona B las velocidades de salida son menores que las de llegada.

tal como sería el caso de una pelota con poca capacidad de rebote (valor bajo del COR) o el de una pelota golpeada con la parte angosta del bate lejos de la zona óptima. En el pasado se han usado pelotas en la MLB con un valor menor del COR que el usado actualmente (Ver Cap. 4.3).

Denominemos "bola viva" a la pelota con un coeficiente de restitución COR de 0,5 y "bola muerta" aquella con un coeficiente COR de 0,4. Para la bola muerta calculemos su velocidad de salida usando la Ecuación (4.2.4). Para ello necesitamos determinar el valor del parámetro BESR. Dado el coeficiente COR = 0,4 y las características de la bola y el bate, el valor correspondiente de BESR resulta ser igual a 0,62 (ver Anexo G). Por lo tanto, la fórmula para calcular la velocidad de salida de una bola muerta toma ahora la forma de:

$$V_{bola,2} = 0{,}12\, V_{bola,1} + 1{,}12\, V_{bate,1} \qquad (4.2.6)$$

Suponiendo una velocidad del bate de 70 mph ($V_{bate,1}$), podemos ahora calcular la velocidad de salida para la bola muerta y compararla con la de la bola viva. La velocidad de salida ha sido calculada y graficada en la Figura 4.2.5 para diferentes valores de la velocidad de la bola al llegar al plato. En la misma figura se grafica también el resultado obtenido en el caso anterior para COR = 0,5 (bola viva). La comparación de ambas curvas indica una reducción apreciable en la velocidad de salida ($V_{bola,2}$), en el orden de 12 mph cuando el COR se reduce de 0,5 a 0,4. Por ejemplo, para

una velocidad de la bola al llegar al home de 80 mph, la velocidad de salida es de 100 mph para un COR de 0,5 pero se reduce a 88 mph si el COR es 0,4.

La distancia recorrida por estas pelotas puede estimarse utilizando el modelo matemático suponiendo unas condiciones típicas de una pelota bateada con un ángulo de salida de 35º, altura inicial de 3 ft y velocidad de rotación hacia atrás de 2.000 rpm, sin rotación de lado y sin viento y con una densidad del aire de 1,225 kg/m^3. Se supone una velocidad del bate de 70 mph ($V_{bate,1}$). La Tabla 4.2.1 resume las distancias recorridas para diferentes velocidades de salida ($V_{bola,2}$) en los dos casos analizados de COR=0,5 y COR=0,4, representativos de la pelota viva y la pelota muerta, respectivamente. La diferencia en la distancia recorrida es entre 57 y 65 ft, más que suficiente para convertir un potencial jonrón de una pelota viva, en un manso elevado en el caso de utilizarse una pelota muerta.

Tabla 4.2.1. Comparación entre la distancia recorrida por una pelota viva (COR = 0,5) y una pelota muerta (COR = 0,4), para una pelota bateada con una velocidad del bate de 70 mph ($V_{bate,1}$), con un ángulo de salida de 35º, altura inicial de 3 ft y velocidad de rotación (hacia atrás) de 2.000 rpm, sin rotación de lado y sin viento y con una densidad del aire de 1,225 kg/m^3.

Velocidad de llegada $V_{bola,1}$	Velocidad de salida $V_{bola,2}$ (mph)		Distancia Recorrida (ft)		Diferencia en distancia
(mph)	COR = 0,5	COR = 0,4	COR = 0,5	COR = 0,4	(ft)
70	98	86,8	377	320	57
80	100	88	387	326	61
90	102	89,2	397	332	65

¿Qué sucedería si la reducción en el coeficiente de restitución fuese de apenas un 10%? Este caso corresponde al de COR = 0,45 cuyos resultados se muestran también en la Figura 4.2.5. Siguiendo un procedimiento similar encontramos que para una pelota cuya velocidad de llegada al home es de 90 mph, la velocidad de salida se reduce de 102 mph (COR = 0,5) a 95,6 mph (COR = 0,45) y la distancia alcanzada se reduce de 397 ft a 365 ft, una disminución de 32 ft. En otras palabras, una reducción en el coeficiente de restitución de la pelota de un 10% genera una reducción de aproximadamente 6% en la velocidad de salida y de 8% en la distancia recorrida.

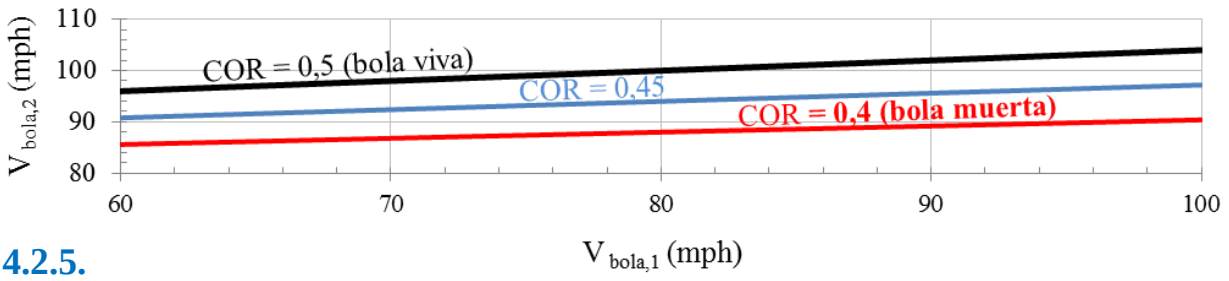


Figura 4.2.5.

Velocidades de salida ($V_{bola,2}$) para una bola viva, una bola muerta y otra en un rango intermedio, calculadas para una velocidad del bate de 70 mph ($V_{bate,1}$) y diferentes velocidades de la pelota en su llegada al plato ($V_{bola,1}$).

4.3 La era de la bola viva y la era de la bola muerta

Los resultados en la sección anterior muestran la importancia que tiene el coeficiente de restitución en el juego de béisbol. La historia está llena de anécdotas relacionadas con el uso de pelotas vivas y pelotas muertas (menos elásticas y salidoras).

Antes de 1920, la misma pelota era mantenida en juego durante todo el partido (raramente se cambiaba la pelota por lo que después de un cierto tiempo se suavizaba y perdía parte de su elasticidad), los estadios eran amplios y la bola de saliva y el uso de otras sustancias para untar la bola estaba permitido[4]. Los jonrones eran escasos y predominaban los jugadores rápidos y habilidosos que buscaban hacer contacto para embasarse y robar bases. Era la época de los *pitchers*, como los inmortales Walter Johnson, Christy Mathewson, Grover Cleveland Alexander y Cy Young, y de los bateadores de contacto como Honus Wagner, Nap Lajoie y Ty Cobb. Extraoficialmente, a esta época se le conoce como la "era de la bola muerta" [5].

A partir del año 1920, comienza la "era de la bola viva", llamada así porque la bola era más salidora debido en parte a que se comenzó a usar un hilo más fuerte (lana australiana) en el interior de la pelota, lo cual permitía una pelota más apretada (Rymer, 2013). Adicionalmente las bolas comenzaron a ser reemplazadas durante el juego a fin de impedir su desgaste, dándole al bateador una ventaja que no tenía antes. Para complicarle aún más la vida al lanzador, se prohibió la bola de saliva y otras sustancias y se construyeron nuevos estadios más pequeños, con distancias más cortas hasta las cercas que tentaban a los bateadores a tratar de sacarla del campo. Fue la época de Babe Ruth la cual marcó la insurgencia de los bateadores de poder.

Adair (2002) comenta que, en la década de 1920, algunos managers del equipo de casa (home club) almacenaban las pelotas en hielo, antes de dárselas al árbitro (umpire) cuando el equipo visitante estaba en el orden al bate. Las pelotas eran sacadas del hielo unas horas antes del inicio del juego de forma que la cubierta se calentara, para no alertar a los árbitros, pero el núcleo de la pelota permanecía frio y muerto, reduciendo así su coeficiente de restitución y capacidad de rebote. Estas prácticas se le atribuyeron al famoso John McGraw, conocido como el "pequeño Napoleón" por sus métodos dictatoriales, en su época como manager de los Gigantes de New York (1902-1932). Posteriormente, en la década de 1930 las reglas fueron cambiadas haciendo mandatorio que todas las pelotas tenían que ser dadas a los árbitros por el equipo de casa 2 horas antes del juego, por lo que la probabilidad de usar una bola modificada era la misma para el equipo visitante que para el de casa con lo cual se erradicó la práctica anterior.

En época más reciente, en septiembre del 2013, el Comisionado de béisbol de la liga japonesa (NPB) fue obligado a renunciar a su cargo cuando se descubrió que las pelotas usadas durante la temporada de ese año fueron modificadas en secreto para hacerlas más vivas, es decir para aumentarles el coeficiente de restitución. Las pelotas, con mayor capacidad de rebote, dieron como resultado un aumento marcado en el número de jonrones en la temporada (40%). Las autoridades reconocieron que el objetivo había sido incrementar la ofensiva y el número de carreras para conseguir mayor asistencia a los estadios e incrementar los beneficios económicos.

[4] Los lanzadores también hacían marcas o rasguños en la bola para influenciar el movimiento de la pelota. Esto hacía que la bola se moviera y curveara más, siendo más difícil de batear.

[5] En 13 ocasiones, entre 1900 y 1919, el líder de cada liga tuvo menos de 10 jonrones en la temporada. Solamente en cuatro temporadas el líder tuvo más de 20 jonrones con un máximo de 29 (Ruth en 1919). En contraposición, favorecidos por la amplitud de los parques, en 20 ocasiones el líder en triples tuvo 20 o más triples.

Las mismas sospechas se centraron en la MLB el año 1987, cuando los jonrones se incrementaron repentinamente en un 20% y se impuso un record de mayor número en una temporada. Algunos periódicos comentaron acerca de un encuentro secreto entre los propietarios de equipos que acordaron modificar el coeficiente de restitución y hacer la bola más viva para aumentar el interés del público (Granillo, 2013). Las empresas manufactureras de las pelotas negaron esto. El diario USA Today reportó que los ensayos de las bolas de béisbol de 1977 y 1987, hechos por Haller Testing Laboratories, mostraron solo cambios insignificantes en el coeficiente de restitución, siendo incluso en 1987 un 0,4% más bajo que para las bolas de 1977 (Watts and Bahill, 2000). Watts y Baroni (1989) sugirieron que los cambios en el incremento de la ofensiva pudieron ser ocasionados por la presencia ese año de una primavera y verano muy calientes y húmedos, lo cual ocasionó un descenso en la densidad del aire, haciendo la pelota más viva y salidora (Ver Cap. 2.4 sobre los efectos del clima).

4.4 El incremento en los jonrones

En los gráficos que se presentan a continuación los datos han sido extraídos de Baseball Reference.

a. Jonrones por temporada

La Figura 4.4.1 muestra la variación en el tiempo del número total de jonrones conectados para cada temporada desde 1901, el año cuando la Liga Americana entró en acción, hasta 2019.

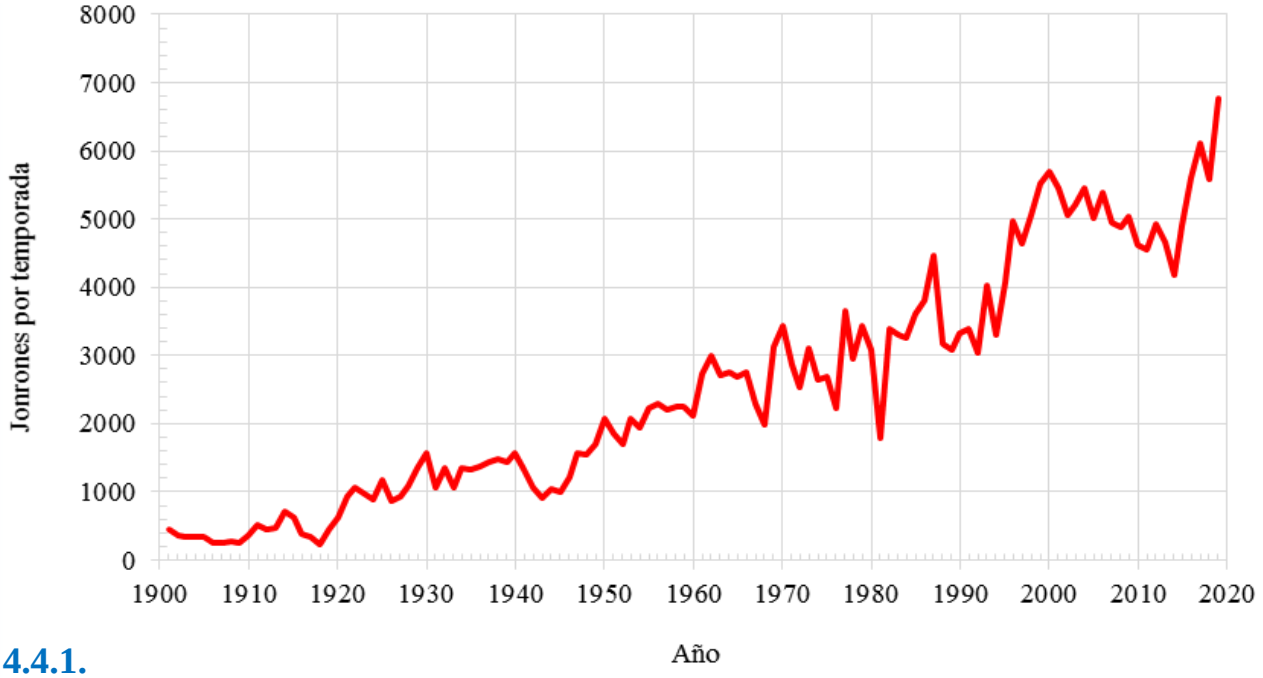


Figura 4.4.1.

Evolución en el tiempo del número total de jonrones por temporada durante 1901-2019.

Del gráfico se observa que en el período 1901-1920 (época de la bola muerta) los jonrones eran escasos, con un promedio cercano a 400 jonrones por temporada. Los jugadores se concentraban en batear líneas y no en tratar de sacar la bola, debido principalmente a la gran amplitud de los estadios. En esa época el número de triples superaba ampliamente al número de jonrones. En 1912 Owen Wilson conectó 36 triples, un record todavía vigente y tal vez uno de los más difíciles de

romper en el baseball, mientras que los líderes en jonrones en ambas ligas apenas sumaron 24 cuadrangulares (14 tuvo el líder en la Liga Nacional y 10 el líder en la Liga Americana).

A partir de 1920, cuando se inicia la época de la bola viva (ver Cap. 4.3), se observa una tendencia general a un incremento sostenido en el número de jonrones, con excepción del año 1981, cuando se produce una caída brusca debido a que una huelga de peloteros condujo a que se dejaran de jugar 713 partidos (Figura 4.4.1). En 1987 el record aumentó considerablemente al conectarse 4.458 batazos de cuatro esquinas, el cual fue luego superado sucesivamente en los años 1996 (4.962 HR), 1998 (5.064 HR), 1999 (5.528 HR), 2000 (5.693 HR), 2017 (6.105 HR) hasta el máximo de 6.776 jonrones conseguido el año 2019.

Sin embargo, estas cifras no reflejan si ha habido realmente un aumento en la capacidad de producción jonronera por temporada, dado que a partir de 1961 el número de equipos se incrementó progresivamente y por lo tanto el número de jugadores y el número de juegos también se incrementó. Efectivamente, ambas ligas se fueron expandiendo desde el formato tradicional de 8 equipos por liga (período 1901-1960) hasta el actual de 15 equipos por liga adoptado en 1998. Por lo tanto, una evaluación más objetiva de la producción jonronera debe hacerse de otra manera, tomando en cuenta los jonrones conectados por juego realizado y no el total por temporada.

b. Jonrones por juego

La Figura 4.4.2 muestra la variación del número de jonrones por juego durante el mismo período 1901-2019, a la cual se le ha añadido otro gráfico mostrando el número de ponchados por juego.

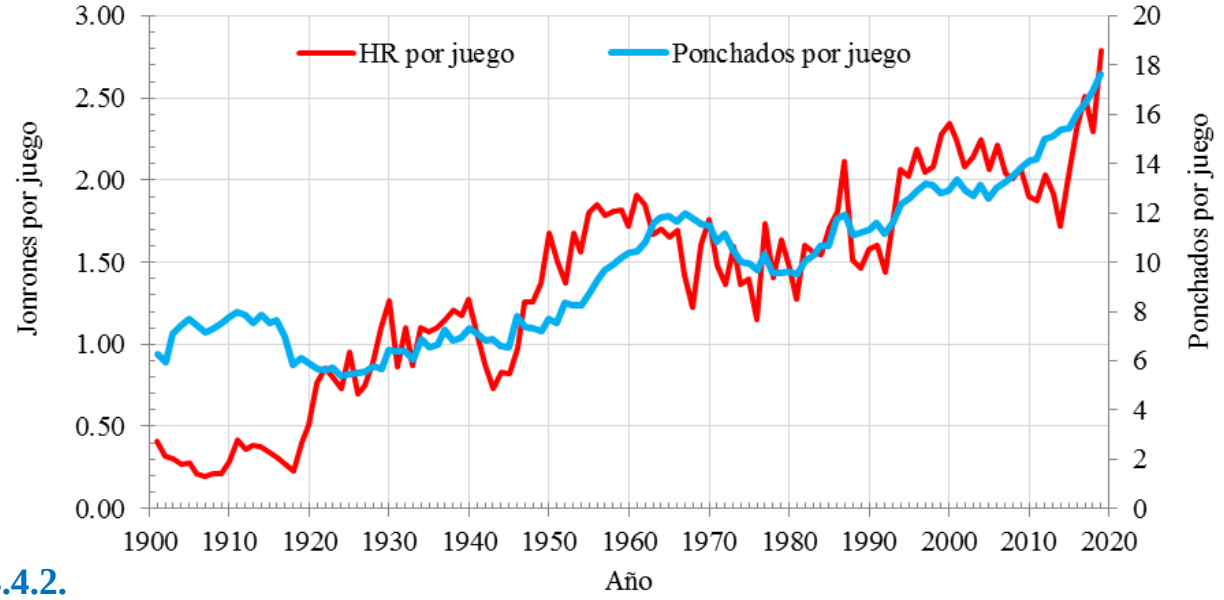


Figura 4.4.2. Variación del número de jonrones y ponchados por juego en el período 1901-2019.

A partir de 1920, en la era de la bola viva y a medida que los estadios se construyeron más pequeños, los jugadores comenzaron a hacer un *swing* más largo, bateando para las cercas en busca del jonrón y esto trajo como consecuencia un aumento considerable en el número de jonrones por juego, pero también en el número de ponchados ya que abanicaban más lanzamientos. En términos generales, se observa a partir de 1920 una buena correlación entre jonrones y ponchados por juego: a mayor número de jonrones, mayor número de ponchados y viceversa, con la excepción de la década del 2000 motivada al control de esteroides que redujo el poder de los bateadores.

c. Períodos en la producción jonronera

El gráfico de la Figura 4.4.3 nos permite identificar los diferentes cambios que han ocurrido en la producción jonronera. De acuerdo entonces al número de jonrones por juego, el período de tiempo lo hemos dividido en siete períodos o etapas, los cuales se indican en el gráfico:

Período 1: Era de la bola muerta (1901-1919)
Período 2: Dominio de los bateadores (1920-1961)
Período 3: Dominio de los lanzadores (1962-1968)
Período 4: Equilibrio relativo (1969-1992)
Período 5: Dominio de los bateadores (1993-2000)
Período 6: Dominio de los lanzadores (2001-2014)
Período 7: Dominio de los bateadores (2015-2019)

El período 1920-1961 se caracterizó por un dominio de los bateadores que llevaron a incrementar la producción jonronera desde aproximadamente 0,3 jonrones por juego, en la época de la bola muerta, a casi 2 jonrones por juego para el año 1961. Se observa el impacto de la 2da Guerra Mundial que hizo que muchos de los mejores jugadores fueron llamados a servir en el ejército y fueron reemplazados por jugadores de ligas menores o semi-profesionales, produciéndose una reducción considerable en la producción jonronera entre los años 1943 y 1945. Es en este período que se produce el denominado año de los bateadores (1930), un año atípico por encima del promedio donde se establecieron varios records de bateo colectivo e individual (ver Cap. 4.13).

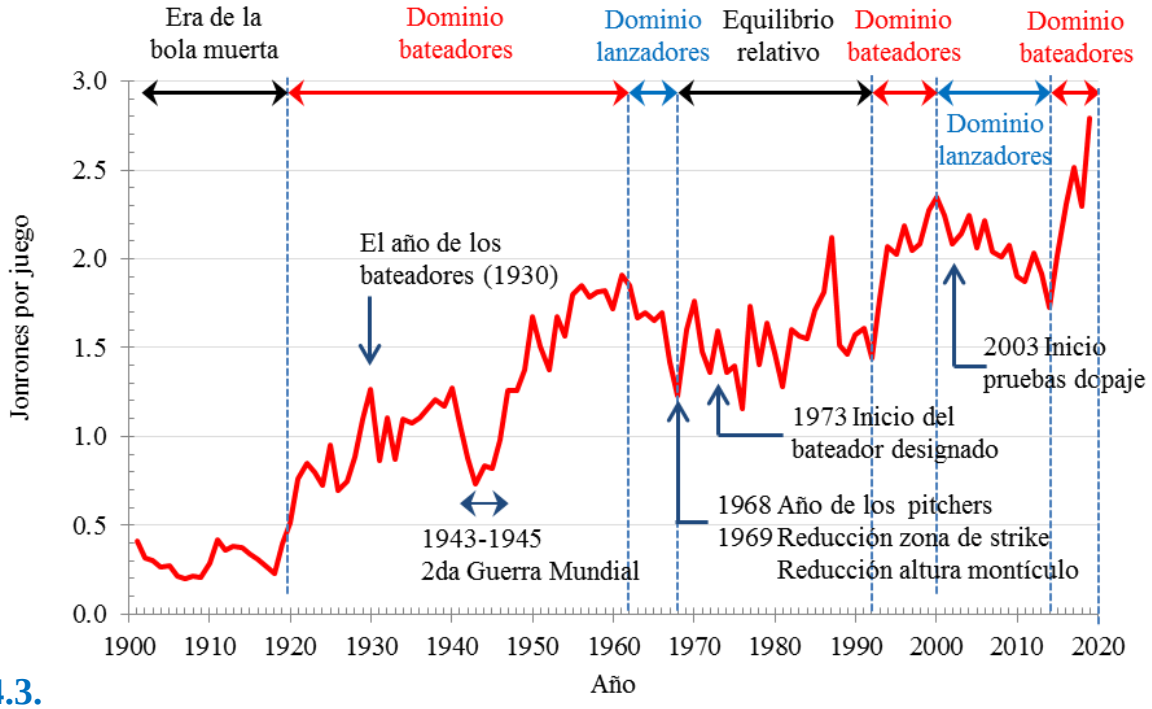


Figura 4.4.3.

Etapas y hechos significativos en la producción jonronera durante 1901-2019.

A partir del año 1962 comienza un periodo de 7 años (1962-1968) caracterizado por el dominio de los lanzadores, con una reducción notable en el desempeño de los bateadores, cuyos promedios en ambas ligas no superaron la barrera de los .250 puntos y la producción jonronera se redujo paulatinamente hasta alcanzar un mínimo de 1,2 jonrones por juego en 1968, en el denominado año de los lanzadores (ver Cap. 3.31).

Como consecuencia de esto, las autoridades reducen la zona de *strike* y bajan la altura del montículo con el fin de favorecer a los bateadores y así incrementar los promedios de bateo y el número de jonrones. Comienza entonces una etapa que denominamos de equilibrio relativo en el período 1969-1992 donde el promedio de jonrones por juego se estableció aproximadamente en 1,5 con la excepción del año 1987 cuando se disparó la producción jonronera alcanzando un pico de 2,12 jonrones por juego y un total de 4458 cuadrangulares, registro máximo histórico para ese momento. Algunos expertos atribuyen esa explosión jonronera de 1987 a la ocurrencia de un verano muy caliente y húmedo, lo que redujo la densidad del aire y aumentó el recorrido de la pelota (Watts y Baroni, 1989).

El equilibrio se rompe a partir de 1993 cuando la producción jonronera se eleva a más de 2 jonrones por juego hasta alcanzar un máximo histórico de 2,34 el año 2000. Este incremento se atribuye a la denominada era de los esteroides.

La era de los esteroides se refiere a un período de tiempo en las grandes ligas cuando un cierto número de jugadores comenzaron a usar estas sustancias teniendo como resultado un incremento en la ofensiva durante los juegos. Los esteroides anabolizantes son hormonas sintéticas, derivadas de la testosterona, usadas medicinalmente para tratar algunas formas de pérdida de peso y usadas también por algunos atletas para promover el crecimiento de músculos y mejorar el desempeño físico. A pesar de que su uso fue prohibido desde 1991, no fue sino hasta el año 2003 que se implementó una política amplia y sistemática de pruebas de dopaje a los peloteros. No está bien definido cuando fue el comienzo ni el final de este período de los esteroides, pero se estima generalmente que está comprendido entre finales de los años 80 y mediados del 2000. Algunos estudiosos consideran un período de 10 años entre 1993 y 2002 como la era dorada de los esteroides (Brandon et al., 2015). Debe señalarse que esta práctica fue estimulada por los dueños de los equipos, el sindicato de peloteros y la propia oficina del Comisionado, al ser permisivos en la aplicación de los controles porque obtenían mayores ganancias económicas con el incremento de los jonrones. Los atletas a su vez eran estimulados al uso de los esteroides porque el aumento de jonrones les reportaba mejores salarios.

Como consecuencia de la aplicación más estricta de los controles de dopaje, el dominio de los lanzadores regresa nuevamente a partir del 2001 en un período que se extiende por unos 13 años hasta el 2014. En este período se observa una tendencia clara a aumentar el número de ponchados por juego, pero a decrecer el número de jonrones, tal como se observa en la Figura 4.4.2. El último período considerado presenta un resurgimiento del poder jonronero entre los años 2015 y 2019. El máximo histórico de 2,34 jonrones por juego establecido el año 2000 fue roto el año 2017 con 2,51 y superado luego el 2019 con 2,79 jonrones por juego (ver Figura 4.4.2 y 4.4.3).

d. Promedios de bateo por temporada

Por el contrario, los promedios de bateo no han sufrido cambios tan significativos como el de los jonrones. La Figura 4.4.4 muestra la evolución de los promedios de bateo de ambas ligas entre los años 1901 y 2019, en conjunto con la variación de los jonrones en el mismo intervalo de tiempo. Se observan cuatro períodos bien diferenciados que se resumen en la Tabla 4.4.1. Entre 1920 y 1940 se consiguieron los promedios más altos de bateo con un valor medio de .281. En este período se encuentra el famoso año de los bateadores (1930) cuando el promedio de bateo fue de .296 (el más alto para una temporada en la historia de la MLB). Posteriormente se observa un decaimiento en el promedio alcanzando una media de .259 entre 1941 y 1962. El descenso en los promedios continúa hasta llegar a una media de .246 en el lapso 1963-1972, ocurriendo en este período el denominado año de los lanzadores, 1968, cuando el promedio fue de .237 (el más bajo en la

historia). Posteriormente, los promedios de bateo se elevan a consecuencia de la ampliación de la zona de strike y descenso del montículo, hasta un valor de 259 en el período 1973-1992, para continuar su ascenso hasta .267 en el lapso 1993-2008. En los últimos 10 años (2009-2019) se ha visto un descenso en los promedios de bateo hasta alcanzar una media en ese período .254. El año 2018 los bateadores de las grandes ligas tuvieron un promedio de .248, el más bajo en 47 años, recuperándose ligeramente el año 2019 con .252.

No hay una correlación clara entre cambios en el promedio de bateo y cambios en los jonrones por juego. Las etapas que hemos denominado de dominio de los lanzadores o bateadores, en relación a los jonrones conectados por juego, no siempre son consistentes con los promedios de bateo. Solamente en algunos casos se pueden establecer patrones en el desempeño ofensivo. Por ejemplo, desde 1930 hasta 1968 hubo un descenso sostenido en el promedio de bateo a pesar de haber ocurrido un aumento progresivo en el número de jonrones por juego (Figura 4.4.4). Dado que en ese período también se incrementó el número de ponchados por juego (Figura 4.4.2), se puede argumentar que en ese período los jugadores estaban más concentrados en buscar los grandes batazos, sacrificando el mayor contacto y reduciendo por tanto el promedio de bateo.

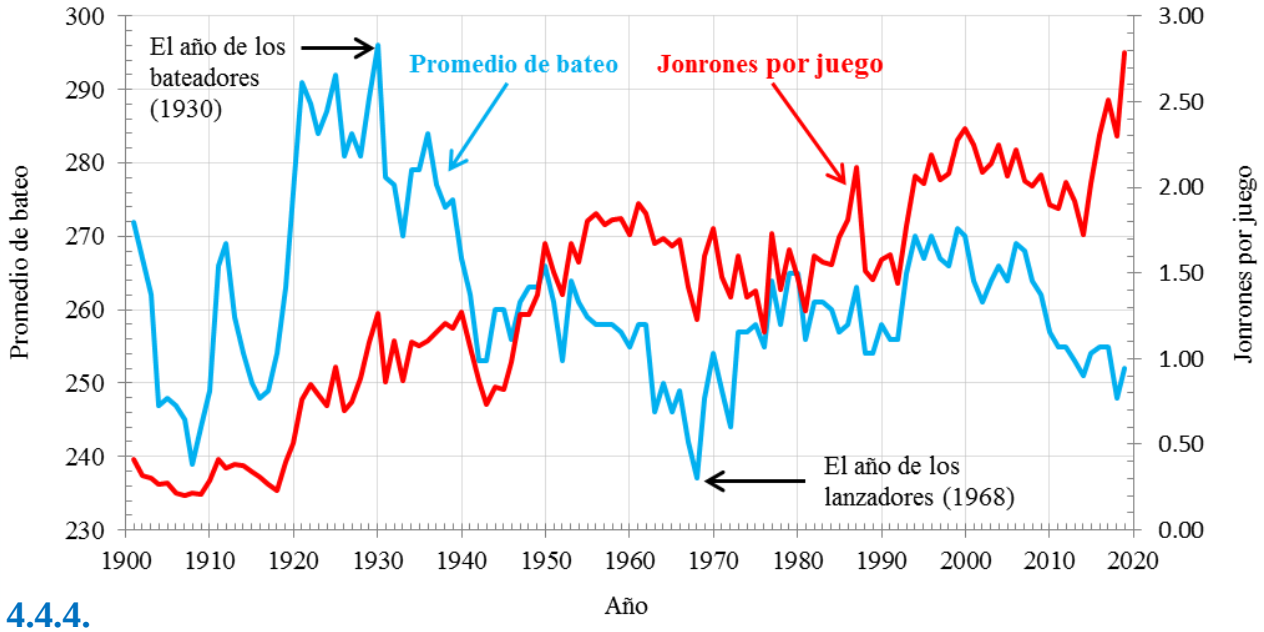


Figura 4.4.4.

Variación de los promedios de bateo y de jonrones por juego en el período 1901-2018.

Tabla 4.4.1. Promedios de bateo en los períodos indicados

Período	Promedio bateo
1920-1940	.281
1941-1962	.259
1963-1972	.246
1973-1992	.259
1993-2008	.267
2009-2019	.254

e. Otra medida de la producción jonronera

Otra medida de la producción jonronera por temporada puede hacerse en función del porcentaje de bolas bateadas que salen de jonrón, el cual puede calcularse mediante la relación:

$$\%\text{BBHR} = \frac{\text{HR}}{\text{AB}-\text{SO}} \text{ x } 100 \qquad (4.4.1)$$

Donde %BBHR es el porcentaje de bolas bateadas que salen de jonrón, HR es el número de jonrones, AB es el número de turnos al bate y SO es el número de ponchados.

Usamos esta variable para analizar en mayor detalle la producción jonronera en el período entre 1990 y 2018. El gráfico de la Figura 4.4.5 muestra la variación del porcentaje de bolas bateadas que salen de jonrón para cada temporada a partir del año 1990.

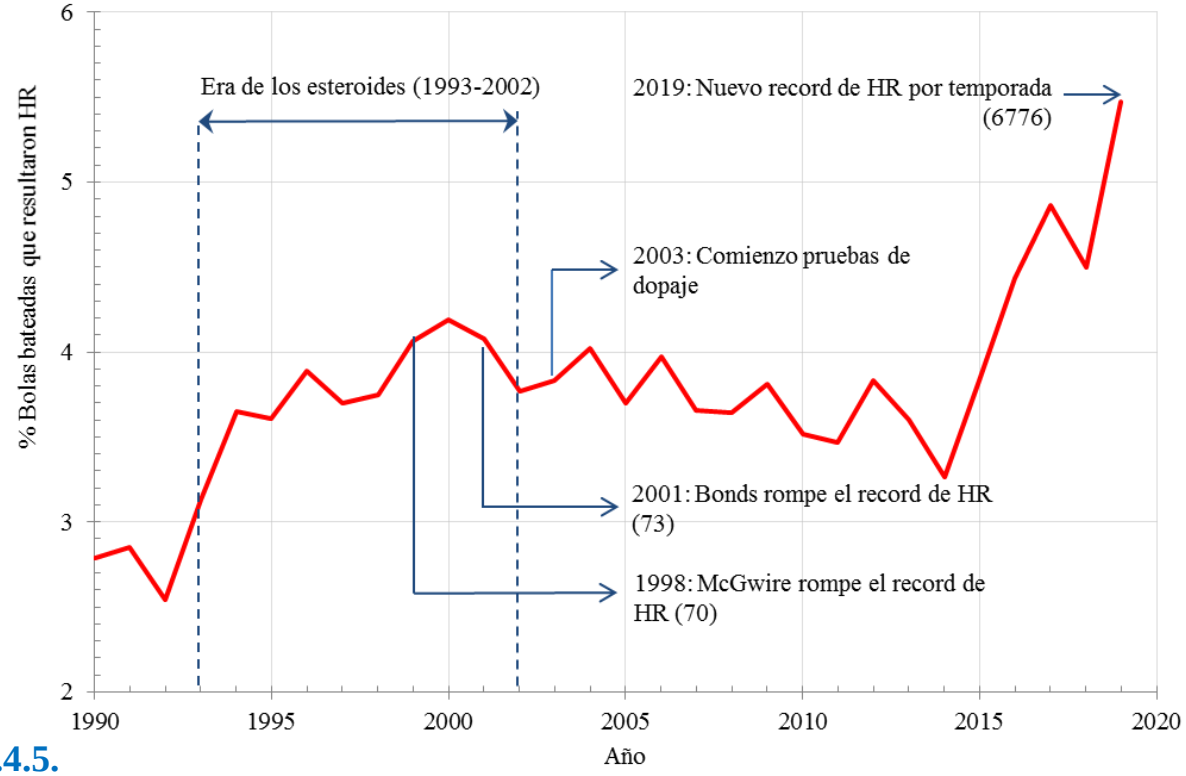


Figura 4.4.5.

Variación de la producción jonronera en términos de % de las pelotas bateadas que salen de jonrón y hechos significativos en el período 1990-2019.

Los hechos más significativos de este periodo se muestran en la gráfica, comenzando con el año 1991 cuando la MLB prohíbe a los jugadores el uso de esteroides aun cuando en la práctica dicha medida no fue ejecutada. A partir de 1990 se observa una tendencia a aumentar la producción de jonrones desde valores cercanos a 3% de bolas bateadas que salieron de jonrón, a un valor pico de 4,2% en el año 2000, coincidiendo este pico con la época dorada de la era de los esteroides. Es en el año 1998 cuando McGwire impone el record de más jonrones en una temporada con 70, el cual duró solo 3 años ya que Bonds bateó 73 el año 2001. En este mismo intervalo (1998-2001) Sammy Sosa se convierte en el único jugador en la historia en batear tres veces más de 60 jonrones aun cuando en ninguna de esas temporadas fue el líder de la liga.

A partir del inicio de las pruebas de dopaje, el año 2003, comienza un período de descenso y estabilización de la producción jonronera hasta el año 2014, con un valor promedio cercano a 3,7%

de bolas bateadas que resultaron ser de jonrón. Sin embargo, a partir del año 2015 comienza un aumento sostenido de la producción jonronera con valores de 3,8%, 4,4% y 4,9% para los años 2015, 2016 y 2017, respectivamente, siendo los valores de los últimos dos años significativamente superiores a la media del período de los 12 años anteriores (3,7%) (Figura 4.4.5). Luego de un breve descenso el año 2018, se alcanzó un máximo histórico de 5,5% en el 2019.

f. El informe del comité de expertos

En respuesta a las interrogantes de los aficionados y medios de prensa que atribuían el incremento en el número de jonrones a cambios hechos en la fabricación de la pelota para hacerla más viva o salidora, la MLB encargó a un grupo de científicos y expertos independientes la realización de un estudio para investigar este hecho (Albert et al., 2018). El comité de expertos fue liderado por el Dr. Alan Nathan, Profesor Emeritus de Física de la Universidad de Illinois, quienes realizaron un minucioso estudio de 10 meses de duración que incluyó: a) ensayos experimentales en la Universidad de Massachusetts-Lowell y en el Laboratorio de Ciencias Deportivas (SSL) de la Universidad del Estado de Washington, donde se ensayaron decenas de pelotas nuevas y usadas entre el 2012 y el 2017; b) análisis de los datos recabados por Statcast en el período 2015-2017; y c) visita a la fábrica de pelotas Rawlings en Costa Rica y análisis de datos del proceso de manufactura.

El reporte final, con fecha de 24/05/18, concluye que el incremento en la producción jonronera no es debido a un aumento en la elasticidad de la pelota (bola más viva), ni a cambios en sus propiedades (tamaño y peso de la bola, o altura de las costuras). Tampoco es debido a cambios en el clima (temperaturas más altas resultan en menor densidad del aire y por ende la pelota llega más lejos). No se detectaron cambios significativos en la velocidad de salida de la pelota o en la estrategia de los lanzamientos del pitcher. La conclusión final es que el incremento en la tasa de jonrones en el período 2015-2017 es debido a una reducción en el coeficiente de arrastre de la pelota, lo cual permite que la bola viaje más lejos. Esto es una evidencia indirecta de que algo ha cambiado en la bola, pero el comité admite no conocer las causas del cambio. Las investigaciones continúan y se centran en análisis de la rugosidad de la superficie de la pelota y en su centro de gravedad (Albert et al., 2018).

Algunos periodistas han criticado estos resultados y escriben, sin mostrar respaldo científico, que la causa del incremento de los jonrones en los últimos años es debido a que los bateadores son ahora más fuertes y están haciendo con mayor frecuencia grandes *swings*, buscando las gradas[6]. Este argumento es inválido porque el estudio anterior demuestra con mediciones de Statcast que las velocidades de salida de la pelota no aumentaron e incluso decrecieron ligeramente en este intervalo 2015-2017, y el pequeño aumento en el ángulo vertical de salida no es significativo para justificar el incremento en los jonrones.

4.5 Efectos de rotación generados con el bateo

Dado que la rotación que se le imprime a la pelota influye significativamente en la trayectoria y distancia recorrida (ver Cap. 2.12 y 2.13), conviene analizar los diferentes tipos de rotación que se le pueden transmitir a una pelota al ser golpeada por el bate.

[6] Juan Vené, reconocido periodista, es uno de estos críticos, que se refiere en términos despectivos al estudio científico del comité de expertos. Efectivamente en su columna del 26/05/18 escribe que “el informe es una paja enorme, que, como toda paja, nada dice”.

Para explicar los efectos de rotación es conveniente hacer referencia al plano tridimensional, en donde cualquier punto en el campo de juego está definido por tres coordenadas x, y, z. Por conveniencia ubiquemos el origen del sistema de coordenadas en la parte de atrás del plato, en donde el eje-x apunta a la derecha del receptor, el eje-y hacia la segunda base y el eje-z apunta hacia arriba en la dirección vertical (Figura 4.5.1). Se define β_0 como el ángulo horizontal de dirección de salida de la pelota medido con respecto al eje y (positivo en sentido horario). En sentido estricto es el ángulo entre el eje "y" y la componente horizontal del vector velocidad inicial la cual es $V_p \cos \theta_0$ siendo θ_0 el ángulo vertical de salida de la pelota y V_p la rapidez de esta.

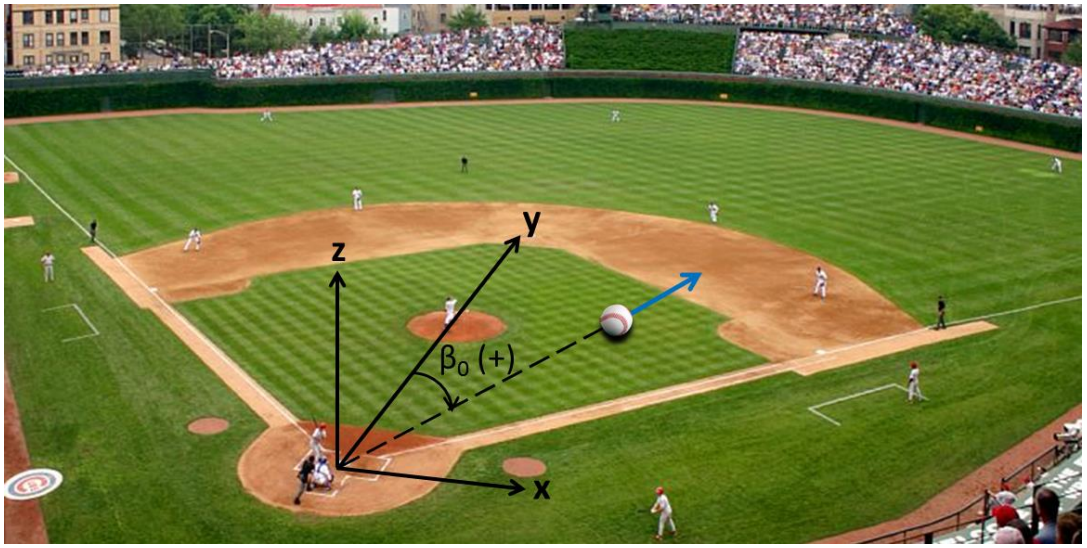


Figura 4.5.1.

Definición de un sistema de coordenadas en el campo de juego mostrando los tres ejes ortogonales x, y, z en donde el origen se ubica en la parte de atrás del plato y el ángulo β_0 se mide en el plano horizontal (x, y).

Dependiendo de su eje de rotación, se pueden definir dos tipos de rotación de la pelota en el momento de ser bateada (Figura 4.5.2): a) si la bola gira alrededor de un eje horizontal, la rotación puede ser hacia atrás o hacia adelante; b) si gira alrededor de un eje vertical (z) se denomina rotación de lado, pudiendo ser en sentido horario o anti-horario, en donde este sentido se define desde el punto de vista de una persona viendo el campo de juego desde arriba. No se considera la rotación de tirabuzón al momento de batear la bola (Figura 2.10.1). Sin embargo, una vez bateada, la bola en su trayectoria suele tener las tres rotaciones actuando simultáneamente.

a. Rotación hacia adelante o hacia atrás

b. Rotación de lado, sentido horario o anti-horario

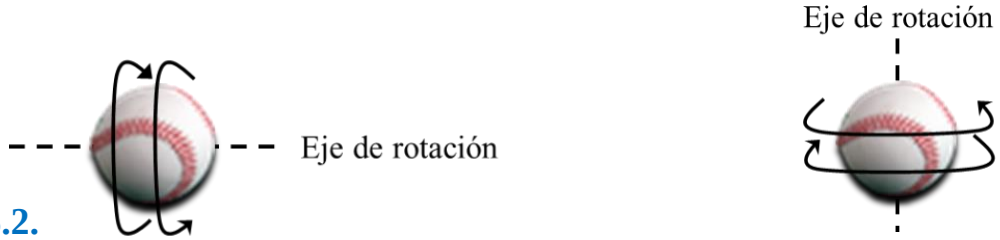


Figura 4.5.2.

Tipos de rotación en una pelota al salir despedida por el bate, vista desde la perspectiva del bateador. Se identifican dos posibles ejes de rotación: a) eje horizontal asociado a la rotación hacia adelante o hacia atrás, y b) eje vertical asociado a la rotación de lado, en sentido horario o anti-horario.

a. Punto de contacto entre el bate y la pelota

El punto de contacto entre el bate y la pelota determina la rotación que esta adquiere. La Figura 4.5.3 muestra un plano vertical de tres diferentes puntos de contacto en el momento del impacto. La variable "e" se define como la distancia entre la línea que pasa por el centro del bate (eje del bate en Figura 4.5.3) y el centro de masa de la pelota (centro de pelota en Figura 4.5.3). Si el eje del bate coincide con el centro de la pelota no se produce ningún tipo de rotación. Si la pelota es golpeada por debajo de su centro de masa se produce una rotación hacia atrás o *backspin*, como

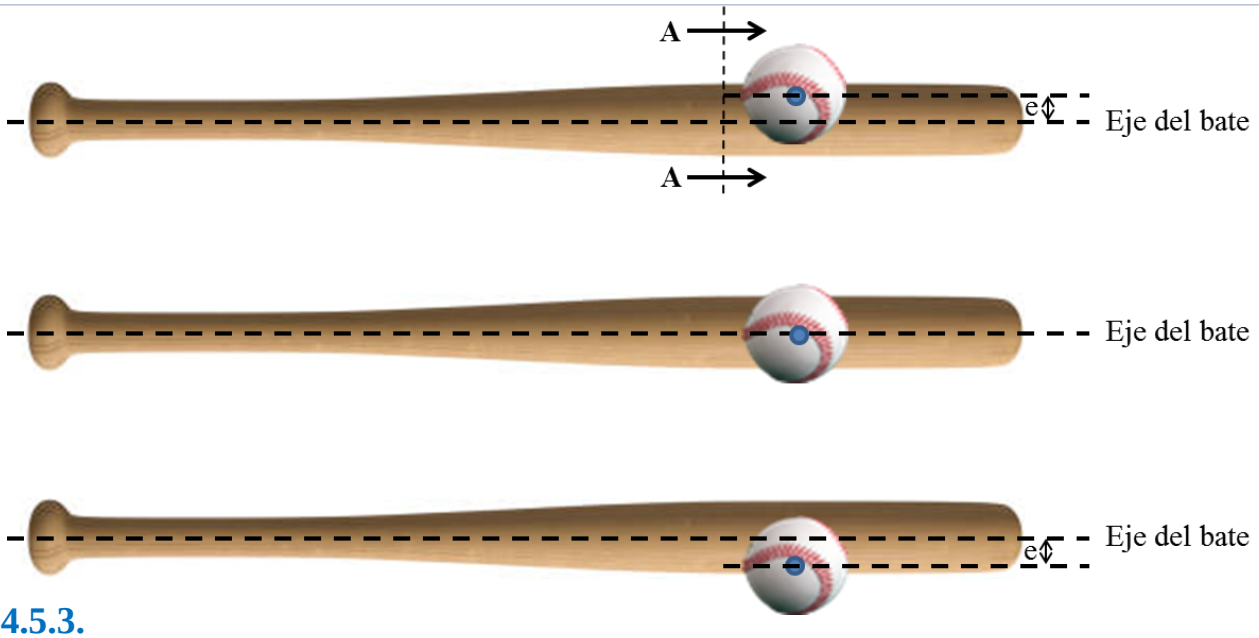


Figura 4.5.3.
Plano vertical mostrando desde la perspectiva del lanzador tres diferentes puntos de contacto entre el bate y la pelota: a) el eje del bate impacta la bola por debajo de su centro de masa (figura superior); b) el eje del bate impacta la bola en su centro de masa (figura central); y c) el eje del bate impacta la bola por encima de su centro de masa (figura inferior). El centro de masa de la bola se indica en círculo azul. Ver corte transversal A-A en Figura 4.5.4.

suele ser el caso de los batazos que salen en elevado o *fly*. Si la bola fuese golpeada por encima de su centro de masa, la rotación sería hacia adelante o *topspin*, típica de los batazos de rodado o *rolling*.

La Figura 4.5.4 presenta un corte transversal del bate y la pelota en el momento del impacto, para el caso cuando ésta es golpeada por debajo de su centro de masa (ver figura superior en Figura 4.5.3). Se indica el diámetro del bate en su parte más ancha (2,75 pulgadas), el diámetro de la pelota (2,9 pulgadas) y las direcciones del movimiento.

Adair (1990) establece los siguientes valores para la variable e. Si la distancia e es pequeña, entre 0,75 y 1 pulgadas (1,91 y 2,54 cm), la bola saldrá despedida en forma de elevado hacia los jardines. Si e es grande, mayor que 2 pulgadas (5,1 cm) pero menor que 2,83 pulgadas (7,2 cm), saldrá un elevado de *foul* hacia atrás del receptor. Si e es mayor que 2,83 pulgadas (7,2 cm) el bate no hará contacto con la pelota, como se puede deducir de la Figura 4.5.4 por simple geometría.

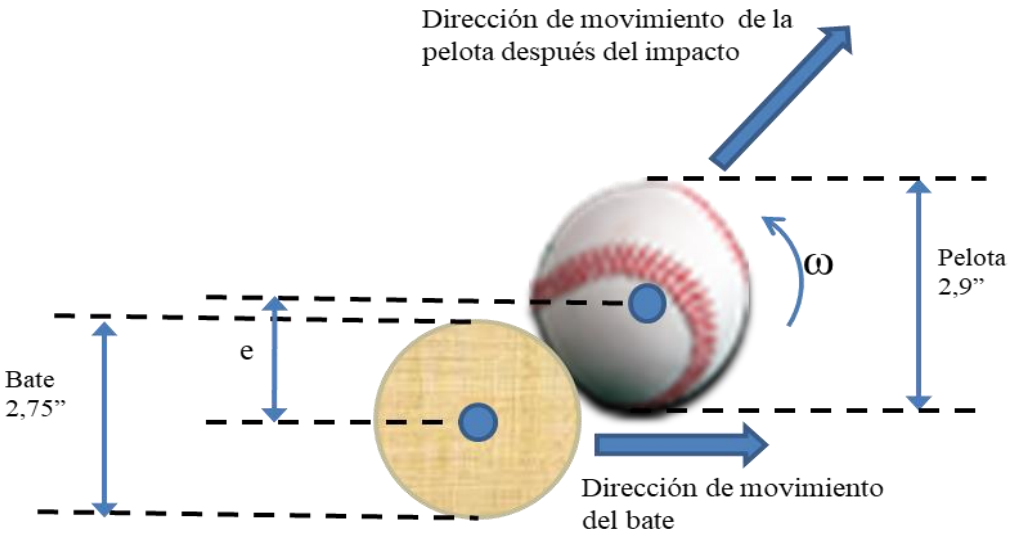


Figura 4.5.4.

Esquema del momento en que el bate impacta la pelota por debajo de su centro de masa (corte A-A en Figura 4.5.3). Los círculos pequeños (azules) indican el eje del bate y el centro de la pelota. La bola sale con rotación hacia atrás con una rapidez de rotación ω. El diámetro del bate es 2,75 pulgadas y el de la pelota es 2,9 pulgadas; “e” es la distancia entre la línea que pasa por el centro del bate y el centro de masa de la pelota.

b. Posiciones que puede adoptar el bate al hacer contacto con la pelota

Para visualizar las diferentes posiciones y ángulos que adopta el bate al hacer impacto con la pelota, es conveniente separar la vista en dos planos perpendiculares, uno horizontal (vista en planta) y uno vertical (vista frontal). La Figura 4.5.5 muestra una vista en un plano horizontal (visto desde arriba del bateador) de los diferentes ángulos horizontales de la pelota en el momento de ser golpeada por el bate. El ángulo ψ se define como el ángulo horizontal de incidencia que forma el eje del bate con la dirección del lanzamiento en el momento del impacto. Se distinguen tres casos: a) el bate forma un ángulo de ψ = 90° y la bola sale despedida hacia el jardín central (CF); b) el ángulo ψ es menor de 90° y la bola sale despedida hacia el jardín izquierdo (LF); y c) el ángulo ψ es mayor de 90° y la pelota sale despedida hacia el jardín derecho (RF).

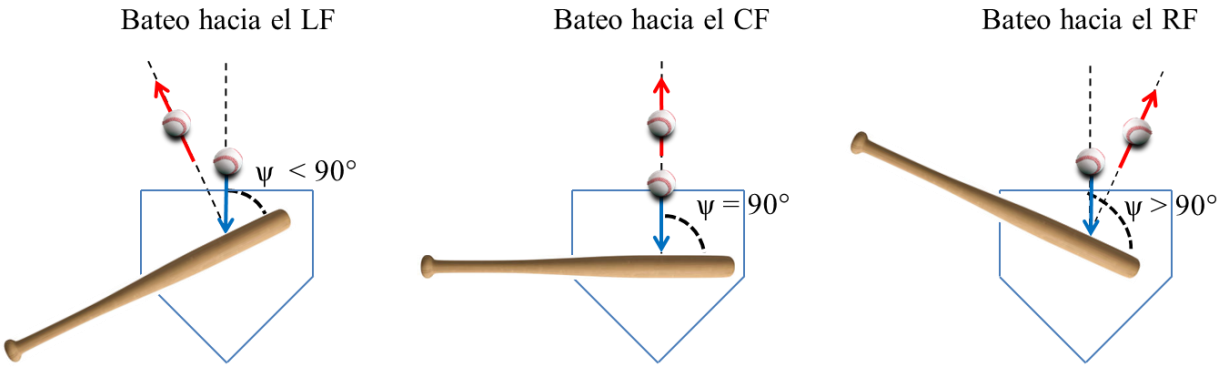


Figura 4.5.5.

Vista en un plano horizontal desde arriba del bateador, de los tres tipos de ángulos horizontales de incidencia ψ que forma el eje del bate con la dirección de llegada de la bola en el plato.

La Figura 4.5.6 presenta una vista frontal, en un plano vertical, como si la estuviese viendo el receptor, de los diferentes ángulos verticales que puede adoptar el eje del bate en el momento de contacto con la pelota. El ángulo ϕ se mide con respecto a una línea horizontal, en donde valores positivos, mayores que 0°, implican que el bate está inclinado hacia abajo y valores negativos, menores que 0°, implican inclinaciones hacia arriba. Un valor de ϕ = 0º significa un bate que se desplaza en un plano horizontal. En el esquema de la Figura 4.5.6 se ha supuesto que la pelota es golpeada por debajo de su centro de masa por lo que la rotación es siempre hacia atrás (*backspin*).

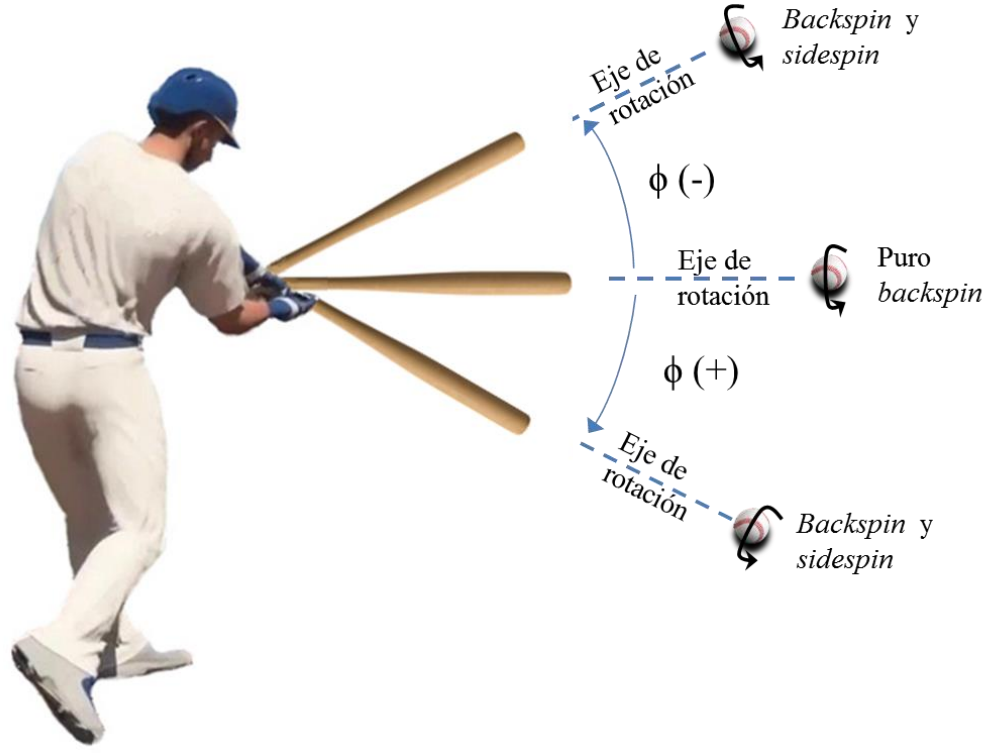


Figura 4.5.6.

Vista desde la perspectiva del receptor, de los diferentes ángulos verticales ϕ del bate en el momento del impacto con la pelota. Se indican también los efectos de rotación a la salida de la pelota, suponiendo un impacto por debajo de su centro de masa.

La inclinación del bate, tanto en el plano horizontal (Figura 4.5.5) como en el plano vertical (Figura 4.5.6), en el momento en que hace contacto con la pelota va a definir el tipo de rotación con que esta sale despedida. Para ello, a continuación, explicamos las fuerzas que actúan en el momento del impacto, que son las que generan los efectos de rotación.

c. Fuerzas que actúan en el punto de impacto

La Figura 4.5.7 muestra en un plano horizontal las fuerzas actuantes sobre la pelota para los tres casos descritos anteriormente en la Figura 4.5.5. Se supone por los momentos que la pelota es golpeada en su centro de masa por lo que no se genera rotación hacia atrás o hacia adelante. Las fuerzas sobre el bate, no indicadas en la figura, serían iguales, pero de sentido contrario a las que actúan sobre la pelota de acuerdo al principio de acción y reacción (3ª Ley de Newton). Básicamente hay dos fuerzas actuando en el punto de contacto: la fuerza de impacto que es perpendicular al eje del bate y es responsable por despedir la bola hacia el campo de juego, y la fuerza de fricción que es paralela al eje del bate y es responsable de inducirle rotación de lado (*sidespin*) a la pelota. La fuerza de fricción solo se genera cuando el ángulo horizontal de incidencia

(Figura 4.5.5) es diferente a 90°. En el caso donde la bola es golpeada hacia el jardín central (CF) el ángulo de incidencia es 90° y solo se genera la fuerza de impacto (Figura 4.5.7, centro). En el caso donde la bola sale despedida al jardín izquierdo (LF), además de la fuerza de impacto aparece la fuerza de fricción con sentido hacia la parte más gruesa del bate, que produce una rotación lateral de la pelota (*sidespin*) con sentido anti-horario (Figura 4.5.7, izquierda). El último caso ilustra la pelota que sale hacia el jardín derecho (RF) en donde, debido a la posición del bate con un ángulo de incidencia de la pelota mayor a 90º, la fuerza de fricción ahora cambia de sentido y se dirige hacia la parte más angosta del bate induciéndole a la bola un efecto de *sidespin* con sentido horario (figura 4.5.7, derecha). La discusión anterior supuso que la bola fue golpeada en su centro de masa. Si la pelota fuese golpeada por arriba o por debajo de este se genera otra fuerza de fricción de dirección perpendicular a la descrita en la Figura 4.5.7, que puede dar lugar a rotaciones adicionales hacia atrás (*backspin*), hacia adelante (*topspin*) o de lado (*sidespin*).

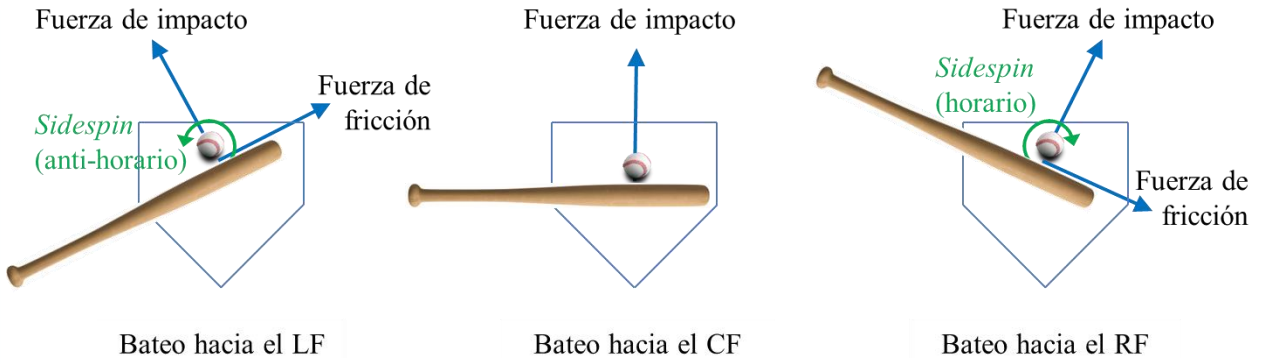


Figura 4.5.7.

Vista en planta (plano horizontal) de las fuerzas actuando (flechas azules) sobre la pelota en el momento del impacto del bate, indicándose el sentido de rotación de lado (*sidespin*) con que esta sale despedida hacia el jardín izquierdo (LF), jardín central (CF) o jardín derecho (RF).

d. Fuerza de Magnus sobre la pelota en movimiento

Como hemos analizado en el Cap. 1.4, una pelota en movimiento con rotación de lado (*sidespin*), es decir rotando con un eje vertical, genera una fuerza de Magnus que actúa en el plano horizontal. Esta fuerza es simultáneamente perpendicular al eje de rotación y a la dirección del movimiento. Si nos imaginamos una vista en planta del estadio (Figura 4.5.8), esta fuerza lateral hace que la bola curvee hacia la derecha en el caso de que la pelota rote en sentido horario, o curvee hacia la izquierda en el caso de que la pelota rote en sentido anti-horario. Desde un punto de vista práctico, la dirección en que actúa la fuerza de Magnus viene dada por la dirección en que rota el frente de la pelota.

Las fuerzas de Magnus mostradas en la Figura 4.5.8 están todas actuando en el plano horizontal y corresponden al caso de una pelota que tiene solamente rotación de lado (*sidespin*). Otros tipos de rotación generan fuerzas de Magnus en otras direcciones. Por ejemplo, en relación a la Figura 4.5.6, si la pelota es golpeada por debajo de su centro de masa, la fuerza de fricción genera un torque y la pelota rotará hacia atrás como se indica en la misma figura. Si por el contrario el punto de contacto es por encima, el torque generará una rotación hacia adelante. Si el contacto es justo en el centro de masa no se produce torque y no hay rotación. En el caso de rotación hacia atrás, la fuerza de Magnus es hacia arriba, ayudando a mantener la pelota más tiempo en el aire. En el caso de rotación

hacia adelante, la fuerza de Magnus se invierte y actúa hacia abajo, haciendo que la pelota caiga más rápidamente.

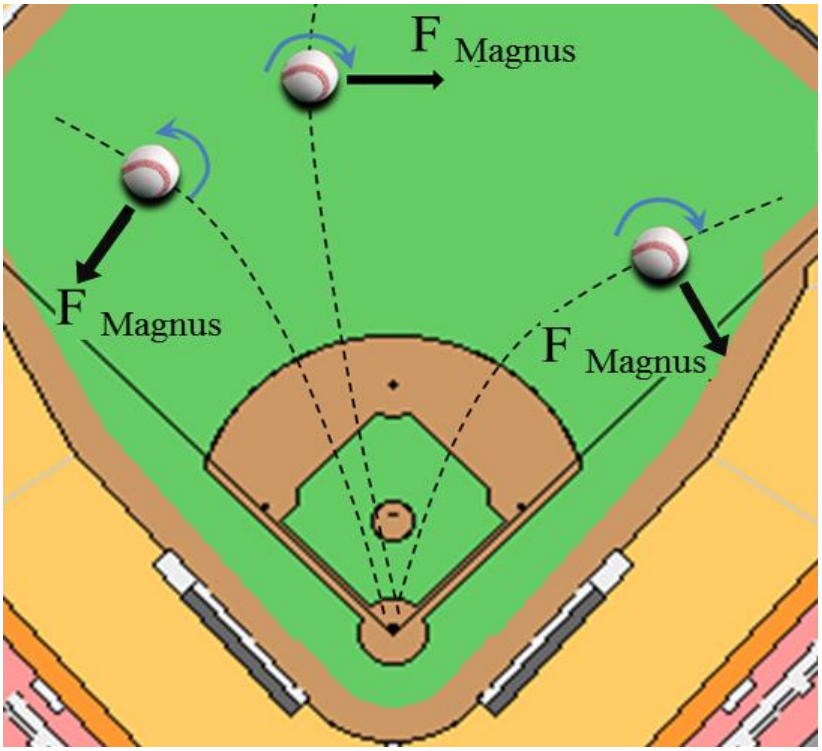


Figura 4.5.8.

Vista en planta de un campo de béisbol mostrando las rotaciones de lado (*sidespin*) que se producen con pelotas bateadas hacia los jardines. La trayectoria de la bola se indica con línea discontinua. La flecha curveada indica el sentido de la rotación y la flecha lineal (negra) la dirección de la fuerza de Magnus que modifica la trayectoria de la bola haciéndola curva. En casi todos los casos, las pelotas bateadas hacia al RF curvean en sentido horario, mientras que las bateadas hacia al LF en sentido anti-horario.

e. Rotaciones típicas que se producen al batear

La Figura 4.5.6 ilustra en una vista frontal, desde la perspectiva del receptor, las rotaciones que se le imprimen a la pelota en el momento del impacto. El eje de rotación de la bola coincide con el eje del bate y se indica con línea discontinua. El sentido de rotación se indica con flechas curvas. En los tres casos se supone que la bola es golpeada por debajo de su centro de masa por lo que sale con rotación hacia atrás. Por ejemplo, cuando el bate se desplaza en un plano horizontal ($\phi = 0$) la bola sale con pura rotación hacia atrás. Si el bate está inclinado hacia abajo ($\phi > 0$) la bola sale con rotación hacia atrás y con rotación de lado en sentido horario. Si el bate está inclinado hacia arriba ($\phi < 0$) la bola es despedida con rotación hacia atrás y con rotación de lado en sentido anti-horario. Es razonable suponer que no se produce rotación en tirabuzón (*girospin*) en el momento del impacto. Sin embargo, la rotación de tirabuzón se puede presentar después durante el vuelo debido a la trayectoria curvilínea de la pelota luego del impacto.

Se ha indicado que el tipo de rotación con que sale la pelota al ser despedida por el bate depende de dos ángulos: el ángulo horizontal de incidencia de la pelota (ψ) (Ver figura 4.5.5) y el ángulo vertical de inclinación del bate (ϕ) mostrado en la Figura 4.5.6. Los tipos de rotación que se producen en todos los casos posibles del bateo se muestran en las tablas 4.5.1, 4.5.2 y 4.5.3. La Tabla 4.5.1 se refiere al caso de pelotas golpeadas por debajo de su centro de masa. La Tabla 4.5.2

presenta las rotaciones que se generan cuando la bola es golpeada justo en su centro de masa y la Tabla 4.5.3 cuando es golpeada por encima de su centro de masa. En todos los casos se ha supuesto que el bateador es derecho. En caso de ser zurdo, los efectos de *sidespin* serían en sentido contrario.

Los sentidos de rotación que se le asignan en las tablas 4.5.1, 4.5.2 y 4.5.3 al *sidespin* han sido confirmados por datos recabados por el sistema Statcast el año 2015 (Nathan, 2016).

Tabla 4.5.1. Tipos de rotación generados por el bateo hacia diferentes sitios del campo, en función del ángulo horizontal de incidencia de la pelota (ψ) y del ángulo de inclinación del bate (ϕ) para pelotas golpeadas por debajo de su centro de masa.

Caso	Descripción	ψ (°)	Subcaso	Descripción	ϕ (°)	Rotación	Sentido del *sidespin*
			A1	Bate nivelado horizontalmente	0	Hacia atrás	Ninguno
A	Bateo hacia el jardín central	90	A2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia atrás y de lado	Horario
			A3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia atrás y de lado	Anti-horario
			B1	Bate nivelado horizontalmente	0	Hacia atrás y de lado	Anti-horario
B	Bateo hacia el jardín izquierdo	< 90	B2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia atrás y de lado	Anti-horario (más probable) Horario (menos probable)
			B3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia atrás y de lado	Anti-horario
			C1	Bate nivelado horizontalmente	0	Hacia atrás y de lado	Horario
C	Bateo hacia el jardín derecho	> 90	C2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia atrás y de lado	Horario
			C3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia atrás y de lado	Horario (mucho más probable) Anti- horario (mucho menos probable)

Tabla 4.5.2. Tipos de rotación generados por el bateo hacia diferentes sitios del campo, en función del ángulo horizontal de incidencia de la pelota (ψ) y del ángulo de inclinación del bate (ϕ) para pelotas golpeadas en el centro de masa.

Caso	Descripción	ψ (°)	Subcaso	Descripción	ϕ (°)	Rotación	Sentido del *sidespin*
A	Bateo hacia el jardín central	90	A1	Bate nivelado horizontalmente	0	Ninguna	Ninguno
			A2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Ninguna	Ninguno
			A3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Ninguna	Ninguno
B	Bateo hacia el jardín izquierdo	< 90	B1	Bate nivelado horizontalmente	0	De lado	Anti-horario
			B2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia atrás y de lado	Anti-horario
			B3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia adelante y de lado	Anti-horario
C	Bateo hacia el jardín derecho	> 90	C1	Bate nivelado horizontalmente	0	De lado	Horario
			C2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia adelante y de lado	Horario
			C3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia atrás y de lado	Horario

Tabla 4.5.3. Tipos de rotación generados por el bateo hacia diferentes sitios del campo, en función del ángulo horizontal de incidencia de la pelota (ψ) y del ángulo de inclinación del bate (ϕ) para pelotas golpeadas por encima de su centro de masa.

Caso	**Descripción**	**ψ (°)**	**Subcaso**	**Descripción**	**ϕ (°)**	**Rotación**	**Sentido del *sidespin***
A	Bateo hacia el jardín central	90	A1	Bate nivelado horizontalmente	0	Hacia delante	Ninguno
			A2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia adelante y de lado	Anti-horario
			A3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia adelante y de lado	Horario
B	Bateo hacia el jardín izquierdo	< 90	B1	Bate nivelado horizontalmente	0	Hacia adelante y de lado	Anti-horario
			B2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia adelante y de lado	Anti-horario
			B3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia adelante y de lado	Anti-horario
C	Bateo hacia el jardín derecho	> 90	C1	Bate nivelado horizontalmente	0	Hacia adelante y de lado	Horario
			C2	Bate inclinado hacia abajo	> 0	Hacia adelante y de lado	Horario o anti-horario
			C3	Bate inclinado hacia arriba	< 0	Hacia adelante y de lado	Horario o anti-horario

La Figura 4.5.9 reproduce la Figura 4 del trabajo de Nathan (2016) la cual ha sido modificada por nosotros para visualizar mejor el significado del gráfico.

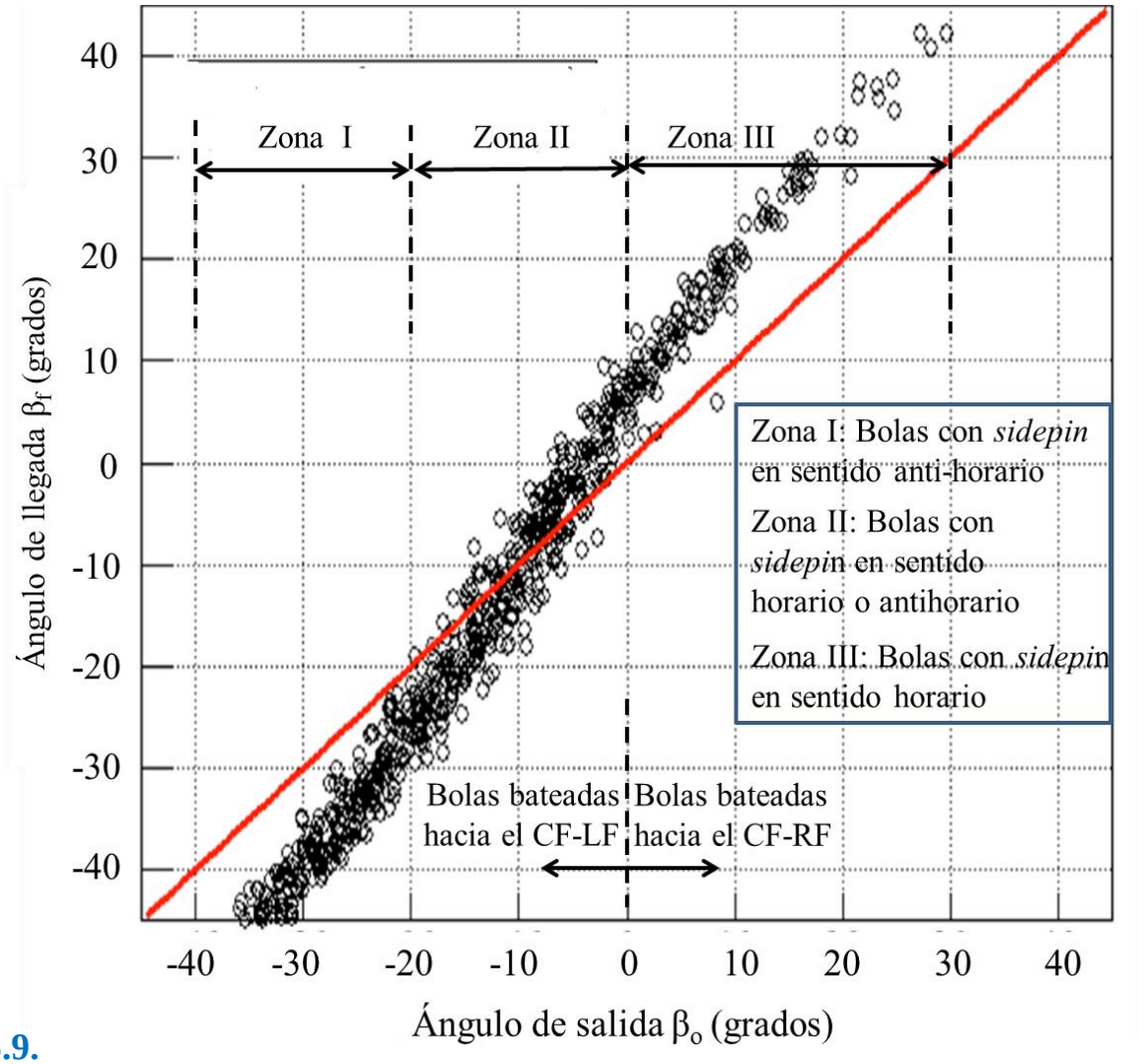


Figura 4.5.9.

Angulo horizontal de salida β_o y de llegada β_f de numerosos elevados bateados el año 2015 en las grandes ligas. Cada círculo del gráfico representa un elevado. CF es jardín central; RF es jardín derecho; LF es jardín izquierdo. .Modificado de Nathan (2016).

El gráfico muestra el ángulo horizontal de salida β_o cuando la pelota es impactada por el bate y el ángulo horizontal de llegada β_f al impactar la bola el terreno, de un conjunto de elevados bateados el año 2015 con velocidades de salida entre 100 y 110 mph y ángulos verticales de salida entre 15º y 25°. El ángulo horizontal se mide relativo a la línea que une el plato con la segunda base (Eje-y en Figura 4.5.1). Ángulos positivos indican pelotas bateadas hacia la derecha de esta línea (CF-RF) y ángulos negativos hacia la izquierda de esta línea (CF-LF). En el lenguaje de los jugadores, para un bateador derecho la dirección negativa representa bolas "haladas" y la dirección positiva bolas "empujadas"; en inglés los denominan "*pulls*" y "*pushes*", respectivamente. Cada círculo del gráfico indica una bola en juego. La línea de 45° en el gráfico representa pelotas en donde el ángulo

de llegada es igual al ángulo de salida, lo que se traduce en que no tienen rotación de *sidespin*. Los puntos por encima de la línea de 45º (línea en color rojo) representan pelotas que rotaron con *sidespin* en sentido horario. Los puntos por debajo son pelotas que rotaron en sentido anti-horario.

Considerando que la Figura 4.5.9 describe batazos elevados a los jardines, aceptamos que la pelota fue golpeada por debajo de su centro de masa el cual es el caso descrito en la Tabla 4.5.1. Se distinguen tres zonas en el gráfico. La Zona I, con ángulos de salida entre -40º y -20º, identifica los elevados bateados hacia el CF-LF rotando con *sidespin* en sentido anti-horario. La Zona II, entre -20º y 0°, se refiere a aquellas pelotas bateadas hacia el CF-LF que pudieran rotar en sentido horario o anti-horario, dependiendo de la magnitud de los ángulos ψ y ϕ, de la distancia entre el punto de impacto y el centro de masa de la bola y del coeficiente de fricción entre el bate y la pelota. La Zona III con ángulos de salida mayores a 0°, define las bolas bateadas hacia el CF-RF con una probabilidad muy alta de que el *sidespin* rote en sentido horario. Se puede observar en el gráfico, que en esta zona solo hay un punto cuyo ángulo de llegada resulta ser menor que el ángulo de salida, indicando una rotación anti-horaria. Este parece ser el caso muy particular de un bateador golpeando una bola alta, fuera de la zona de strike, con el bate inclinado hacia arriba y haciendo contacto por debajo del centro de masa, dirigiendo la bola ligeramente a la derecha del CF, el cual se describe como el Subcaso C3 en la Tabla 4.5.1.

¿Cómo se explica que casi todas las pelotas bateadas hacia el CF-RF son pelotas que giran con *sidespin* en sentido horario, mientras que las bateadas hacia el CF-LF pueden tener rotaciones en ambos sentidos? La explicación reside que en las bolas bateadas hacia el LF se superponen dos efectos contrapuestos: la rotación de *sidespin* en sentido horario debido a la fuerza de impacto con el bate inclinado hacia abajo ($\phi > 0$ en Figura 4.5.6), y la rotación de *sidespin* en sentido anti-horario debido a la fuerza de fricción cuando la pelota es halada (ver Figura 4.5.7; $\psi < 90°$ en Figura 4.5.5). Observando el gráfico de la Figura 4.5.9 se intuye que para un ángulo de salida entre 0º y -10º predomina la inclinación del bate, mientras que para el rango entre -10º y -20º la fricción es la fuerza predominante.

Esta última observación sugiere que los peloteros que juegan en el jardín izquierdo (LF) y en el jardín central (CF) están sujetos a un mayor grado de dificultad para atrapar la pelota, ya que esta puede, o no llevar efecto de *sidespin*, o llevar *side spin* en sentido horario, o llevarlo en sentido anti-horario, por lo que estos jardineros deben tener una gran capacidad de lectura de la trayectoria de la pelota para poder atraparla. Por el contrario, debido a que casi todas las pelotas que se batean hacia el jardín derecho (RF) rotan en sentido horario, su trayectoria es más estable y predecible h aciéndole la vida más fácil al jugador en este sector del campo.

f. ¿Cuál es la magnitud de la rapidez rotacional de lado?

Mediciones indirectas de la rapidez rotacional de las pelotas bateadas han sido obtenidas por Nathan (2013), quien encontró que para un conjunto de 281 jonrones la rapidez rotacional estaba entre 650 rpm y 3.500 rpm. Sin embargo, no se conoce cuanto corresponde a rotación hacia atrás (*backspin*) y cuanto a rotación de lado (*sidespin*).

Para tener una idea de la magnitud de estas variables acudimos nuevamente a la Figura 4.5.9 la cual indica los valores medidos del ángulo horizontal de salida β_o y el ángulo horizontal de llegada β_f para un conjunto de elevados bateados en las grandes ligas. El cambio de ángulo que sufre la pelota en su recorrido está dado por $\beta_f - \beta_o$. En el gráfico se observa que los mayores cambios de ángulo ocurren en los extremos de la nube de puntos, y que estas están en el orden de 13º. Por ejemplo, para un valor de $\beta_o = +30º$ se obtiene del gráfico aproximadamente $\beta_f = +43º$, lo cual significa que

el cambio de ángulo de la pelota es de 13º. Igualmente, en el otro extremo del gráfico se obtiene aproximadamente un β_f = -40º para β_o = -30º lo cual significa un cambio de ángulo de -10º o de 10° en valor absoluto. El cambio del ángulo horizontal lo interpretamos como una medida de la cantidad de *sidespin* que el bateador le imprime a la pelota, despreciando los efectos del viento. Por lo tanto, podemos plantear el siguiente problema: ¿cuál es la rapidez rotacional de *sidespin* requerida para producir un cambio del ángulo horizontal de 13º? Dado que 13º es aproximadamente el máximo cambio de ángulo que experimenta la pelota, de acuerdo al gráfico mencionado, la respuesta a esa interrogante nos puede dar una idea de las velocidades máximas de rotación de *sidespin* que el bate transmite a la pelota.

Para encontrar la respuesta a esta pregunta, usamos el modelo matemático descrito en el Cap. 1.5 para simular la trayectoria de la bola, alimentándolo con los valores iniciales promedio que fueron medidos para la construcción del gráfico de la Figura 4.5.9, es decir una velocidad de salida de 105 mph con un ángulo vertical de despegue de 20º y suponiendo condiciones estándar de clima con una densidad del aire igual a 1,225 kg/m^3, sin viento. Se estudian seis casos, variando ω cada 100 rpm entre 2.500 y 3.000 rpm. Para cada ω el objetivo del cálculo es encontrar la rapidez rotacional ω_s (*sidespin*) que conduce a un cambio de ángulo horizontal de 13°. El correspondiente valor ω_b es igual a $(\omega^2-\omega_s^2)^{1/2}$. Las simulaciones conducen a los resultados que se presentan en la Tabla 4.5.4, donde se señalan los valores posibles de ω_s así como los correspondientes valores de ω_b (rotación hacia atrás) para cada valor supuesto de ω. Para velocidades de rotación menores a ω = 2.500 rpm no se encontraron valores posibles de ω_s que produjeran el ángulo deseado de 13º. Se indican también el tiempo de vuelo (t_D) y la distancia horizontal recorrida por la pelota (D).

Tabla 4.5.4. Valores posibles de las componentes rotacionales (ω_s y ω_b) que satisfacen la condición de que la bola termine su trayectoria con un cambio de ángulo horizontal total de 13º en un elevado a los jardines, para un valor prefijado de la rapidez rotacional ω.

ω (rpm)	ω_s (rpm)	ω_b (rpm)	t_D (sg)	D (ft)
2.500	2.050	1.430,9	3,93	366,5
2.600	2.000	1.661,3	4,11	375,7
2.700	1.970	1.846,4	4,25	382,7
2.800	1.950	2.009,4	4,38	388,5
2.900	1.930	2.164,5	4,49	393,9
3.000	1.910	2.313,4	4,60	398,9

En resumen, del análisis anterior se concluye que datos recabados por el sistema Statcast muestran que los cambios máximos que se producen entre el ángulo horizontal de salida y el de llegada de los elevados a los jardines están en el orden de 13 grados, lo cual es debido a la componente rotacional de lado (*sidespin*) que lleva la pelota. Los autores no están en conocimiento de mediciones que se hayan hecho de las magnitudes de estas componentes de la velocidad rotacional, las cuales no son reportadas por Statcast. Simulaciones realizadas con el modelo matemático indican que la rotación de lado (*sidespin*) que se le debe imprimir a la bola para generar esta desviación angular máxima (13º) debe estar en el orden de 2.000 rpm.

4.6 ¿Puede una bola curva ser bateada más lejos que una bola rápida?

En el Cap. 4.2 se demostró que, para una misma velocidad del bate, la velocidad de salida de la pelota bateada aumenta a medida que se incrementa la velocidad de la bola que llega al plato. Por lo tanto, es claro que una bola rápida lanzada a 90 mph salga despedida con una velocidad mayor que una bola curva lanzada a 80 mph, si la velocidad del bate se mantiene constante. Sin embargo, esto no nos dice nada sobre la distancia que viaja la pelota, que está altamente influenciada por la velocidad de rotación que se le imprime a la bola tal como se demostró en el Cap. 2.11. Allí se comprobó también que la bola golpeada con rotación hacia atrás (*backspin*) viaja más lejos que la bola sin rotación o con rotación hacia adelante (*topspin*).

Para responder a la interrogante del título de este capítulo, utilizamos el modelo matemático para realizar experimentos numéricos con lanzamientos de bola rápida y bola curva a fin de determinar la distancia alcanzada por los elevados resultantes de batear esos lanzamientos. Los experimentos se basan en las siguientes hipótesis:

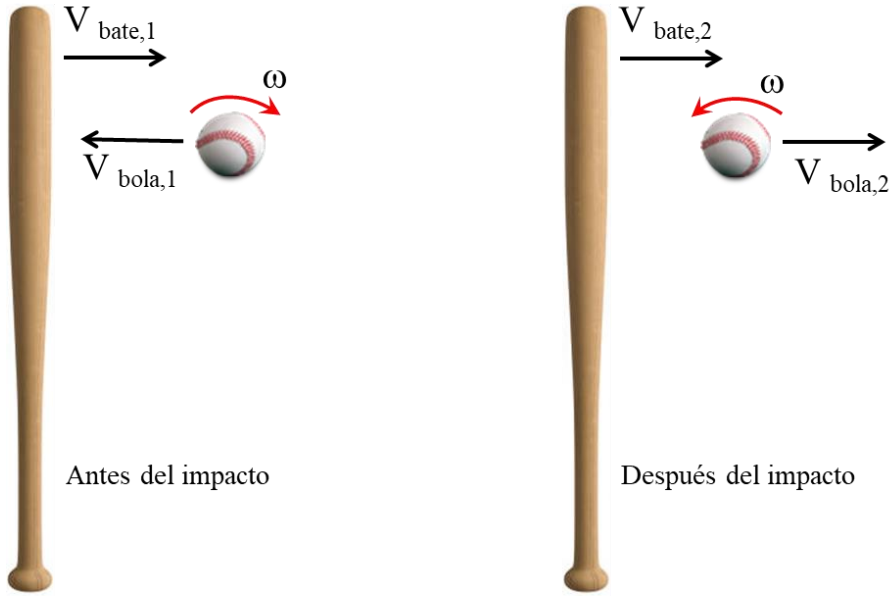
- El *pitcher* lanza la bola rápida a 93 mph y la bola curva a 78 mph. Estas son velocidades promedio para lanzadores de la MLB de acuerdo a mediciones de Statcast en la temporada de 2017 (ver Tabla 3.4.1 en Cap. 3.4).
- El lanzamiento en bola rápida pierde aproximadamente el 9% de su velocidad inicial al llegar al plato mientras que la bola curva pierde el 10% (ver Cap. 3.21 y 3.23).
- La velocidad del bate es la misma para ambos casos e igual a 70 mph.
- La velocidad de rotación pre-impacto es de 2.000 rpm para ambos casos. La diferencia reside en que la bola rápida rota hacia atrás (*backspin*) y la bola curva rota hacia adelante (*topspin*).
- Se suponen condiciones estándar del clima para un estadio ubicado a nivel del mar; para los cálculos se adopta una densidad de masa del aire de 1,2254 kg/m^3.
- La bola es bateada a una altura de 3 ft, en ambos casos.

La Figura 4.6.1 ilustra el sentido de rotación de la pelota antes y después de ser impactada por el bate, para los casos de lanzamiento en bola rápida y en curva. Si partimos de la base de que los largos batazos tienen que golpear la bola por debajo del centro de masa para llevar una buena dosis de rotación hacia atrás a fin de aumentar la distancia y la probabilidad de salir del parque, se aprecia en la figura que el bateador debe revertir el sentido de giro de la bola rápida, que viene hacia al plato con rotación hacia atrás, para que esta pueda salir despedida también con la misma rotación hacia atrás. Lo contrario sucede con la bola curva, donde el sentido de la rotación hacia adelante (*topspin*) que trae la pelota coincide con el sentido de la rotación que produce el impacto con el bate y la bola sale despedida con rotación hacia atrás. Por lo tanto, la velocidad de rotación que adquiere la pelota después del impacto es mayor para la bola curva que para la bola rápida.

Sawicki et al. (2003) desarrollaron un modelo de impacto bate-pelota tomando en cuenta el coeficiente de fricción y la distancia entre el punto de impacto y el centro de la pelota, de forma de generar en la pelota una rotación hacia atrás. Ellos determinaron que para una bola rápida que llega al plato a 94 mph rotando hacia atrás a 1.910 rpm, la velocidad de rotación se reduce a 1.830 cuando la bola sale despedida por el bate. Para el caso de un lanzamiento en curva que llega al plato a 78 mph con la misma velocidad de rotación de 1.910 rpm, pero ahora con rotación hacia adelante (*topspin*), la velocidad de rotación de salida es de 2640 rpm. Con base a estos resultados nos proponemos realizar en este capítulo experimentos numéricos suponiendo que la bola rápida sale

despedida con velocidades rotacionales entre 1.600 y 2.000 rpm mientras que la curva es bateada con rotaciones entre 2.400 y 2.800 rpm.

a) Lanzamiento en bola rápida.



b) Lanzamiento en curva

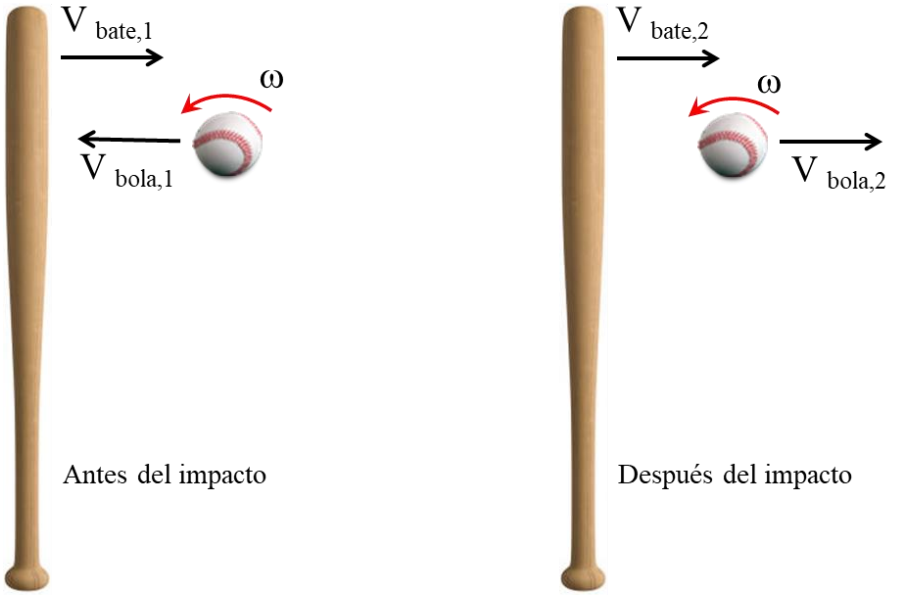


Figura 4.6.1.

Comparación del cambio en el sentido de rotación de una bola rápida y una curva antes y después del impacto con el bate. La bola rápida con rotación hacia atrás (*backspin*) tiene que invertir el sentido de su rotación para que salga despedida con la misma rotación hacia atrás, mientras que la curva con rotación hacia adelante (*topspin*) mantiene el mismo sentido de rotación para salir con rotación hacia atrás.

La Tabla 4.6.1 resume los cálculos que se presentan gráficamente en la Figura 4.6.2, en donde $V_{pitcher}$ es la velocidad de la pelota lanzada por el *pitcher*, $V_{bola,1}$ es la velocidad de la pelota al llegar al plato, $V_{bola,2}$ identifica la velocidad de salida de la pelota bateada, calculada de acuerdo a la Ecuación 4.2.5. Los ángulos de salida son los ángulos óptimos que producen aproximadamente la mayor distancia recorrida, determinados de acuerdo al Cap. 2.9.

Tabla 4.6.1. Distancia recorrida por lanzamientos en bola rápida y en curva para distintas velocidades de rotación post-impacto (ω).

Tipo de lanzamiento	Tipo de rotación	$V_{pitcher}$ (mph)	$V_{bola,1}$ (mph)	ω pre-impacto (rpm)	$V_{bate,1}$ (mph)	$V_{bola,2}$ (mph)	ω post-impacto (rpm)	Angulo salida θ_0 (grados)	Distancia recorrida (ft)
Bola rápida	Hacia atrás	93	84,6	2.000	70	100,9	1.600	30	393,1
Bola rápida	Hacia atrás	93	84,6	2.000	70	100,9	1.800	29	396,5
Bola rápida	Hacia atrás	93	84,6	2.000	70	100,9	2.000	28	399,8
Curva	Hacia adelante	78	70,2	2.000	70	98,0	2.400	27	390,2
Curva	Hacia adelante	78	70,2	2.000	70	98,0	2.600	26	393,3
Curva	Hacia adelante	78	70,2	2.000	70	98,0	2.800	25	396,4

Del gráfico de la Figura 4.6.2 y de la Tabla 4.6.1, observamos que, para una pelota lanzada en curva a 78 mph que sale despedida por el bate con una velocidad de rotación igual a 2.600 rpm, la distancia recorrida es de 393 ft. Esta es prácticamente la misma distancia para una pelota rápida lanzada por el pitcher a 93 mph que sale hacia los jardines con una rotación de 1.600 rpm. De aquí se concluye que toda pelota en curva que salga rotando a velocidades mayores de 2.600 rpm, recorrerá distancias mayores que pelotas rápidas que lleven rotaciones iguales o inferiores a 1.600 rpm. En otras palabras, si el bateador cuando golpea una bola rápida lanzada a 93 mph no le imprime a la pelota una rotación mayor a 1.600 rpm, ésta recorrerá una distancia menor que otro bateador que golpee una curva de 78 mph con una rotación igual o mayor de 2600 rpm. Este análisis nos permite concluir que sí es posible que la bola curva sea bateada más lejos que la bola rápida.

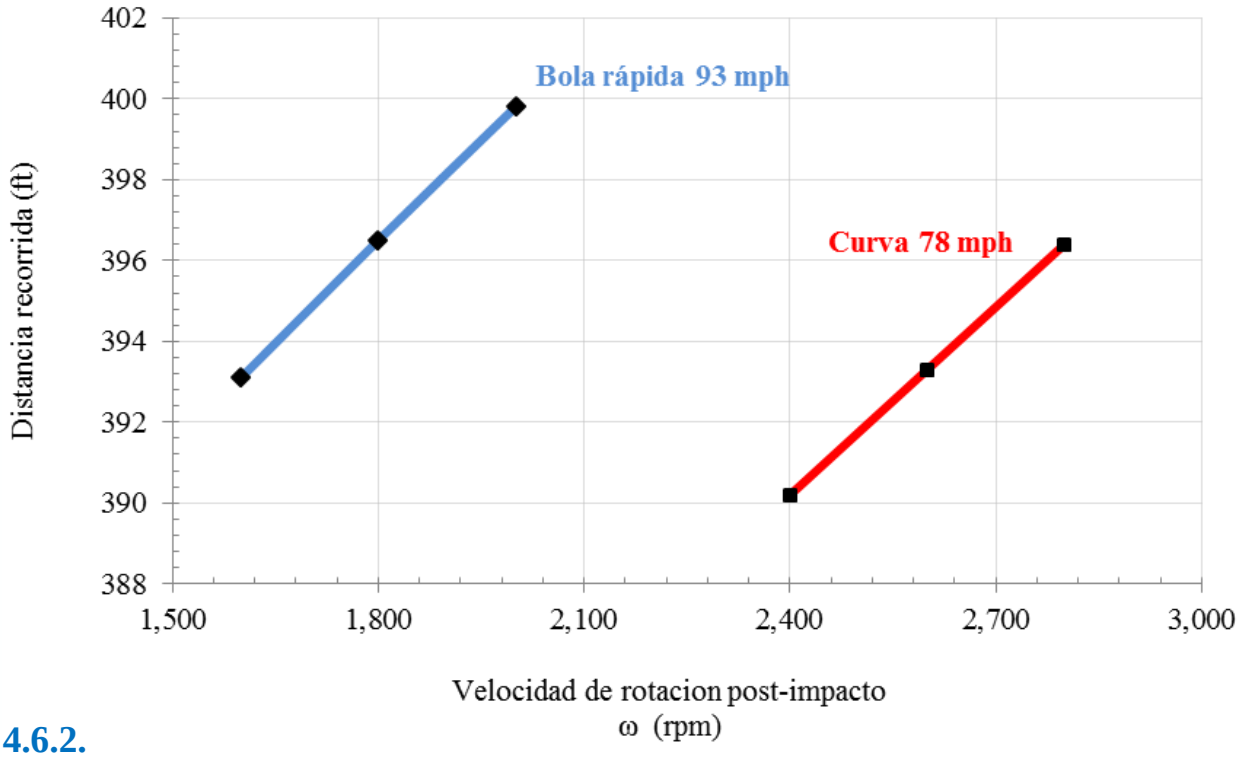


Figura 4.6.2.

Distancia recorrida por la pelota bateada contra un lanzamiento en curva o bola rápida para diferentes velocidades de rotación después del impacto con el bate.

4.7 Modificaciones en el bate para llevar la bola más lejos

El coeficiente de fricción entre la pelota y el bate juega un papel importante ya que, si este es lo suficientemente grande, se evita el deslizamiento entre el bate y la pelota y se le puede imprimir una mayor rotación a la bola. Se conoce el caso de jugadores que en algún momento han tallado ranuras (ilegalmente) en el bate con la idea de producir mayor rotación hacia atrás (*backspin*) a fin de llevar más lejos la pelota. Sin embargo, es poco probable que esto produzca algún beneficio, ya que la fricción normal que se genera entre el bate y la pelota es suficiente para garantizar un máximo de rotación hacia atrás (Adair, 2002).

Muchos jugadores usan brea o alquitrán de pino (*pine tar*) en el mango del bate. Esta es una sustancia pegajosa usada por los bateadores para mejorar el agarre e impedir que este se deslice. Es considerado ilegal si alcanza la parte gruesa del bate, ya que puede lograr que la bola permanezca un mayor tiempo (infinitesimal) en contacto con el bate, causando mayor efecto de rotación en la pelota.

A George Brett de los Reales de Kansas City, le fue quitado un jonrón por haber usado alquitrán de pino más allá del límite permitido (18 pulgadas) en su bate en un incidente controversial en el Yankee Stadium abriendo el último episodio (9º *inning*) de un juego el 24/07/83. Después de haber bateado el jonrón, el jugador fue declarado *out* poniendo fin al partido que le dio la victoria a los Yankees. Brett salió del *dogout* como una fiera enfurecida y tuvo que ser restringido por sus

compañeros para que no agrediera al árbitro principal[7]. El equipo de Kansas protestó y más tarde el presidente de la liga anuló la decisión del árbitro, validó el batazo y ordenó la continuación del juego el cual terminó con la derrota de los Yankees debido al jonrón de Brett. El bate del incidente se encuentra exhibido en el Salón de la Fama en Cooperstown.

También se conoce el caso de bates modificados mediante una cavidad cilíndrica perforada en la parte gruesa del bate y rellena con corcho (bate acorchado). El diámetro típico de la cavidad es de 1 pulgada y la longitud de 10 pulgadas (Nathan et al., 2004). Como es lógico, el menor peso del bate produce una mayor velocidad en el movimiento (*swing*) del bateador. Los bateadores argumentan que el corcho produce un efecto trampolín que aumenta el recorrido de la pelota. Experimentos en el laboratorio realizados por Nathan et al. (2004) para medir el coeficiente de restitución en bates normales y bates modificados por un relleno de corcho, llegaron a la conclusión de que los cambios que produce en el COR son prácticamente imperceptibles por lo que el efecto trampolín no existe en el bate acorchado.

Un bate de Sammy Sosa se rompió por la mitad después de batear un rodado (*rolling*) en el primer inning de un juego celebrado entre los Cachorros de Chicago y los Mantarrayas (*Devil Rays*) de Tampa Bay en el estadio Wrigley Field el 03/06/03. El receptor de los Mantarrayas se dio cuenta que una parte del bate tenía corcho en su interior y se lo enseño a los árbitros quienes procedieron a expulsar a Sosa del juego.

Sosa dijo en su defensa que había usado el bate acorchado solo en las prácticas de bateo para ofrecerles un espectáculo a los aficionados, pero que accidentalmente eligió el bate incorrecto durante el juego. Eventualmente recibió una suspensión por 8 juegos. El incidente dejó una mancha en la reputación de Sosa, luego agravada por las acusaciones del uso de esteroides. Al año siguiente fue cambiado de equipo[8].

Como hechos curiosos, el jefe de los árbitros, Tim McClelland, fue el mismo que veinte años atrás estaba en el plato en el incidente del alquitrán de pino en el bate de George Brett. El lanzador de Tampa Bay en el incidente con Sosa era el venezolano Jeremy González quien falleció trágicamente después de ser impactado por un rayo el año 2008 en una playa de su ciudad natal Maracaibo.

4.8 ¿ Qué tan lejos puede ser bateada una pelota?

Esta interrogante intentamos responderla a través de la simulación numérica haciendo una serie de experimentos en el computador. Es decir, hacemos uso del modelo matemático para simular el vuelo de la pelota y determinar la distancia máxima que puede alcanzar.

Para ello, necesitamos conocer los siguientes datos: 1) la máxima velocidad de salida de la pelota bateada, 2) la máxima velocidad de rotación, 3) la mínima densidad del aire y 4) la máxima velocidad del viento. Supondremos que la dirección y sentido del viento máximo coinciden con la dirección y sentido del movimiento de la pelota. Cada uno de estos cuatro datos representa la ocurrencia de un evento extremo que tiene una baja probabilidad de ocurrencia. Para responder la pregunta de qué tan lejos puede llegar la pelota, supondremos que estos cuatro eventos extremos pueden ocurrir ***simultáneamente***. Obviamente, la probabilidad de ocurrencia simultánea de estos

[7] Un video del incidente puede ser visto en: https://www.101espn.com/2017/07/24/video-looking-back-pine-tar-incident-34th-anniversary/

[8] El incidente del bate acorchado de Sosa puede verse en la dirección: https://www.youtube.com/watch?v=WrXVdwIGfuI

cuatro eventos es extremadamente pequeña, pero la aceptamos con el fin último de determinar la máxima distancia posible que puede llegar una pelota bateada.

a. Consideraciones sobre la máxima velocidad de salida

A partir del año 2015, nuevas tecnologías han sido implementadas en todos los estadios de las grandes ligas que permiten monitorear el movimiento de la pelota con radares Doppler, midiendo directamente la velocidad de salida de la pelota al ser despedida por el bate. De acuerdo a Statcast la máxima velocidad de salida de una pelota de baseball registrada hasta el presente en las grandes ligas es de 122,2 mph correspondiente a un sencillo de Giancarlo Stanton el 01/10/2017. En el período 2015-2020, en solo 8 ocasiones se pasó de las 120 mph, alcanzado por solo 3 jugadores, Stanton (6 veces), Aaron Judge (1 vez) y Gary Sánchez (1 vez). Sin embargo, de estos 8 batazos solo 3 fueron jonrones.

Los jonrones suelen tener menor velocidad de salida dado que la bola es impactada ligeramente por debajo de su centro a fin de darle rotación hacia atrás y aprovechar el efecto ascendente de la fuerza de Magnus. Los 50 jonrones más largos conectados en la MLB en el 2018 tuvieron una velocidad promedio de salida de 111,6 mph.

Se destaca entonces que los jonrones más largos no son aquellos que llevan la mayor velocidad inicial, por ejemplo, los dos únicos jonrones que sobrepasaron la barrera de los 500 ft medidos por Satcast entre 2015 y 2020 son el de Giancarlo Stanton (06/08/2016) con 504 ft y el de Nomar Mazara (21/06/2019) con 505 ft, pero sus velocidades de partida fueron 115,8 y 109,7 mph, respectivamente, menores que las registradas en otros batazos que no fueron jonrones.

Para estimar la máxima distancia que puede alcanzar un jonrón, se supondrá como hipótesis extrema una velocidad inicial de 121,7 mph la cual es la máxima registrada entre todos los jonrones en el período 2015-2020 (Stanton el 09/08/2018).

b. Consideraciones sobre la máxima rapidez de rotación

Valores de la rapidez rotacional han sido determinados de manera indirecta por Nathan (2013) en un grupo de 281 jonrones. Aquellos 70 casos que excedieron la distancia de 415 ft tuvieron rapidez comprendidas entre 660 y 2.970 rpm. Sin embargo, Statcast comenzó a publicar recientemente la rapidez rotacional de pelotas bateadas, las cuales están en el rango de los valores determinados por Nathan. Entre los diez jonrones más largos reportados por Statcast, el que tiene mayor rapidez rotacional es el de Joey Gallo con un valor de 2.975 rpm, correspondiente a un jonrón de 490 pies conectado el 17-09-2017. En consecuencia, como hipótesis extrema en este análisis adoptamos una rapidez rotacional de 3.000 rpm para determinar la máxima distancia posible de un jonrón.

Debe tenerse presente que la rapidez rotacional máxima descrita en el párrafo anterior y la velocidad máxima de salida descrita en la sección previa, no necesariamente se alcanzan en forma simultánea. Una mayor velocidad de rotación se produce al golpear la pelota lo más alejado posible de su centro, pero ello disminuye la velocidad de salida; complementariamente, golpearla más cerca del centro disminuye la velocidad de rotación, pero aumenta la velocidad de salida.

Por otro lado, no toda la velocidad rotacional se transforma en rotación hacia atrás dado que la dirección del batazo y la inclinación del bate generan también rotación de lado. La rotación hacia atrás es favorable para alcanzar una mayor distancia mientras que la rotación de lado ejerce el efecto contrario. Siguiendo el esquema de alcanzar la mayor distancia posible, se supone que el batazo va dirigido hacia el jardín central y con solamente rotación hacia atrás de rapidez 3.000 rpm.

c. Consideraciones sobre la densidad del aire

En el entendido de que la densidad del aire afecta significativamente la distancia recorrida por la pelota (ver Cap. 2.2), se supondrán dos casos límites. El primer caso es de la ciudad de Denver, que debido a su gran elevación de 5.280 ft sobre el nivel del mar, tiene un aire con una baja densidad que facilita una mayor distancia. El segundo caso es el de una ciudad a nivel del mar, como puede ser Nueva York, que tiene un aire más denso y reduce la distancia. El caso de Nueva York es representativo de otros 12 estadios de la MLB con altura sobre el nivel del mar menor a 100 ft. El caso de Denver es único puesto que solo Phoenix (1082 ft) y Atlanta (1.050 ft) superan los 1.000 ft entre los 30 equipos de la MLB, pero aun así están considerablemente lejos de los 5.280 ft de Denver.

Para el Yankee Stadium en Nueva York se tienen los siguientes datos climáticos:

- Densidad del aire = 1,225 kg/m^3 correspondiente a un día normal de clima.
- Densidad del aire = 1,136 kg/m^{3}correspondiente a un día húmedo y caluroso.

Para el estadio Coors Field en Denver se dispone de los datos siguientes:

- Densidad del aire = 1,0 kg/m^3 correspondiente a un día normal de clima.
- Densidad del aire = 0,932 kg/m^3 correspondiente a un día húmedo y caluroso.

Estas densidades han sido determinadas para valores promedio de 15º C de temperatura y 30% de humedad relativa para un día normal de clima, y de 32º C de temperatura y 100% de humedad para un día húmedo y caluroso.

Siguiendo el objetivo establecido de seleccionar las condiciones para maximizar la distancia recorrida por un jonrón, se adopta la menor densidad del aire para cada caso: 1) Estadio de Denver: Densidad del aire = 0,932 kg/m^3, y 2) Estadios a nivel del mar (Nueva York): Densidad del aire = 1,136 kg/m^3.

d. Consideraciones sobre la máxima velocidad del viento y su dirección

Para evaluar el efecto del viento se suponen dos casos posibles. El primero es el de los estadios techados donde no se considera la acción del viento. Este es el caso del estadio de Tampa Bay Rays con techo fijo o de los otros 6 estadios de la MLB con techo retractable cuando el mismo está cerrado. El segundo caso es el de los estadios abiertos en donde el viento afecta el recorrido de la pelota.

La velocidad del viento durante un juego se indica en los registros de cada juego (*box score*) en donde se muestra la rapidez y dirección en el momento de inicio del juego. Este dato no suministra información del viento durante el juego, donde pueden ocurrir cambios significativos, ni de las ráfagas ocasionales de viento que pueden actuar en determinado momento. Adicionalmente, la información del box score proviene en algunos casos de estaciones de medición que no están en el estadio sino a algunos kilómetros de distancia (Bergstromn, 2017) lo cual aumenta el grado de incertidumbre de la información.

De los registros (*box score*) en la MLB entre 2005-2017 se tiene que en un 99,7% de los juegos la velocidad del viento fue menor a 20 mph (Ewing, 2017). Velocidades mayores a 25 mph no aparecen en el 2018 pero si aparecen unos pocos casos en los tres años previos según se aprecia en la herramienta de búsqueda de Baseball Reference. Por otro lado, debe tenerse presente que la estructura típica de los estadios de béisbol limita la acción efectiva del viento a nivel del terreno, en la zona del bateador, y éste solamente desarrolla toda su acción en una franja superior que se manifiesta en algunos estadios para alturas mayores de 60 ft (Adair, 2002).

Para los efectos de determinar la máxima distancia posible que puede recorrer la pelota en los estadios abiertos, con base a la discusión anterior se adoptará una velocidad máxima de viento de 20 mph con dirección y sentido coincidiendo con el movimiento de la pelota, actuando solamente a una altura por encima de 60 pies, a fin de tomar e cuenta el efecto de barrera que ejerce la estructura del estadio. Destaquemos que esta velocidad máxima y su alineación con la pelota tienen una muy baja probabilidad de ocurrencia.

e. ¿Qué tan lejos puede llegar la pelota?

Con base a la información anterior se tomaron los valores estimados de la máxima velocidad de salida de la pelota, de su máxima velocidad de rotación, de la menor densidad del aire (día húmedo y caluroso) y de la máxima velocidad del viento alineado con el movimiento de la pelota, y se supuso que dichos eventos extremos pueden ocurrir en forma simultánea. Estos valores se muestran en la Tabla 4.8.1 y 4.8.2.

Se consideraron cuatro casos: 1) Sin viento y estadio a nivel del mar con densidad del aire = 1,136 kg/m^3; 2) Sin viento y estadio de Denver con densidad del aire = 0,932 kg/m^3; 3) Con viento y estadio a nivel del mar con densidad del aire = 1,136 kg/m^3, y 4) Con viento y estadio de Denver con densidad del aire = 0,932 kg/m^3.

Usando el modelo matemático (Cap. 1.5) se procedió a calcular la distancia recorrida bajo estas condiciones extremas. El procedimiento consistió en variar el ángulo de salida de la pelota hasta encontrar un valor que condujese a la máxima distancia horizontal. Los resultados de los cálculos se muestran en la Tabla 4.8.1 para el caso de estadios abiertos (con viento) y en la Tabla 4.8.2 para el caso de estadios techados (sin viento).

Las distancias horizontales mostradas en las Tablas 4.8.1 y 4.8.2 deben interpretarse como una estimación de valores máximos posibles pero muy poco probables. Los resultados muestran que en los estadios abiertos de las ciudades a nivel del mar o a poca altura sobre el mismo, es muy poco probable tener jonrones que alcancen los 600 ft; los 611 pies indicados en la Tabla 4.8.1 solo se alcanzarían bajo la hipótesis extrema de ocurrencia simultánea de los valores extremos adoptados. En la ciudad de Denver, debido a la baja densidad del aire, se pudiese exceder los 600 ft de distancia horizontal. En el caso de los estadios techados, el estimado de máxima distancia posible es 554 ft a nivel del mar o 602 ft en la ciudad de Denver. Los largos jonrones de Babe Ruth y otros, mayores de 600 pies, reportados en algunas publicaciones, dado que no han sido bateados en la ciudad de Denver son probablemente el producto de apreciaciones subjetivas que forman parte de la fantasía popular.

Tabla 4.8.1. Estadios abiertos (Viento = 20 mph). Distancia horizontal recorrida bajo condiciones extremas.

Elevación del estadio	Velocidad inicial (mph)	Velocidad rotacional (rpm)	Ángulo de salida (°)	Distancia alcanzada (ft)
A nivel del mar	121.7	3,000	29	611
Denver (5280 ft)	121.7	3,000	31	654

Tabla 4.8.2. Estadios techados (sin viento). Distancia horizontal recorrida bajo condiciones extremas

Elevación del estadio	Velocidad inicial (mph)	Velocidad rotacional (rpm)	Ángulo de salida (°)	Distancia alcanzada (ft)
A nivel del mar	121.7	3,000	23	554
Denver (5280 ft)	121.7	3,000	25	602

4. 9 ¿Cómo determinar la distancia recorrida por jonrones?

La distancia que recorren los jonrones ha sido por muchos años un tema de gran interés en el béisbol. Esta distancia se define como la distancia horizontal que la bola recorrería sin ningún impedimento, es decir si hubiese aterrizado en algún sitio a nivel del terreno en lugar de chocar con las gradas del estadio. La Figura 4.9.1 muestra la distancia horizontal recorrida (d) desde el plato hasta el sitio de impacto en las gradas, el tiempo de vuelo (t_v) desde el momento en que la bola es impactada por el bate hasta el sitio de impacto, la altura (h) del sitio de impacto medida con respecto al plato y la distancia horizontal total (D) medida desde el plato. Solo en casos excepcionales cuando el jonrón sale del estadio y cae en el suelo, pudiera medirse directamente la distancia horizontal total recorrida por la bola. En la gran mayoría de los casos, lo que se puede conocer es la distancia (d) desde el sitio donde es golpeada por el bate hasta el punto de impacto en la grada, a la cual habría que sumarle el resto de la distancia que hubiese recorrido la pelota hasta descender en el terreno.

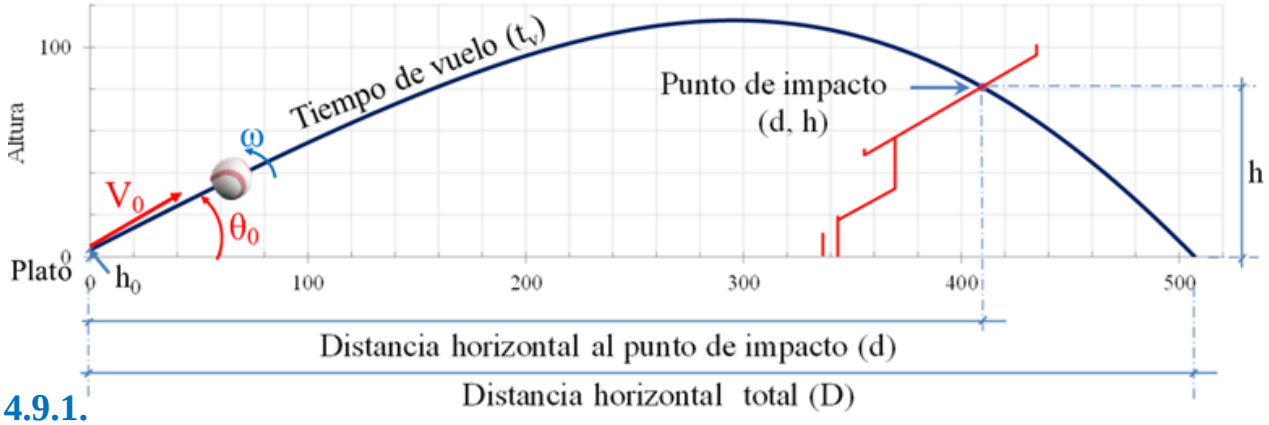


Figura 4.9.1. Definición de distancia horizontal total (D), tiempo de vuelo (tv) y coordenadas (d, h) del punto de impacto en las gradas.

La distancia de los cuadrangulares se ha estimado históricamente en la MLB mediante el uso de tablas producidas por la gerencia de cada estadio de las grandes ligas. En una tabla típica se ingresan los datos del sitio de ubicación donde llegó la pelota en el estadio, tales como el número de la sección, número de fila y número de asiento. Adicionalmente se debe especificar el tipo de jonrón conectado, ya sea un elevado promedio, un batazo de línea o un elevado extraordinario. Con estos datos, el usuario puede extraer de la tabla la distancia (D) proyectada del cuadrangular. Raue (2001) profesor de física en la Universidad Internacional de la Florida (FIU) en Estados Unidos, explica

esta metodología en su análisis de las distancias estimadas de los jonrones conectados en el Pro Player Stadium, antigua sede de los Marlins de Florida. Debe destacarse que esta metodología suministra solo una estimación cruda de la distancia recorrida; un cálculo más preciso requeriría de conocer las condiciones iniciales de la pelota al ser golpeada y el uso de un modelo matemático como el descrito en el Cap. 1.5.

A partir del año 2015 ese problema ha sido resuelto por la MLB al instalar en los 30 estadios de las grandes ligas el sistema Statcast, que usa un conjunto de cámaras de video, radares Doppler y modelos matemáticos de simulación para suministrar un cálculo inmediato y más preciso de la distancia proyectada del jonrón.

En este capítulo se propone una metodología para determinar la distancia total recorrida por jonrones del pasado, cuando no se disponía de información sobre las condiciones iniciales de la pelota, es decir antes de la entrada en funcionamiento de Statcast en la MLB. La metodología es también aplicable a jonrones del presente en estadios que no dispongan de la tecnología Statcast, como es el caso de los estadios en Venezuela y demás países de Latinoamérica y del mundo. La metodología se basa en el uso combinado de cinco disciplinas: la física, la geomática (tecnología LIDAR), las simulaciones en el computador con el modelo matemático, la geometría descriptiva y el análisis de videos.

La metodología implica un procedimiento de 6 pasos (Figura 4.9.2) en donde se supone que un video del jonrón está disponible. Los pasos 1, 2 y 3 recopilan los datos requeridos y en el paso 4 se calculan las posibles trayectorias del jonrón. Dadas las incertidumbres inherentes al problema, en el Paso 5 se efectúa un análisis geométrico-descriptivo para seleccionar las trayectorias más confiables a través de la comparación de las alturas máximas observadas en el video con las alturas máximas predichas por el modelo.

Los parámetros de entrada conocidos son la masa de la bola y su circunferencia. Los parámetros desconocidos pueden separarse en dos categorías. En la primera categoría se encuentran la altura inicial de la pelota (h_0), el tiempo de vuelo (t_v), la ubicación y coordenadas del punto de impacto en las gradas (d, h), la densidad del aire y la velocidad y dirección del viento. Estas son incógnitas que se pueden medir, de alguna forma, con el uso del video del juego en conjunto con mapas, fotografías aéreas, imágenes satelitales o nubes de puntos LIDAR[9], así como reportes de estaciones climatológicas. La segunda categoría de incógnitas se refiere a las condiciones iniciales en el momento en que el bate golpea a la pelota, que son la rapidez lineal o velocidad inicial (V_0), el ángulo de salida (θ) y la rapidez o velocidad rotacional (ω) (ver Figura 4.9.1). Las incógnitas en esta segunda categoría tienen un mayor nivel de incertidumbre que las de la primera categoría.

El procedimiento de seis pasos se describe a continuación (ver Figura 4.9.2):

Paso 1: Análisis del video

Tiempo de vuelo

Es el tiempo (t_v) medido desde el momento en que la bola sale despedida por el bate hasta que impacta en las gradas, o en otro sitio dentro del estadio. Debe determinarse del video grabado del juego usando los cronómetros del programa de edición y preferiblemente verificado mediante un cronómetro independiente insertado dentro del programa.

[9] LIDAR, por sus siglas en inglés *Laser Imaging Detection and Ranging*, es un sistema basado en tecnología Láser y sistemas GPS para determinar desde el espacio una nube de puntos de un objeto, produciendo valores muy precisos de sus coordenadas (x, y, z) que permiten construir mapas 3D de alta resolución de la superficie terrestre.

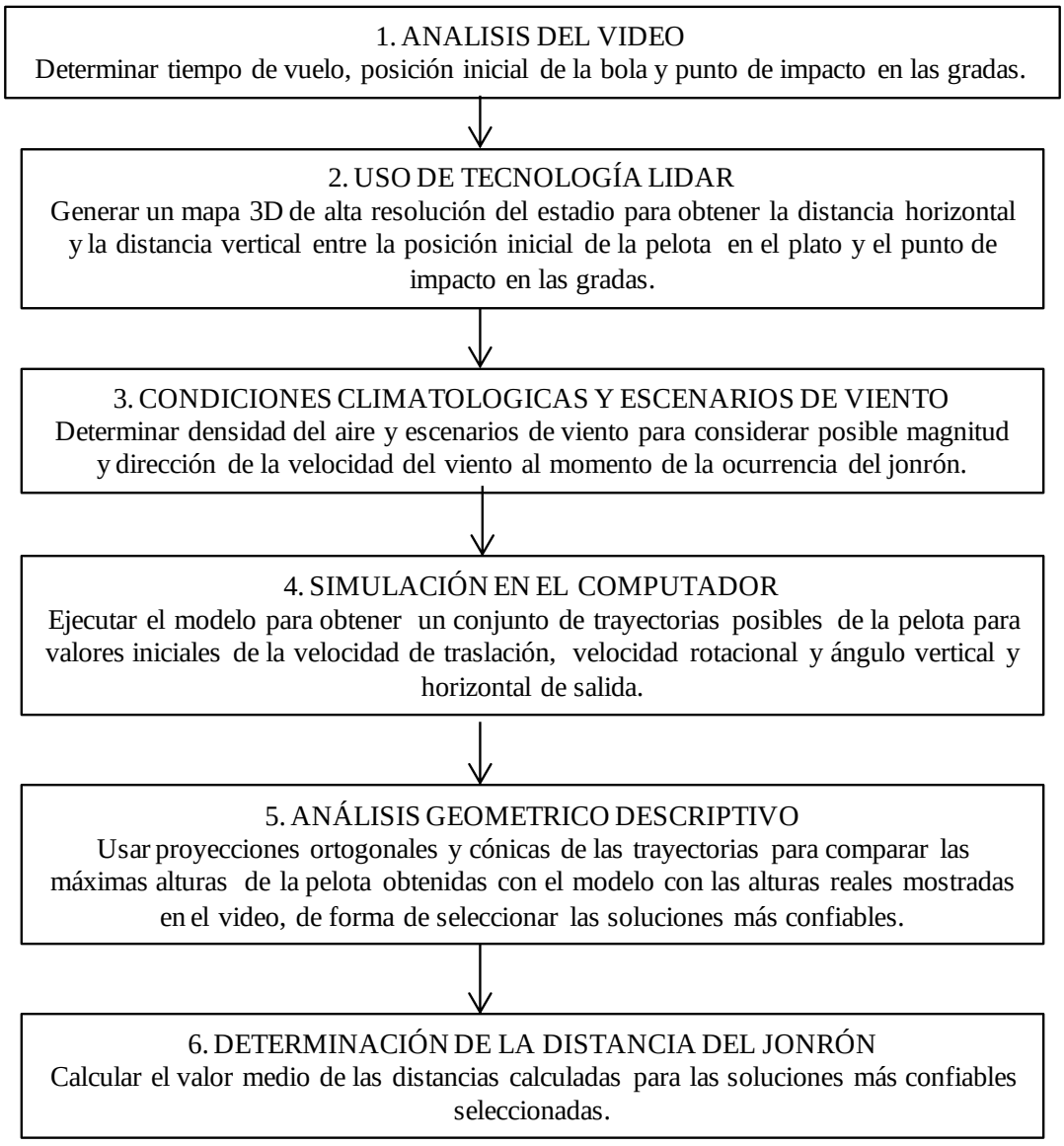


Figura 4.9.2.

Diagrama de flujo de la metodología propuesta mostrando el procedimiento de seis pasos para el cálculo de la distancia recorrida por un jonrón.

Posición inicial

La posición inicial de la pelota se localiza usualmente sobre la línea que une al plato con el montículo, a unos pocos pies arriba (h_0) y al frente del plato. Estas dos distancias pueden estimarse del video.

Punto de impacto

El análisis del video permite obtener la ubicación del punto donde la pelota impacta las gradas.

Paso 2: Uso de Tecnología LIDAR

La tecnología LIDAR suministra una nube de puntos que permite obtener un mapa tridimensional (3D) de alta resolución del estadio. Si los datos LIDAR no están disponibles, se recomienda

efectuar mediciones topográficas. Imágenes satelitales y fotografías aéreas pueden ser también utilizadas siempre y cuando hayan sido tomadas en posición vertical con respecto al centro del estadio. Planos de proyecto serían el último recurso a utilizar ya que no siempre representan con precisión la realidad del estadio construido.

Distancia al punto de impacto

La distancia horizontal y vertical entre el plato y el punto de impacto se calculan a partir de las coordenadas de estos dos puntos obtenidas con la tecnología LIDAR.

Paso 3: Condiciones climatológicas y escenarios de viento

Densidad del aire

El registro (*box score*) del juego indica la hora de comienzo, la duración, la temperatura y las condiciones del campo al inicio del partido. La temperatura y presión atmosférica del sitio pueden obtenerse de los registros horarios de la estación climatológica más cercana al estadio. Con esta información y el dato de la elevación (altitud) del sitio se puede calcular la densidad del aire[10].

Velocidad y dirección del viento

El registro del juego indica la velocidad del viento y su dirección al comienzo del partido. La hora de ocurrencia del jonrón se puede determinar aproximadamente con la descripción del juego *inning* por *inning*. Si el jonrón ocurre cuando el juego está avanzado, los datos del viento para ese momento pueden obtenerse de la estación climatológica más cercana. Sin embargo, si no se conoce con precisión el tiempo de ocurrencia y si hay cambios significativos en el viento durante el transcurso del juego, debe considerarse en el análisis más de un escenario de viento a fin de tomar en cuenta esta incertidumbre.

Paso 4: Simulación de las trayectorias en el computador

Condiciones iniciales

Las cinco condiciones iniciales requeridas para ejecutar el modelo matemático son:

La velocidad de translación (V_0), el ángulo vertical de salida (θ), el ángulo horizontal de salida (β), la componente rotacional de *back spin* (ω_b) y la componente rotacional de *sidespin* (ω_s). Estas condiciones iniciales son usadas para calcular una trayectoria tal que la bola alcance el punto de impacto en el tiempo de vuelo determinado previamente.

Como es de esperar, hay varias soluciones que satisfacen esta condición. Dado que en los últimos años Statcast ha medido V_0 y θ en los jonrones conectados en la MLB, esta información se usa para definir los posibles rangos de valores que pueden tomar estas variables. Un análisis de los datos de MLB indica que los 50 jonrones más largos en los años 2015 y 2016 tuvieron velocidades de salida entre 101 y 119 mph y ángulos verticales de salida entre 18º y 45º (Statcast, 2016), los cuales pueden adoptarse para iniciar los cálculos. El rango del ángulo horizontal β puede estimarse una vez se conozca el punto de impacto en las gradas.

Velocidades rotacionales, no reportadas por Statcast, han sido calculadas indirectamente por Nathan (2013), obteniéndose valores en un rango entre 1.000 y 3.500 rpm. El ángulo de inclinación del bate con respecto a la línea horizontal se usa para definir la cantidad de *sidespin* (ω_s) y *backspin* (ω_b).

[10] Varias herramientas numéricas están disponibles en internet (Shelquist, 2016, o Gribble, 2016), para calcular la densidad del aire dados los valores de altitud, temperatura, humedad y presión atmosférica.

Cálculos computacionales

El cálculo apunta a encontrar una trayectoria tal que en el tiempo especificado de vuelo la pelota aterrice en el punto de impacto. Una vez establecidas las condiciones iniciales, se usa el modelo matemático con intervalos de tiempo no mayores a 0,005 sg. La Figura 4.9.3 presenta un diagrama de flujo de los cálculos computacionales.

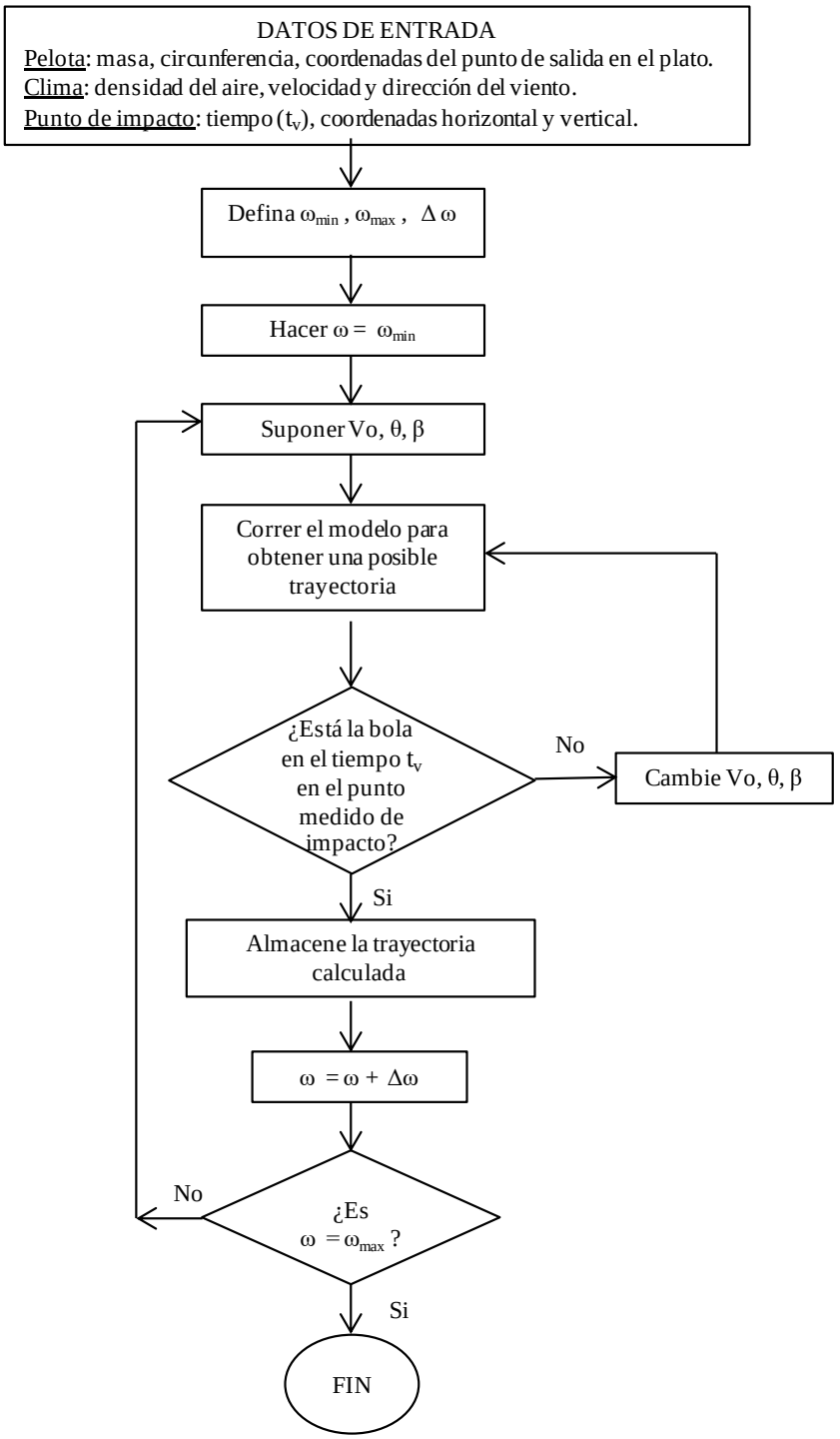


Figura 4.9.3.

Diagrama de flujo de los cálculos computacionales (Paso 4) usando el modelo matemático para la simulación de las trayectorias de la pelota.

La velocidad inicial rotacional (ω) se varía en incrementos de Δω=500 rpm en el rango seleccionado entre un mínimo de 1.000 y un máximo de 3.500 rpm, generando en consecuencia 6 casos de estudio. Para cada caso, las otras condiciones iniciales V_0, θ y β se varían dentro del rango elegido anteriormente por medio de un procedimiento de tanteo y error para encontrar una trayectoria tal que el punto calculado de impacto coincida con el punto observado en el tiempo especificado. Es claro que el problema no tiene una solución única por lo que se obtiene un conjunto de posibles soluciones.

Los cálculos deben repetirse en el caso de existir más de un escenario de velocidad y dirección de viento. En consecuencia, de estos resultados se obtiene un conjunto de trayectorias que representan soluciones posibles al problema planteado tomando en cuenta las incertidumbres respecto a las condiciones iniciales y características del viento.

Paso 5: Análisis geométrico descriptivo

Para determinar las soluciones más confiables, la altura máxima (H) que alcanza la bola en cada trayectoria calculada se compara con la altura máxima que muestra el video después de efectuar proyecciones horizontales, verticales y cónicas de dichas trayectorias (Figura 4.9.4). Esta metodología se ilustra en el análisis del extraordinario jonrón de Galarraga que se presenta en el capítulo siguiente (Cap. 4.10).

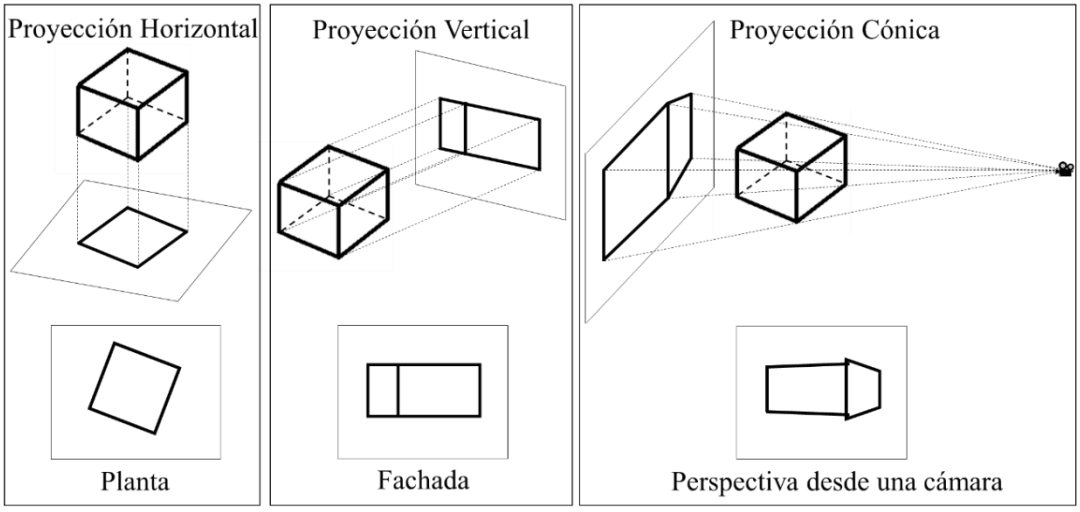


Figura 4.9.4.
Ejemplo de proyecciones horizontales, verticales y cónicas de un cubo que es usado para oobtener vistas desde arriba (planta), de lado (fachada) y desde la cámara.

Proyecciones ortogonales de las trayectorias calculadas

Usando la información del LIDAR se pueden construir una proyección horizontal y un corte vertical A-A del estadio. La línea de corte A-A se define por la línea que intercepta el punto de la cámara y el punto del sitio de impacto en las gradas. Las trayectorias calculadas y tres puntos se proyectan con precisión: el punto de inicio de la bola, su punto de impacto y el punto de ubicación de la cámara donde se grabó el video. Un ejemplo en 3D se muestra en la Figura 4.9.5. Dos puntos adicionales se ubican también en la trayectoria: el punto de máxima altura y el punto donde la línea que sale de la cámara intercepta y se hace tangente a la trayectoria. La altura de este punto de intercepción es la altura máxima aparente (H aparente) en el video, y no es la altura máxima real

(H real) debido a la ubicación de la cámara, la cual usualmente se encuentra en una baja elevación y cercana al plato, tal como se observa en muchos videos que describen jonrones del pasado.

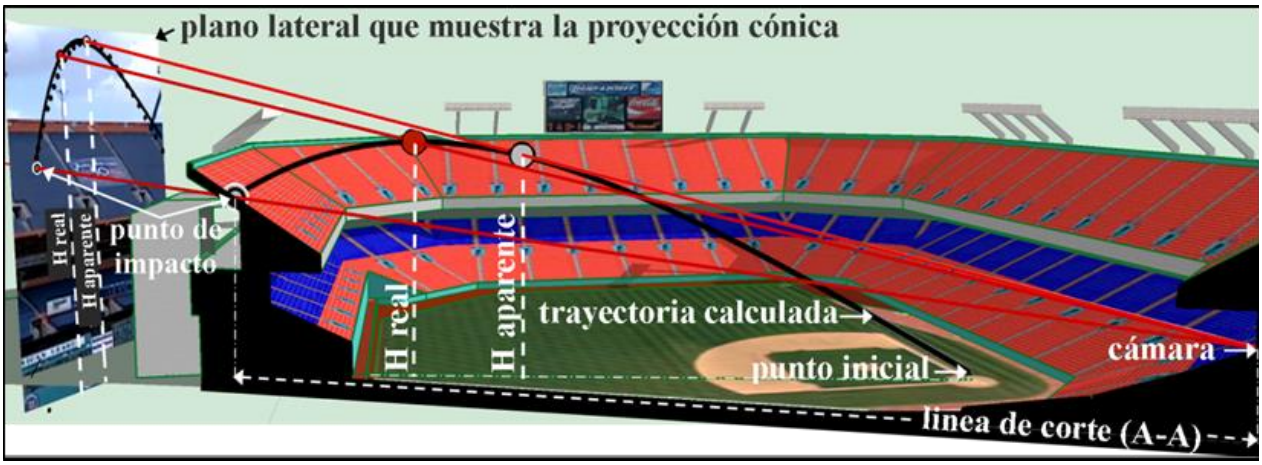


Figura 4.9.5.

Representación 3D del análisis de geometría descriptiva.

Altura máxima de la pelota en el video

El video grabado del jonrón se analiza cuidadosamente a fin de localizar el cuadro de video donde se produjo la altura máxima aparente de la pelota (H aparente) y su tiempo de ocurrencia. Algunas veces la bola puede salirse del video o puede ocultarse en el fondo de nubes o puede ser una grabación de mala calidad, por lo que este debe ser analizado en detalle cuadro por cuadro para encontrar tantos puntos como sea posible, a fin de reproducir la trayectoria real de la pelota e identificar la H aparente. Dado que el video es una sucesión de proyecciones cónicas (Figura 4.9.5), el cuadro del video conteniendo la H aparente es una proyección cónica y será utilizada posteriormente para comparar con la H aparente calculada con el modelo matemático.

Proyección cónica de la altura máxima de la trayectoria calculada

Una proyección cónica de la H real y de la H aparente de la trayectoria calculada se construye desde el punto donde se ubica la cámara hasta un plano lateral vertical (Figura 4.9.5), usando las proyecciones horizontales y verticales. El cuadro del video que contiene la altura aparente (H aparente) se coloca en este plano. Proyecciones cónicas del punto de impacto y de otros puntos característicos del estadio, tales como bordes de las barandas, se elaboran también a objeto de escalar apropiadamente las dimensiones contenidas en el cuadro del video (Figura 4.9.5).

Selección de las trayectorias más confiables

Para cada trayectoria calculada, se compara su altura máxima aparente con la altura máxima aparente obtenida en el video y se seleccionan los que tengan valores similares. Adicionalmente, se compara el tiempo de ocurrencia de la altura máxima aparente del video con los tiempos de ocurrencia de las trayectorias seleccionadas. Aquellas trayectorias que mejor reproducen la altura máxima aparente en el video y su tiempo de ocurrencia son las soluciones más confiables.

Paso 6: Determinación de la distancia del jonrón

El mejor estimado de la distancia recorrida por el jonrón viene dado por el valor medio de las distancias obtenidas para las trayectorias más confiables.

4.10 Reivindicando el gran jonrón de Galarraga de 1997

En este capítulo se analiza el extraordinario jonrón conectado por Andrés Galarraga en el estadio de los Marlins de Florida en 1997. Por distancia de un jonrón se entiende la distancia horizontal total que viajaría la pelota sin ningún impedimento, es decir si hubiese aterrizado en el terreno y no en las gradas del estadio.

El jonrón, al cual se le asignó inicialmente una distancia de 529 pies, fue considerado uno de los más largos en la historia del béisbol de las grandes ligas, pero luego fue reducido por ESPN a 468 pies. Los autores combinan las disciplinas de la física, la matemática, la geometría descriptiva, la edición de videos y los sensores remotos para examinar el jonrón de Galarraga. Los resultados muestran que el jonrón de Galarraga alcanzó una distancia de 524 pies y es uno de los pocos, previos a la aparición del sistema Statcast en el año 2015, que puede probarse haber excedido la barrera de los 500 pies en más de un siglo de historia de la MLB. Este capítulo presenta una síntesis de los trabajos publicado por los autores en el Baseball Research Journal de la SABR (López et al., 2017) y en la Revista de la Facultad de Ingeniería de la UCV (López et al., 2019). Coautores en ambos trabajos fueron la Arq. Elizabeth Raven y el estudiante Adrián López.

a. El Gran Gato hace historia

El 31 de mayo de 1997 Andrés Galarraga de los Rockies de Colorado se presentó al plato en el Pro-Player Stadium de Miami, Florida, para confrontar al pitcher Kevin Brown, de los Marlins de Florida. En el cuarto inning con las bases llenas y la cuenta en 2-2, Galarraga conectó a un lanzamiento en *slider* un batazo descomunal al left-center field que se chocó con la fila 20 del segundo piso del estadio[11]. La distancia fue estimada inicialmente por las autoridades del estadio en 579 ft y luego cambiada a 529 ft (Rocky Mountain News, 1997) (Figura 4.10.1). El jonrón fue considerado uno de los más largos en la historia del beisbol de las grandes ligas (MLB) y uno de los pocos en haber excedido la distancia de 500 ft (Birnie, 2015). Jenkinson (2010) historiador estudioso de los grandes jonrones, le asignó también una distancia excediendo los 500 ft, aun cuado algo menor a la anterior (509 ft). Sin embargo, Greg Rybarczyk, profesor de física, analista de beisbol del portal ESPN y fundador de la página Home Run Tracker (ESPN, 2016), estudió los grandes jonrones en la MLB y encontró que muchos de ellos habían sido sobreestimados. En particular rebaja a 468 pies el batazo de Galarraga excluyéndolo del selecto grupo de 500 ft. En vista de que existen versiones contradictorias sobre la distancia recorrida por el jonrón de Galarraga, los autores se propusieron dilucidar esta controversia siguiendo un enfoque multidisciplinario que involucra la física, los sensores remotos y la geometría descriptiva.

b. Incógnitas a determinar

Hay dos categorías de incógnitas que deben ser determinadas para poder calcular la distancia total recorrida por el jonrón. La primera categoría se refiere al tiempo de vuelo (t_v), las coordenadas (d, h) del punto donde la bola impactó el estadio y las condiciones climáticas (densidad del aire y velocidad y dirección del viento). La segunda categoría de incógnitas se refiere a las condiciones iniciales en el momento en que el bate golpea la pelota. Estas son la rapidez traslacional inicial (V_0), el ángulo vertical de salida (θ), el ángulo horizontal de salida (β) y las componentes de rapidez rotacional (rotación hacia atrás ω_b y rotación lateral ω_s), suponiendo nula la rapidez rotacional en la dirección del vector velocidad ω_g (tirabuzón). Estas últimas incógnitas se miden actualmente en la MLB pero no se medían en 1997 por lo que deben ser estimadas de alguna manera a fin de

[11] Ver video del gran jonrón en https://www.youtube.com/watch?v=ZTtewt-Ja08

resolver el problema. Las incógnitas en esta segunda categoría tienen un mayor nivel de incertidumbre que las de la primera categoría.

a) Galarraga observa el recorrido de la pelota justo después del batazo (Imagen tomada del video de Fox).

b) El titular de prensa indica los 529 ft asignados al batazo.

Figura 4.10.1.

Momento del gran jonrón de Galarraga y foto del diario Rocky Mountain News de Denver al día siguiente reportando la distancia recorrida de 529 ft.

c. Tiempo de vuelo y punto de impacto

Se realizó un análisis cuadro a cuadro del video de la cadena FOX (MLB, 2016) mediante un programa profesional de edición de videos (Adobe Premier). El tiempo de vuelo es el tiempo desde el momento en que la bola es golpeada por el bate hasta que golpea el estadio. El cronómetro interno del programa de edición indica un tiempo de 4,67 segundos el cual difiere de los 4,97 segundos reportados por ESPN (2016). Dada esta diferencia, se insertaron dos cronómetros independientes dentro del programa y ambos suministraron el mismo valor de 4,67 segundos; por tanto, éste fue el tiempo adoptado como tiempo de vuelo. El punto de impacto de la pelota ocurrió en la mitad de la fila 20 en el tercer sector del último piso (contado desde la línea de *foul* del jardín izquierdo) que tiene 30 filas (Figura 4.10.2.a).

Las coordenadas del punto de impacto y del plato fueron determinadas mediante la tecnología LIDAR (Detección de Imágenes Laser) la cual suministra mapas 3D de alta resolución del Estadio Pro Player. Con esta finalidad, se descargó la imagen de nube de puntos del estadio (USGS, 2016) y se procesó con el programa Global Mapper; el punto de impacto fue colocado de acuerdo a la ubicación indicada en el video (Figura 4.10.2.a); el plato fue colocado usando las distancias medidas por Raue (2001) desde el plato hasta las cercas de los jardines izquierdo y derecho, que son 327,5 pies and 347,25 pies, respectivamente, como se indica en la Figura 4.10.2.b. Se determinó que el punto de impacto estaba a una distancia horizontal (d) de 413,1 pies medida desde el punto de la esquina trasera del plato y a una altura (h) de 97,5 pies sobre el nivel del terreno (Figure

4.10.2.b). La línea que conecta el plato con el punto de impacto forma un ángulo de 14,4° con la línea de *foul* del jardín izquierdo.

a) Punto de impacto sobre la fila 20 a los 4,67 sg. El cuadro ha sido modificado para resaltar las filas que estaban cubiertas por una manta.

b) Planta de LIDAR indicando distancias entre el plato y el sitio de impacto y ángulo horizontal.

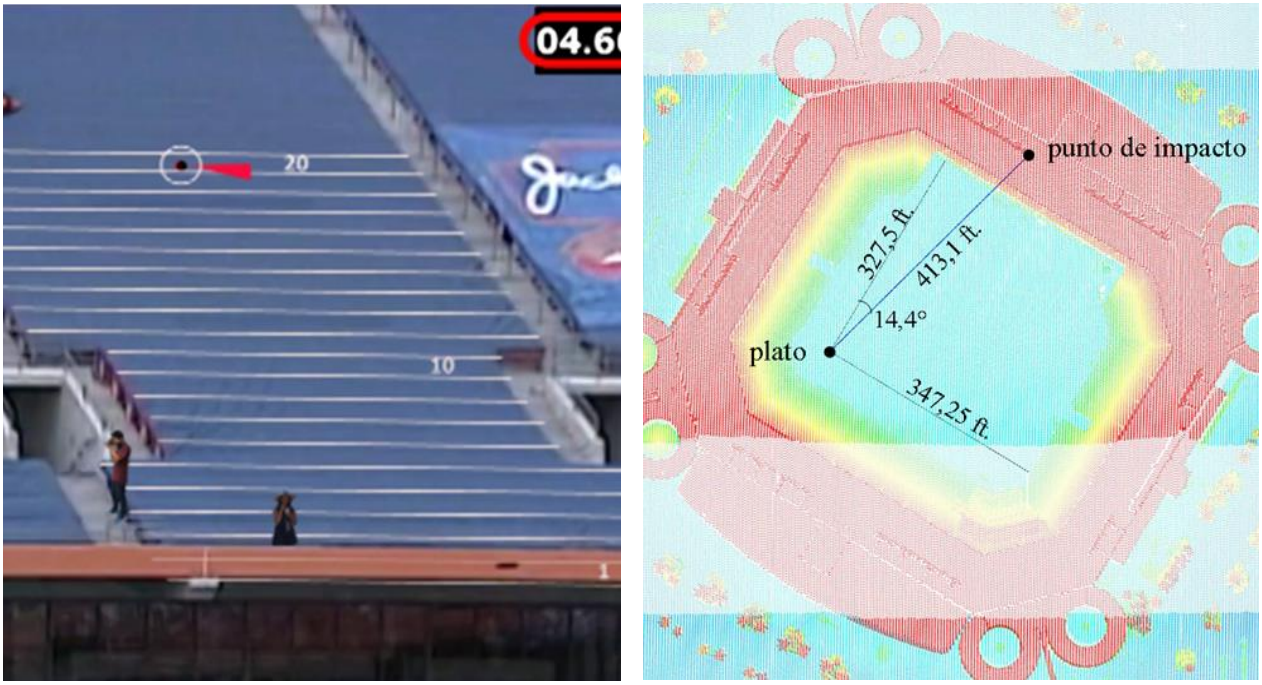


Figura 4.10.2.

Sitio de impacto y distancias al plato, indicadas sobre un cuadro del video y sobre la imagen LIDAR.

d. Condiciones climáticas

El *box score* del juego del 31/05/1997 indicó una temperatura de 87° F, un cielo nublado sin precipitaciones y un comienzo del juego a la 1:17 pm con una duración de 3 h y 32' (Sports Reference, 2016). Las condiciones climáticas fueron: humedad relativa promedio de 72% con un máximo de 97% y una presión a nivel del mar de 1013 hPa (The Weather Company, 2016). La altitud sobre el nivel del mar es de 1 m. Con estos datos se calculó una densidad del aire de 1,148 kg/m^3. El *box score* indicó vientos de 6 millas por hora hacia el jardín central al comienzo del juego (1:17 pm). Sin embargo, un análisis del *box score* sugiere que el jonrón pudo haber ocurrido en algún momento entre las 2:40 pm y las 3:00 pm. A las 2:40 pm la estación meteorológica más cercana (KOPF, aproximadamente a 4 millas del Estadio) indicó vientos de 11 millas por hora con una inclinación de unos 11° hacia la izquierda de la línea del jardín izquierdo (The Weather Company, 2016) y a aproximadamente las 3:00 pm se registraron vientos de 13 mph de derecha a izquierda lo cual coincide con los valores usados por ESPN (2016). Dadas las incertidumbres asociadas a la velocidad y dirección del viento en el momento del batazo, se consideraron tres hipótesis las cuales se ilustran en la primera columna de la Tabla 4.10.1:

- Viento de 6 mph hacia el centro del campo (datos del *box score*, 1:17 pm).
- Viento de 11 mph formando un ángulo de 11 ° con la línea de *foul* del jardín izquierdo, en

sentido contrario de las agujas del reloj (KOPF, 2:40 pm).

- Viento de 13 mph soplando de derecha (primera base) a izquierda (tercera base) (KOPF, 3:00 pm). Este es el modelo usado por ESPN (2016).

e. Condiciones iniciales

Se puede ver en el video que el bate hace contacto con la pelota a aproximadamente 3 pies (distancia vertical) sobre el nivel del terreno. Suponemos que la pelota fue golpeada a 2 pies (distancia horizontal) desde el punto más atrás del plato, lo cual define la posición inicial de la pelota bateada. Dado que las otras condiciones iniciales de la pelota (V_0, θ_0, β_0, ω_b and ω_s) son desconocidas, ellas tienen que ser estimadas de alguna manera. Sin embargo, no es necesario suponer valores totalmente arbitrarios de las condiciones iniciales puesto que en los últimos años Statcast ha medido la rapidez inicial (V_0) y el ángulo vertical de salida (θ_0) de los jonrones conectados en las Grandes Ligas (MLB). Esta información se usa en este trabajo para definir rangos de valores posibles para estas variables. Un análisis de los datos de la MLB (Statcast, 2016) indica que los 50 jonrones más largos conectados en 2015 y 2016 tuvieron una rapidez inicial entre 101 y 119 mph y un ángulo vertical de salida entre 18° and 45°. Por tanto, estos rangos de valores posibles de V_0 and θ_0 se adoptan para los cálculos. El rango adoptado para el ángulo horizontal de salida (β_0) es entre 5º y 20º medido desde la línea de *foul* del jardín izquierdo (Figure 4.10.2b); el valor final dependerá de la dirección del viento y de la magnitud de la rapidez rotacional lateral (*sidespin*).

Las velocidades de rotación (ω) han sido obtenidas indirectamente por Nathan (2013). Para un conjunto de 281 jonrones los valores encontrados estaban entre 650 rpm y 3500 rpm. Los jonrones que alcanzaron mayores distancias (D> 450 pies) tenían valores por encima de 1100 rpm. Por lo tanto, la gama de valores de ω considerados en el cálculo fue de 1000 rpm a 3500 rpm. Puesto que la pelota fue bateada hacia el jardín izquierdo, se supone que hay una componente de rotación lateral que hace que la pelota curvee hacia la línea de *foul* del jardín izquierdo basado en datos de Statcast (Nathan, 2017). Se supone que las componentes de rapidez rotacional, rotación hacia atrás, lateral y de tirabuzón, valen 0,94 ω, 0,34 ω y 0,00 ω, respectivamente, siendo ω la rapidez de rotación de salida, teniendo en cuenta que en el momento del impacto el bate fue inclinado hacia abajo en un ángulo de aproximadamente 20º con respecto al plano horizontal. La influencia de otros valores posibles para las componentes rotacionales se discutirá más adelante. Se supuso un pequeño valor de decaimiento de la rapidez rotacional ($\kappa = 0.02$), lo que significa que disminuye un 2% cada segundo.

f. Soluciones posibles

El problema a resolver es encontrar una trayectoria tal que a los 4,67 segundos la pelota esté en el punto de impacto observado en el estadio. Este punto se define por la altura h = 97,5 pies por encima del nivel del campo y la distancia horizontal d = 413,1 pies desde el punto trasero del plato (Figura 4.10.2.b). Para cada conjunto de condiciones iniciales, la trayectoria de la bola se obtiene resolviendo el conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales (Cap. 1.5) por diferencias finitas usando un incremento de tiempo Δt = 0,005 s. Obviamente, el problema no tiene una solución única.

Para cada uno de las tres hipótesis de viento se varió la velocidad de rotación (ω) en incrementos de 500 rpm entre 1000 y 3500 rpm generando así un total de 18 casos (Tabla 4.10.1). Las otras condiciones iniciales fueron variadas dentro de los rangos seleccionados hasta encontrar las trayectorias para las cuales, a los 4,67 segundos, el punto calculado de impacto de la pelota en el

estadio coincidiese con el punto observado de impacto (d=413,1 ft; h=97,5 ft) con un error relativo menor a 0,25 por mil.

La Tabla 4.10.1 muestra los resultados de los 18 casos analizados; hay 6 casos por cada hipótesis del viento. Las condiciones iniciales (ω, V_0, θ_0, β_0), la altura máxima (H) alcanzada por la pelota y su tiempo de ocurrencia (t_{max}) y la distancia total (D) medida desde el punto donde golpea la pelota son mostrados. Las filas sombreadas en la tabla indican las siete soluciones más confiables que se identifican en la siguiente sección. Debe señalarse que la distancia total recorrida (D) resultó ser superior a 500 pies para todos los casos.

Tabla 4.10.1. Soluciones para cada caso. Las filas sombreadas indican las soluciones más confiables.

Modelo de Viento	**Solución #**	**Rapidez Rotacional Inicial**	**Rapidez Inicial**	**Ángulo Vertical Inicial**	**Ángulo Horizontal Inicial**	**Altura Máxima**	**Tiempo de Altura Máxima**	**Distancia Total**
		ω (rpm)	**V_0** (mph)	**θ_o** (grados)	**β_0** (grados)	**H** (ft)	**t_{max}** (seg)	**D** (ft)
1 6 mph	1	1000	118,8	35,6	16,4	138,7	2,9	502,3
	2	1500	118,0	33,8	17,3	135,9	2,9	506,2
	3	2000	117,3	32,3	17,8	133,0	3,0	510,2
	4	2500	116,7	30,8	18,8	130,4	3,0	513,5
	5	3000	116,1	29,3	19,5	127,8	3,1	517,5
	6	3500	115,5	27,9	20,3	125,3	3,1	521,0
2 11 mph	7	1000	116,0	37,0	18,9	139,6	2,9	508,7
	8	1500	115,2	35,4	19,7	136,9	2,9	512,5
	9	2000	114,4	34,0	20,4	134,3	3,0	516,6
	10	2500	113,7	32,6	21,2	131,7	3,0	521,0
	11	3000	113,1	31,2	21,9	129,2	3,0	525,0
	12	3500	112,4	29,8	22,6	126,8	3,1	529,4
3 13 mph	13	1000	117,4	35,8	21,3	138,4	2,9	505,9
	14	1500	116,4	34,0	22,2	135,4	2,9	510,3
	15	2000	115,4	32,6	23,0	132,5	3,0	516,4
	16	2500	114,6	31,1	23,7	129,6	3,0	519,3
	17	3000	113,7	29,6	24,4	126,9	3,1	524,8
	18	3500	112,9	28,1	25,2	124,3	3,1	528,5

Debe tenerse en cuenta que la solución depende de la magnitud y el signo de la rapidez rotacional lateral adoptada. Otro conjunto de 18 casos también se generó cambiando el signo de la rotación lateral, manteniendo su magnitud, de modo que la pelota se curvea de izquierda a derecha, aunque esta hipótesis tiene una probabilidad muy pequeña de ocurrencia según los datos medidos por Statcast (Figura 4 en Nathan, 2017). Para esta suposición los resultados indican una pequeña variación en la distancia total (D) en comparación con los resultados mostrados en la Tabla 4.10.1, menos del 2%, y de nuevo todos los casos superan los 500 pies.

Las soluciones mostradas en la Tabla 4.10.1 se generaron suponiendo componentes de rapidez rotacional hacia atrás (ω_b) y de lado (ω_s) de 0,94 ω y 0,34 ω, respectivamente. Otros conjuntos de soluciones fueron adicionalmente generados adoptando $\omega_b = 0{,}80\ \omega$ y $\omega_s = 0{,}60\ \omega$; los resultados indican una pequeña reducción de menos del 0,5% en la distancia total (D) para las 18 soluciones mostradas en la Tabla 4.10.1.

Cuando el análisis se lleva a cabo en ausencia de viento, los resultados indican una reducción de menos del 3% en la distancia total (D) para todos los casos mostrados en la Tabla 4.10.1; además, todas las siete soluciones más confiables superan los 500 pies.

Los 18 casos mostrados en la Tabla 4.10.1 representan posibles soluciones teniendo en cuenta las incertidumbres respecto a las condiciones iniciales y la velocidad y dirección del viento. Sin embargo, algunas soluciones son más confiables que otras, como se describe a continuación, donde la geometría descriptiva y el análisis de vídeo se introducen en la discusión.

Para seleccionar las soluciones más confiables, la altura máxima (H) alcanzada por la pelota en cada una de las 18 trayectorias obtenidas (Tabla 4.10.1) es comparada con la altura real mostrada en el video y determinada a partir de un análisis geométrico descriptivo del mismo mediante el uso de proyecciones ortogonales y cónicas, así como de un programa profesional de edición de video. Una explicación detallada de este análisis es presentada en el Anexo H. Los resultados indican que 11 de las 18 trayectorias calculadas tienen alturas máximas que se saldrían del video, por lo cual fueron descartadas, esto debido a que en el análisis del video se pudo detectar que la pelota, aún en su punto más alto, se mantiene dentro del cuadro de filmación, porque el camarógrafo no la perdió de vista hasta el momento en que ésta impactó las gradas.

Las soluciones más confiables, cuyas máximas alturas se mantienen dentro del cuadro del video son las siguientes: Soluciones #5 y #6 para la hipótesis de viento 1, soluciones #11 y #12 para la hipótesis de viento 2 y soluciones #16, #17 y #18 para la hipótesis de viento 3. Las siete soluciones se muestran resaltadas en gris en la Tabla 4.10.1. La altura máxima de la trayectoria calculada por ESPN también se sale del cuadro de video como se muestra en el Apéndice y por lo tanto no es una solución confiable.

En esencia, de las 18 soluciones calculadas en base a diferentes hipótesis de rapidez rotacional y viento, solo 7 alcanzaron alturas máximas que se hubiesen mantenido en cuadro desde el punto de vista de la cámara que filmó el suceso.

g. Análisis geométrico descriptivo para encontrar las soluciones más confiables

La Figura 4.10.3 muestra la trayectoria (vista lateral y en planta) de la bola para cada una de las siete soluciones más confiables indicadas en la Tabla 4.10.1. La zona resaltada en gris muestra las once soluciones restantes. La curvatura de la bola que se muestra en la vista en planta es el resultado de la acción combinada del viento y la rapidez rotacional lateral (*sidespin*). Teniendo en cuenta sólo las siete soluciones más confiables, la distancia total (D) del jonrón de Galarraga se encuentra

entre 517,5 y 529,4 pies (Tabla 4.10.1), todas ellas superan los 500 pies. El valor medio de la distancia total de las siete soluciones es 523,6 pies.

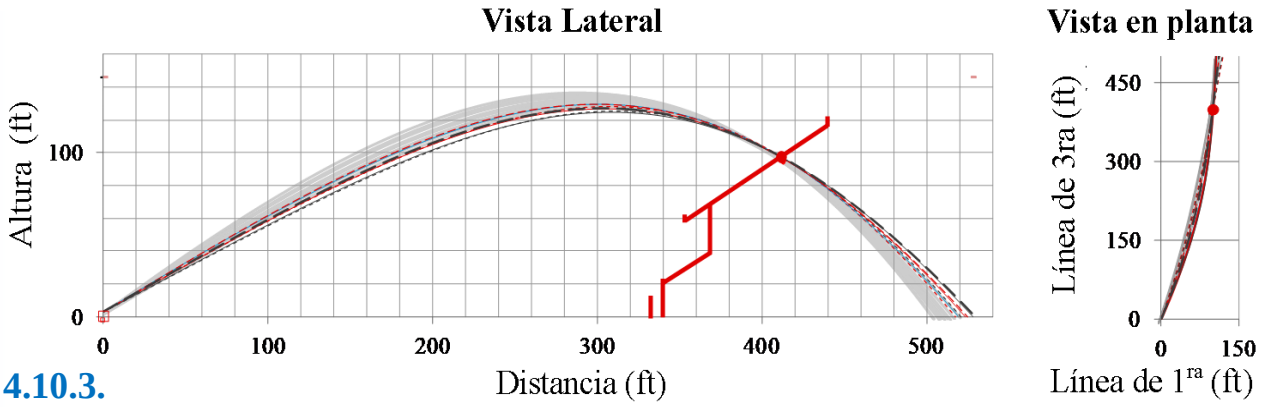


Figura 4.10.3. Vista lateral y vista en planta de las trayectorias calculadas para las siete soluciones más confiables (Tabla 4.10.1) las cuales se indican con las líneas oscuras. Las restantes once soluciones se encuentran dentro del área gris.

La distancia total de 468 pies encontrada por ESPN (2016) es menor que la encontrada en este estudio, principalmente porque utilizaron un punto de impacto en la fila 20 que es 15 pies más bajo y 9 pies más cerca del plato que las distancias obtenidas con la tecnología LIDAR que se considera más confiable porque corresponde al estadio construido y no a un plano. Además, ESPN utilizó un tiempo de vuelo más largo de 4,97 segundos en comparación con el valor encontrado en este estudio de 4,67 segundos que se verificó utilizando tres cronómetros independientes.

h. Síntesis y Conclusiones

Se realizó un análisis detallado del jonrón de Galarraga del 31 de mayo de 1997. Tres informaciones distintas fueron reportadas previamente sobre la distancia recorrida por el cuadrangular de Galarraga: la estimación inicial de 529 pies por el personal de los Marlins de Florida, los 509 pies asignados por Jenkinson (2010) y la más reciente afirmación de 468 pies por Rybarczyk en ESPN Home Run Tracker (ESPN, 2016). En este estudio, el uso combinado de cuatro disciplinas, la física, la geomática (tecnología LIDAR), la geometría descriptiva y el análisis de vídeo, se usan para encontrar resultados más confiables y resolver la controversia sobre la distancia real alcanzada por el jonrón.

En los cálculos se utilizó el modelo matemático 3D presentado en el Cap. 1.5 y que fue verificado con datos reales medidos en un juego por Statcast (Cap. 1.6). Se analizaron 18 casos para tener en cuenta las incertidumbres respecto a las condiciones iniciales (rapidez inicial, rapidez rotacional lateral y hacia atrás, ángulos de salida) y la velocidad y dirección del viento. Las siete soluciones más confiables se seleccionaron comparando la altura máxima de la bola en cada caso analizado con la altura real mostrada en el cuadro de video después de aplicar técnicas de geometría descriptiva. La exactitud de las soluciones fue validada comparando las trayectorias predichas por el modelo con la trayectoria mostrada por el video.

Como resultado, la distancia total del jonrón de Galarraga se estima entre 517 y 529 pies, con un valor más probable de 524 pies. Este rango de distancia es mayor que el valor de 468 pies dado por ESPN Home Run Tracker y más cerca al valor de 529 pies dado originalmente por el personal del estadio. La distancia encontrada por ESPN es más corta que la encontrada en este estudio debido principalmente a que sus coordenadas del punto de impacto están 9 pies más cerca

(horizontalmente) del plato y 15 pies más abajo (verticalmente) que las coordenadas obtenidas en este estudio, aunque en ambos casos el punto de impacto de la pelota estaba en la fila 20 del estadio. Las coordenadas en este estudio se obtuvieron con la tecnología LIDAR que se considera más confiable porque corresponde al estadio construido y no a al plano de proyecto utilizado por ESPN. Además, ESPN no consideró las incertidumbres con respecto a las condiciones iniciales y al viento. Se concluye que el gran home run del Gran Gato Galarraga es uno de los pocos bateados antes del inicio de Statcast que se ha comprobado que superó la barrera de 500 pies en la historia de las Grandes Ligas (MLB).

¿Cómo pudo Galarraga enviar la pelota tan lejos? Es indudable que hubo una combinación de factores que lo hicieron posible. La pelota salió despedida por el bate a una alta velocidad de traslación cercana a 114 mph logrando imprimirle una rotación hacia atrás cercana a 3.100 rpm. Este valor rotacional tan alto se explica debido a que conectó un lanzamiento en *slider*, cuya probable rotación inicial hacia adelante (*topspin*) fue incrementada para que la pelota pudiera salir con rotación hacia atrás (*backspin*) en la dirección contraria. Adicionalmente, Galarraga logró que la bola saliera despedida con un ángulo vertical próximo a 29º el cual está muy cerca del valor óptimo que se requiere para alcanzar la máxima distancia (ver Cap.2.9).

La validez de esta investigación y por tanto la reivindicación del gran jonrón de Galarraga, se ponen de manifiesto cuando estos resultados fueron revisados y publicados por la revista Baseball Research Journal en su edición de otoño de 2017 (López et al., 2017) que es el órgano de divulgación de la Society for American Baseball Research (SABR). Un año más tarde (2018), el equipo de los Rockies de Colorado en el cual jugaba el Gran Gato cuando conectó el jonrón, publica un libro sobre los logros más importantes en la historia del equipo al cumplirse 25 años de su creación. En dicho libro se expresa textualmente que la controversia sobre el gran jonrón de Galarraga fue resuelta de una vez por todas en nuestro trabajo de investigación, citando y reconociendo la distancia de 524 ft del gran jonrón de Galarraga (Nowlin y Parker, 2018).

4.11 Los más largos jonrones en la historia de las grandes ligas

Desde que el jonrón se convirtió en la gran atracción del juego de beisbol, a partir del comienzo de la era de la bola viva (año 1920), la distancia que recorren los jonrones ha fascinado a los fanáticos de este deporte. Esta distancia es conocida como la distancia horizontal que la bola hubiera viajado si hubiese aterrizado al mismo nivel del terreno de juego, si no estuviese la estructura del estadio que impide la continuación del movimiento. La bibliografía sobre el tema abunda en información sobre jonrones monstruosos. Babe Ruth es acreditado por algunos de haber conseguido el jonrón más largo en la historia del baseball, en un juego de exhibición en Pennsylvania el 12/10/26. El *Philadelphia Inquirer* y la *Associated Press* reportaron 650 ft y el Scranton *Republic* estimó 700 ft (Jekinson, 2010). La estrella de las ligas negras Josh Gibson supuestamente conectó un jonrón de 580 ft en el Yankee Stadium el 3/06/37, de acuerdo al *Sporting News* de esa fecha. Uno de los jonrones más conocidos es el de Mickey Mantle el 17/04/53 en el Griffith Stadium de Washington, tradicionalmente estimado en 565 ft (Adair, 2002; Jenkinson, 2010). La pregunta que nos hacemos, es la siguiente: ¿Han sido estas distancias comprobadas mediante mediciones con rigor científico?

Para establecer un marco de referencia adecuado podemos decir que un jonrón que alcance los 400 ft es algo que ocurre con cierta frecuencia y puede ser conectado por una buena parte de los peloteros de las grandes ligas. Un jonrón que exceda los 450 ft es algo especial y difícil de conseguir, vedado para la mayoría de los bateadores. En el rango de los 500 ft, los jonrones son sumamente raros, solo muy pocos peloteros han llevado la bola a esta distancia. En exceso de 600 ft, las leyes de la física demuestran que es muy poco probable que se hayan bateado esos jonrones,

tal como ha sido discutido en el Cap. 4.8. Un jonrón de esa extensión solamente sería posible, aun cuando muy poco probable, en la ciudad de Denver debido a su gran altitud y bajo condiciones de ocurrencia **simultánea** de eventos extremos favorables (velocidad de salida, velocidad rotacional, humedad y temperatura y especialmente un viento máximo en la misma dirección y sentido del batazo) tal como se discutió en dicho capítulo. Sin embargo, debe tenerse presente que los juegos de la MLB en Denver comenzaron a partir del año 1993, por lo que los reportes de jonrones excediendo los 600 ft en los otros estadios de la MLB son debido posiblemente a información equivocada o en algunos casos a exageraciones deliberadas.

La distancia de los jonrones solamente se ha medido con rigor científico en todos los estadios de la MLB desde el año 2015. El sistema Statcast que permite medir esta distancia indica que de los 28.985 jonrones conectados en ese período de 5 años de registros (2015-2019), solamente 2 jonrones han alcanzado distancias mayores de 500 ft, uno de 504 ft y otro de 505 ft, uno de ellos conectado en la ciudad de Denver. Esto representa apenas un 0,007% del total de jonrones conectados, lo que destaca la muy baja probabilidad de alcanzar la distancia de los 500 ft.

A continuación, se revisan los jonrones más largos que se reportan en la historia de la MLB. No se presentan aquí las listas de grandes jonrones que ocasionalmente publican algunos periodistas o aparecen en videos en internet, por no contener las referencias que sustenten el origen de la información. Solo se presenta a continuación aquella información que posee respaldo documental y pueda ser comprobada por otros. En primer lugar, se presenta la información proveniente de lo que llamamos el enfoque tradicional, basado en observaciones de campo, entrevistas e información periodística, en algunos casos respaldados con datos o mediciones de campo que pueden ser verificados, pero que en otros casos pueden ser difíciles de verificar. En segundo lugar, se describen los que se basan en un análisis científico, usando mediciones precisas, que pueden ser verificadas por otros, y simulaciones con modelos matemáticos basados en las leyes de la física.

a. Distancias de jonrones de acuerdo al enfoque tradicional

El bien conocido libro de Jenkinson (2010), historiador de la MLB, presenta una lista de los 100 jonrones más largos conectados en las grandes ligas. En el tope de la lista aparece el laberíntico jonrón de Babe Ruth conectado en el antiguo campo Navin Field de los Tigres de Detroit el 18/07/21. La pelota salió del parque por el jardín central y aterrizó cerca de la intersección de la Calle Cherry con la Avenida Trumbull en la ciudad de Detroit. Diferentes versiones existen sobre la distancia recorrida por la bola. Algunos diarios de la época estimaron la distancia en el rango de 600 ft. The *Cleveland Plain Dealer* reportó 610 ft y el *Philadelphia Inquirir* 601 ft. *The Sporting News* registró 585 ft. Los planos del estadio indican una distancia de 560 ft hasta la esquina más profunda de las gradas en el jardín central donde hay una pared de concreto de 15 ft de altura, la cual fue sobrepasada por la bola en una altura estimada entre 10 y 15 ft sobre el tope de la pared. Jenkinson, basándose en observaciones de fotografías aéreas y datos de campo estimó la distancia en 575 ft.

La Tabla 4.11.1 presenta la lista de los 10 jonrones más largos en las grandes ligas, de acuerdo a las investigaciones de Jenkinson. Los cinco primeros puestos en la lista corresponden a jonrones de Babe Ruth, con distancias estimadas entre 575 y 540 ft.

La metodología empleada por Jenkinson para calcular las distancias en el caso de las pelotas que se salen fuera del estadio, implica el uso de fotografías aéreas del estadio y de las zonas adyacentes, para medir directamente esta distancia. Su debilidad radica en la dificultad de identificar el punto preciso donde aterrizó la pelota. Usualmente la información dada por los testigos del caso se refiere al punto donde la bola fue encontrada, y no al punto de impacto.

En el caso en que la pelota permanezca en los confines del estadio y caiga en las gradas, Jenkinson usa planos del estadio y fotos aéreas para determinar dos dimensiones: la distancia horizontal hasta el sitio de impacto (d) y su altura sobre el nivel del terreno (h). El sitio de impacto es identificado por medio de testigos o de videos. Luego, dependiendo de las características de la trayectoria, Jenkinson calcula la distancia (D) del jonrón con la siguiente fórmula:

$$D = d + C \cdot h \qquad (4.10.1)$$

Tabla 4.11.1. Los 10 jonrones más largos en la MLB de acuerdo al historiador Jenkinson

Posición	Jugador	Ciudad	Fecha	Distancia (ft)
1	Babe Ruth	Detroit	18/07/1921	575
2	Babe Ruth	Philadelphia	22/05/1930	550
3	Babe Ruth	Chicago	17/08/1921	545
4	Babe Ruth	Boston	25/05/1926	540
5	Babe Ruth	Pittsburg	25/05/1935	540
6	Mickey Mantle	New York	22/05/1963	540
7	Dick Allen	Philadelphia	06/06/1967	540
8	Reggie Jackson	Detroit	13/07/1971	540
9	Dave Kingman	Chicago	14/04/1976	540
10	Babe Ruth	Saint Louis	25/05/1921	535

En donde C es un coeficiente igual a 0,5 para un elevado alto, 0,7 para un elevado promedio y 1,1 para un batazo en línea.

No cabe duda que este procedimiento es subjetivo, pues depende de la percepción del observador al asignar un valor de C. Más importante aún, la relación lineal dada por la ecuación (4.11.1) es una aproximación extremadamente simplificada a un fenómeno que es no lineal en naturaleza y depende de muchas otras variables como se discutió en el desarrollo del modelo matemático en el Cap. 1, tales como la densidad del aire, la velocidad y el ángulo de salida, la velocidad de rotación y la velocidad y dirección del viento.

Se concluye entonces que las distancias dadas en la Tabla 4.11.1 obtenidas desde el enfoque tradicional, deben ser interpretadas con cautela, como aproximaciones que no tienen el respaldo científico que sí tienen los casos que se muestran a continuación.

b. Distancias de jonrones de acuerdo al enfoque moderno

El año 2006 entró en operación el sistema *Hit Tracker*, diseñado por Greg Rybarczyk (Rybarczyk, 2013) para medir las distancias recorridas por los jonrones de la MLB, utilizando principios de la física y un modelo matemático para reproducir la trayectoria de la pelota. El modelo usa datos de entrada suministrados por *Trackman*, un sistema basado en un radar Doppler colocado en la parte más alta del estadio atrás del plato, que permite determinar la velocidad y el ángulo de salida de la

bola, así como su velocidad de rotación. En el año 2010 la licencia fue traspasada a ESPN quien comenzó a operar el sistema bajo el nombre de *ESPN Home Run Tracker*. A principios del 2018, el sistema fue sacado de circulación y la página web fue cerrada. Durante el tiempo que estuvo operando (2006-2017), solamente se registró un jonrón de más de 500 ft, que fue conectado por Adam Dunn en el Chase Field de Arizona el 27/09/08, con una distancia de 504 ft (Delgado, 2015). La Tabla 4.11.2 presenta los jonrones mayores de 490 ft medidos por *Hit Tracker* en ese período (2006-2017).

Tabla 4.11.2. Lista de jonrones más largos medidos por el sistema *ESPN Home Run Tracker* (antes *Hit Tracker*) en el período 2006-2017.

Jugador	Estadio	Fecha	Distancia (ft)
Adam Dunn	Chase Field	27/09/2008	504
Matt Holliday	Coors Field	19/09/2006	498
Aaron Judge	Yankee Stadium	11/06/2017	496
Wladimir Balentien	Great American BP	02/10/2009	495
Aramis Ramírez	Wrigley Field	21/09/2007	495
Giancarlo Stanton	Coors Field	17/08/2012	494

Adicionalmente, Rybarczyk usó el sistema *Hit Tracker* para analizar algunos de los grandes jonrones en la historia de la MLB, previos al 2006. La Tabla 4.11.3 presenta las distancias calculadas de los jonrones históricos analizados, ordenados de mayor a menor distancia, indicándose la velocidad y características del viento. En la tabla se indican también las distancias reportadas previamente en la bibliografía siguiendo el enfoque tradicional En la mayoría de los casos las distancias calculadas por *Hit Tracker* están por debajo de las distancias reportadas. Por ejemplo, el jonrón de Galarraga estimado en 529 ft fue rebajado a 468 ft, y el de Canseco de 540 ft a 443 ft. Se identifican en la tabla 5 jonrones por encima de 500 ft, siendo el más largo el de Reggie Jackson durante el juego de estrellas del 13/07/71 en el estadio de los Tigres de Detroit, que alcanzó una distancia de 539 ft, y luego el de Ted Williams de 530 ft el 09/06/46 en *Fenway Park*, Boston, donde la silla del sitio de impacto en la fila 37 de las gradas fue pintada de rojo para conmemorar el evento.

Hay que notar que los dos jonrones más largos en la Tabla 4.11.3 son los de Jackson y Williams los cuales fueron ayudados por la presencia de un viento tipo brisa fuerte con velocidades un poco mayores a 20 mph. En el Cap. 2.5 se demostró que una brisa fuerte de 20 mph puede aumentar en un 16% la distancia recorrida. Por lo tanto, el jonrón de Reggie Jackson en ausencia de viento se hubiera reducido a una distancia de 465 ft, y el de Ted Williams a 457 ft.

Tabla 4.11.3. Distancias calculadas por *Hit Tracker* de algunos jonrones históricos, ordenadas de mayor a menor. El símbolo (-) indica que no hay información.

Jugador	Estadio	Fecha	Distancia Reportada (ft)	Distancia Calculada (ft)	Veloc. Viento (mph)	Tipo de viento
Reggie Jackson	Tiger Stadium	13/07/1971	540	539	24	A favor
Ted Williams	Fenway Park	09/06/1946	502	530	21	A favor
Mike Piazza	Coors Field	26/09/1997	496	515	0	Sin viento
Mickey Mantle	Yankee Stadium	22/05/1963	540	503	13	HR al RF; Viento al LF
Glenallen Hill	Wrigley Field	11/05/2000	500	500	18	A favor
Mark McGwire	Jacobs Field	30/04/1997	485	496	7	A favor
Bob Jackson	Kauffman Stadium	15/09/1986	-	495	-	Ligero, día
Roberto Clemente	Forbes Field	31/05/1964	-	492	-	Calmado
Mark McGwire	Bush Stadium	16/05/1998	545	487	0	Sin viento
Juan Encarnacion	Yankee Stadium	24/07/2001	-	487	-	-
David Ortiz	Houston (All Star Game)	05/07/2004	-	484	-	-
Richie Sexson	Bank One Ball Park	26/04/2004	503	482	-	-
Andres Galarraga	Pro Player Stadium	31/05/1997	529	468	13	Dirección del RF al LF
Daryle Ward	PNC Park	06/07/2002	463	452	-	-
Manny Ramirez	Sky Dome	03/06/2001	491	450	0	Sin viento
Barry Bonds	Angels Stadium	26/10/2002	485	449	8	HR al RF, Viento al CF
Jose Canseco	Skydome	07/10/1989	540	443	-	Calmado

El año 2015 comienza a operar el sistema Statcast que monitorea y mide cualquier jugada que suceda en el terreno, usando video cámaras de alta resolución y radares Doppler instalados en los 30 estadios de las grandes ligas[12]. El sitio web de Statcast en la MLB muestra la distancia recorrida, la velocidad del lanzamiento del pitcher y la de salida de la bola, el ángulo de salida y la máxima altura alcanzada para todos los jonrones bateados en la MLB. La Tabla 4.11.4 muestra las características y distancias alcanzadas por los jonrones más largos monitoreados por el sistema Statcast desde 2015. Se listan solo los que han superado la barrera de los 490 ft. Nótese que el venezolano Ronald Acuña aparece empatado en el cuarto lugar con su jonrón de 495 pies el 25/09/2020.

En seis años de registro (2015 a 2020), sólo dos jonrones han superado la barrera de los 500 pies: el de Nomar Masara, jugador de los Rancheros de Texas que fue medido en 505 ft el 21/06/19 y el de Giancarlo Stanton de los Marlins de Florida calculado en 504 ft el 06/08/16.

[12] El radar Doppler es usado para monitorear el movimiento de la pelota, con velocidades entre 30 y 120 mph. Las cámaras se utilizan para monitorear a los jugadores cuyas velocidades no exceden las 30 mph.

Tabla 4.11.4. Características de los jonrones más largos desde el año 2015 en la MLB de acuerdo a Statcast, ordenados de mayor a menor distancia.

Ranking	Jugador	Estadio	Fecha	Distancia (ft)	Velocidad (mph)			Angulo de salida (º)	ω (rpm)
					Lanzamiento	Salida	Viento		
1	Nomar Masara	Globe Life Park	21/06/19	505	94,7	109,7	17 RF al LF	27	2.142
2	Giancarlo Stanton	Coors Field	06/08/16	504	88,5	115,8	4 desde CF	18	1.617
3	Judge Aaron	Yankee Stadium	11/06/17	496	84,7	118,6	13 al CF	28	2.182
3	Miguel Sano	Target Field	17/09/19	496	92,3	113,5	14 RF al LF	25	2.126
4	Joey Gallo	Globe Life Park	20/07/18	495	93,9	114,3	11 RF al LF	31	2.473
4	Ronald Acuña	Truist Park	25/09/20	495	88,9	112,9	1	32	2.331
5	Michael Taylor	Coors Field	20/08/15	493	84,5	110,1	5 al LF	26	1.423
5	Gary Sánchez	Comerica Park	22/08/17	493	80,4	113,1	16 al LF	29	1.819
9	Joey Gallo	Angel Stadium	17/09/17	490	89,5	116,2	6 al CF	26	2.975

De los 9 jonrones listados en la tabla 4.11.4, 2 de ellos han sido bateados en el estadio de Coors Field, sede de los Rockies en Denver, a 5.280 ft (1.609 m) sobre el nivel del mar.

Recientemente, Statcast comenzó a publicar la rapidez de rotación de las bolas bateadas. Este valor se indica también en la Tabla 4.11.4 para los nueve jonrones más largos. La máxima rapidez rotacional (ω**)** corresponde al jonrón de Joey Gallo el 20/07/18 con un valor de 2.473 rpm.

Adair (2002), conocido como el padre de la física del baseball, estudió el famoso jonrón que conectó Mickey Mantle el 17 de abril de 1953 al pitcher Chuk Stobbs en el *Griffith Stadium* de Washington, considerado uno de los más largos de la historia y el cual fue estimado en su momento en 565 ft. Adair concluye que la distancia más probable del jonrón es de 506 ft. Nathan (2016), basado en nueva información obtenida sobre el sitio donde cayó la pelota, presentó un análisis exhaustivo sobre la trayectoria del famoso jonrón de Mantle llegando a la conclusión que la mínima distancia recorrida fue de 538 ft, el cual aceptaremos como el valor más confiable.

López et al. (2017) utilizaron modelos matemáticos, sensores remotos, la geometría descriptiva y la edición de videos para determinar la distancia verdadera del connotado jonrón de Galarraga del 31 de mayo de 1997. Este jonrón fue estimado inicialmente en 529 ft, pero luego rebajado sucesivamente por Jenkinson (2010) a 509 ft y por Rybarczyk (2013) a 468 ft (Tabla 4.11.3). Se encontraron deficiencias en los análisis de Jenkinson y Rybarczyk y se demostró que el jonrón de Galarraga alcanzó una distancia de 524 ft (ver análisis detallado en el Cap. 4.10). Este resultado

fue publicado en la revista Baseball Research Journal en 2017 y adicionalmente ha sido reconocido por una publicación más reciente (Nowlin y Parker, 2018).

c. Conclusiones

El enfoque tradicional de determinar las distancias que recorrieron los grandes jonrones del pasado se basa en fórmulas aproximadas o mediciones que suministran resultados poco confiables. Es a partir del año 2006 que se incorporan nuevas herramientas tecnológicas combinadas con el uso de modelos matemáticos para determinar estas distancias con mayor rigurosidad científica. Esto ha permitido determinar con precisión las distancias de los jonrones actuales, y también se han podido analizar y reconstruir las trayectorias de algunos de los más largos conectados en el pasado. En la Tabla 4.11.5 se presenta la lista de los diez más largos jonrones en la historia de la MLB, cuyas distancias han sido determinadas basándose en la medición directa (Statcast) o en la reconstrucción de las trayectorias mediante el análisis científico y el uso de modelos matemáticos por varios autores. El jonrón de Andrés Galarraga de 1997 ocupa el cuarto lugar de esa selecta lista. Es probable que existan otros grandes jonrones del pasado que hayan excedido la barrera de los 500 ft, pero no están en la lista de la Tabla 4.11.5 porque no han sido estudiados con el rigor científico usado en los casos que se presentan en dicha tabla.

Tabla 4.11.5. Distancia de los jonrones más largos en la historia de las grandes ligas que cuentan con respaldo científico.

Jugador	Estadio	Fecha	Distancia (ft)	Fuente
Reggie Jackson	Tiger Stadium	13/07/1971	539	Rybarzcyk
Mickey Mantle	Griffith Stadium	17/04/1953	538	Nathan
Ted Williams	Fenway Park	09/06/1946	530	Rybarzcyk
Andrés Galarraga	Pro Player Stadium	31/05/1997	524	López
Mike Piazza	Coors Field	26/09/1997	515	Rybarzcyk
Nomar Masara	Globe Life Park	21/06/2019	505	Statcast
Adam Dunn	Chase Field	27/09/2008	504	Rybarzcyk
Giancarlo Stanton	Coors Field	06/08/2016	504	Statcast
Mickey Mantle	Yankee Stadium	22/05/1963	503	Rybarzcyk
Glenallen Hill	Wrigley Field	11/05/2000	500	Rybarzcyk

4.12 ¿Quién es el mayor jonronero en la historia del béisbol?

Con esta interrogante nos proponemos identificar al jugador que haya bateado más jonrones en la historia del béisbol profesional. Lo primero que viene a la memoria son los líderes de todos los tiempos en las grandes ligas, donde encontramos a Barry Bonds en el primer lugar con 762 jonrones, a Hank Aaron en el segundo puesto con 755 jonrones seguido de Babe Ruth con 714 jonrones, por mencionar solo a los que han superado los 700 cuadrangulares. Esta lista sufre una pequeña modificación si añadimos los jonrones bateados en las ligas menores (Baseball Reference,

2019) encontrando que Ruth bateó 1, Bonds 20 y Aaron 31. Entonces aparece Aaron en el primer lugar con 786 jonrones, seguido de Bonds en el segundo puesto con 782 jonrones, quedando Ruth en un distante tercer puesto con 715.

Sin embargo, existen tres legendarias figuras que nunca jugaron en las grandes ligas pero que hicieron historia en las ligas donde participaron. Ellos son Sadaharu Oh, de la Liga Profesional del Baseball Japonés (NPB), Héctor Espino quien jugó principalmente en México y Josh "Joshua" Gibson quien jugó en las ligas para jugadores negros de USA (American Negro League Baseball) (Figuras 4.12.1 y 4.12.2).

Sadaharu Oh, un bateador zurdo que jugaba en la primera base, estuvo 22 temporadas con los Gigantes de Yomiuri entre los años 1959 y 1980, donde bateó 868 jonrones en la NPB (Baseball Reference, 2019), lo que supera los 786 de Aaron. No se encontraron reportes de Oh en las ligas menores. Además, Oh tiene otros records de por vida en la NPB incluyendo el de más carreras empujadas (2.170), slugging (.634) y OPS (1.080).

En el año 1964, Oh bateó 55 jonrones, siendo este el record de la liga durante casi 50 años hasta que fue superado el año 2013. En torno a ello hay una controversia digna de mención que coloca una mancha en la historia de Oh. En tres años diferentes, en las postrimerías de la temporada, jugadores extranjeros amenazaron el record de 55 jonrones y se enfrentaron al equipo donde el manager era el mismo Oh, ya retirado como jugador activo. En todos estos casos los pitchers japoneses se negaron a lanzarles *strikes* a los bateadores.

El primer caso es el de Randy Bass, quien en la temporada de 1985 llegó al último juego de la temporada con 54 jonrones y se enfrentaba a los Gigantes de Yomiuri, cuyo manager era Oh. En sus primeros cuatro turnos al bate recibió base por bolas intencional (4 lanzamientos malos consecutivos muy lejos de la zona de *strike*). Oh negó haberles dado esa orden a los lanzadores, pero luego se supo que un *coach* de los Gigantes había amenazado con una multa de $ 1.000 por cada lanzamiento que pasaran por la zona de strike. Igual sucedió con Karl "Tuffy" Rhodes el año 2001, quien llego con 55 jonrones a los últimos juegos de la temporada y enfrentaba a los Fukuoka SoftBank Hawks donde Oh era el manager. Rhodes fue caminado intencionalmente cada vez que fue al bate y finalizó la temporada con 55 jonrones. Oh negó estar involucrado en esto, pero el *coach* de lanzadores de los Hawks afirmó que ellos actuaron bajo sus órdenes porque él no quería que un extranjero rompiera el record de Oh.

El año 2002 el venezolano Alex Cabrera pasó por una situación similar, empatando el record de 55 jonrones faltando 5 juegos para finalizar la temporada y su equipo enfrentando a los Hawks. Los pitchers no lanzaron *strikes* y Cabrera no pudo superar el record. Finalmente, Wladimir Balentien rompió el record de Oh en septiembre 15 del 2013 al batear los jonrones 56 y 57 de la temporada contra otro equipo donde Oh no era el manager[13].

Pero retomando el tema del mayor jonronero de por vida en las ligas profesionales, encontramos que un nativo de Latinoamérica conectó más jonrones que Oh y Aaron. En efecto, Héctor Espino de México conectó un total de 881 jonrones en su carrera profesional de los cuales 453 fueron en la Liga Mexicana (AAA) de Verano, 310 en la Liga Mexicana del Pacífico, 115 en la Liga

[13] Episodios similares han ocurrido en la MLB. Mel Ott de los Gigantes de New York llegó al último juego de la temporada el 05/10/29 con 42 jonrones. Su equipo jugaba contra los Philies de Philadelphia, estando un jonrón por detrás de Chuck Klein, de los Philies quien tenía 43. Los lanzadores de los Philies le dieron 5 boletos intencionales a Ott para evitar que alcanzara a Klein. Este número de boletos intencionales a un pelotero en un solo juego es un record vigente para las grandes ligas.

Mexicana Central y tres en una corta pasantía por la liga AAA en USA con el Jacksonville (Vené, 2012). Nunca se decidió a jugar en la MLB a pesar de los intentos de los Cardenales de San Luis (Figura 4.12.1).

Espino nació en Chihuahua el 6 de junio de 1939, fue bateador derecho y jugó en los jardines y en primera base entre los años de 1960 y 1984, retirándose como jugador a los 45 años de edad. Murió el 7 de septiembre de 1997 a los 58 años de edad en Monterrey después de un ataque cardíaco. Es miembro del Salón de la Fama del Béisbol Profesional de México desde 1985 debido a su extraordinaria producción ofensiva en sus 24 temporadas en las ligas mexicanas.

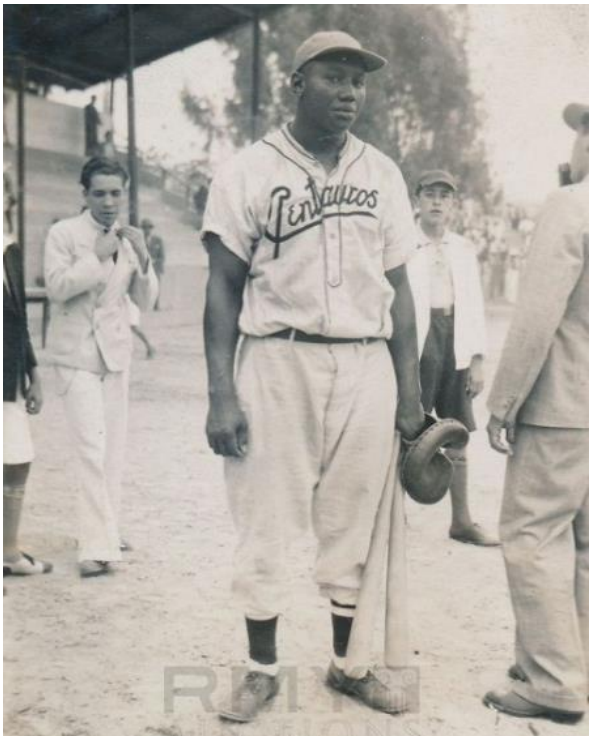
Figura 4.12.1.

Hector Espino (izquierda) con el uniforme de los Naranjeros de Hermosillo (México) y Sadaharu Oh con los Gigantes de Yomiuri (Japón). Fuente: Vanguardia, MX (6/06/2013) (izquierda); Aflo Co. Ltd. / Alamy Stock Photo (derecha).

Sin embargo, el mayor jonronero de la historia es posible que haya sido Joshua Gibson, receptor que jugó en las ligas para jugadores negros durante 17 años, entre 1930 y 1946, falleciendo muy joven a los 35 años de un tumor cerebral en enero de 1947. El tuvo la mala suerte de jugar en una época cuando existía la discriminación racial en el béisbol por lo que nunca se le permitió jugar en las grandes ligas; de hecho, Gibson falleció justo tres meses antes de que Jackie Robinson rompiera la barrera racial en Estados Unidos el 15/04/47.

Kroichick (2006) cita al historiador James A. Riley (Director de Investigación del Museo de las Ligas Negras) quien afirma que Gibson probablemente bateó 962 jonrones en su carrera, incluyendo 84 el año 1936. El problema es que las cifras en estas ligas están sujetas a mayores incertidumbres por la ausencia en muchos casos de registros oficiales. Muchos de los jonrones de Gibson fueron contra equipos semi-profesionales dado que los equipos después de la temporada regular, viajaban en giras por el interior del país enfrentando diferentes oponentes. Gibson fue consagrado en el Salón de la Fama de Cooperstown en 1972 y su placa refleja esa incertidumbre al tener escrito “Gibson bateó casi 800 jonrones en la liga y en el béisbol independiente” (Figura 4.12.2). Su promedio de bateo de por vida, de acuerdo a los datos oficiales del Salón de la Fama, fue de .359 indicando que no solamente fue un extraordinario bateador de poder sino también un gran bateador de contacto.

Joshua Gibson jugó en Venezuela con el equipo Centauros de Maracaibo en la Liga Occidental de Béisbol Profesional. La Figura 4.12.2 muestra una foto de Gibson vistiendo el uniforme de los Centauros el año 1940 (Miller, 2017).



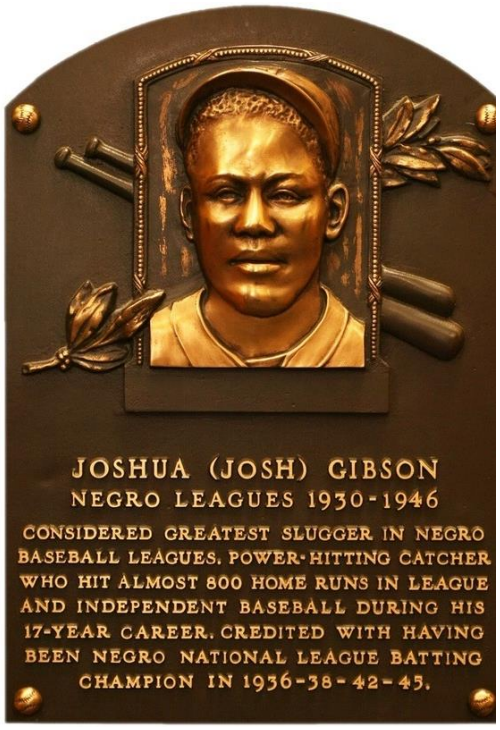


Figura 4.12.2.

Fotografía de Joshua Gibson el año 1940 vistiendo el uniforme de los Centauros de Maracaibo (Venezuela) y su placa del Salón de la Fama del Béisbol en Cooperstown. Foto izquierda tomada de Sports Collector Daily (Miller, 2017). Foto derecha del Salón de la Fama del Béisbol.

La Tabla 4.12.1 presenta la lista ordenada de los mayores jonroneros de la historia del béisbol profes ional, en donde Espino ocupa el primer lugar, Oh el segundo y Gibson el tercero, haciendo notar que esta última cifra de 800 jonrones es un valor estimado tomado de la placa de Cooperstown. Se destaca que la tabla muestra el total de jonrones bateados en sus trayectorias como peloteros profesionales, independientemente del nivel de juego de la liga en que fueron conectados.

Tabla 4.12.1. Los más grandes jonroneros de la historia del béisbol profesional.

Jugador	Período	Jonrones
Héctor Espino	1960-1984	881
Sadaharu Oh	1959-1980	868
Joshua Gibson	1930-1946	800*
Hank Aaron	1952-1976	786
Barry Bonds	1985-2007	782
Babe Ruth	1914-1935	715

*Número dado en el Salón de la Fama de Cooperstown.

Adicionalmente, Oh presenta de por vida una relación de 10,7 turnos al bate por cada jonrón, mejor que los 11,8 de Ruth, 12,9 de Bonds y 16,4 de Aaron (Bjarkman, 2019). Estos datos corresponden a los juegos en la MLB y en la NPB. Los autores no tienen conocimiento de los valores de esta estadística para Espino y Gibson.

4.13 El año de los bateadores: la temporada de 1930 en la MLB

La temporada de 1930 fue una temporada excepcional en las grandes ligas. Nunca antes ni después se vio un despliegue ofensivo tan intenso en términos de promedio de bateo y carreras, por eso es conocido como el año de los bateadores.

El promedio de bateo de los equipos de la Liga Nacional fue de .303 mientras que los de la Liga Americana cerraron con .288, para un promedio global combinado en ambas ligas de .296 (máximo registrado desde que se incorporó la Liga Americana en 1901). Nueve de los 16 equipos compilaron un promedio por encima de .300. La temporada fue un paraíso para los bateadores, pero una pesadilla para los lanzadores. El promedio de carreras permitidas (ERA) de todos los equipos fue de 4,81, máximo histórico desde 1901. Solamente un equipo logró un ERA por debajo de 4,00. Los Philies de Philadelphia ejemplificaron estos extremos, terminando la temporada con un promedio colectivo de .315 pero con un ERA de 6,71, quedando en la última posición de la Liga Nacional. Los Gigantes de New York lideraron ambas ligas con un promedio de bateo de .319.

Esta temporada privilegiada para los bateadores fue una consecuencia del nuevo estilo de juego impuesto a partir del año de 1920 con el surgimiento de la era de la bola viva (véase Cap. 4.3). En efecto, el promedio de bateo en ambas ligas tuvo un crecimiento persistente a partir de 1920 alcanzando el pico de .296 en 1930 tal como se ilustra en la Figura 4.4.4 (ver Cap. 4.4). A partir de este año y hasta 1940 se aprecia una tendencia a disminuir el promedio de bateo lo cual se puede explicar por un cambio de estrategia en los bateadores, privilegiando la búsqueda del jonrón y sacrificando el contacto y por tanto el promedio de bateo; en la Figura 4.4.2 se aprecia que en ese lapso de 1930-1940 ocurrió un incremento sostenido en el número de jonrones el cual fue acompañado de un incremento en paralelo del número de ponches.

En los registros ofensivos individuales de 1930, Hack Wilson de los Cachorros de Chicago (Figura 4.13.1) terminó la temporada con .356 de promedio, 56 jonrones y 191 carreras impulsadas (RBI), siendo líder en estos dos últimos renglones. Seis jugadores empujaron más de 150 carreras, entre ellos dos de un mismo equipo, Al Simmons, 165, y Jimmy Fox, 156 de los Athletics de Philadelphia. La cifra de 191 RBI es todavía un record vigente para ambas ligas. La cifra de 56 jonrones estableció un record en la Liga Nacional que duró 68 años hasta 1998, cuando fue superado por los 66 jonrones de Sammy Sosa y los 70 de Mark McGwire, en la época de los esteroides. Sin embargo, su promedio de .356 le alcanzó solamente para ser octavo en la Liga Nacional. El líder fue Bill Terry de los Gigantes de New York con un extraordinario .401 de promedio, último jugador de la Liga Nacional en alcanzar la barrera de los .400 en una temporada.

En total, 17 jugadores en ambas ligas batearon por encima de .350 de promedio de bateo y 62 jugadores culminaron igual o por encima de .300. En comparación con el juego de hoy día, en el año 2018 ningún bateador de la MLB alcanzó .350 y solamente 16 alcanzaron los .300, estando José Altuve entre esos privilegiados ocupando la cuarta posición.

Figura 4.13.1.
Hack Wilson (izquierda) al lado de Babe Ruth (centro) y Lou Gehrig (derecha). Ningún otro jugador ha empujado más carreras que Wilson en una temporada (191). Como dato curioso, Wilson era un individuo pequeño pero muy fornido, de la misma estatura del venezolano José Altuve (1,68 m o 5´ 6"). Foto: Associated Press, The New York Times, 20/08/2014.

4.14. ¿Cuál ha sido la temporada más dominante de un bateador?

a. Criterios de selección

En este capítulo nos proponemos identificar la temporada más dominante que haya tenido un bateador en la historia de las Grandes Ligas, entendiendo por temporada dominante como aquella donde haya encabezado el mayor número de renglones ofensivos. Los 13 renglones considerados para este análisis son: carreras anotadas (R), hits (H), dobles (2B), triples (3B), jonrones (HR), carreras empujadas (RBI), total de bases alcanzadas (TB), bases por bolas (BB), promedio de bateo (BA), *slugging* (SLG), promedio de embasado (OBP), OPS y OPS^{+}. Los primeros 12 son los renglones ofensivos tradicionales, generalmente bien conocidos por los lectores, pero el último es el OPS+ el cual es un renglón sabermétrico cuya definición se presenta en el Anexo I.

Siguiendo este criterio se han encontrado 5 temporadas extraordinarias que se muestran en la Tabla 4.14.1. En 4 de esas temporadas un jugador encabezó 11 de los 13 renglones considerados, que son las de Nap Lajoie en 1901, Rogers Hornsby en 1921 y en 1922 y Stan Musial en 1948. Luego sigue la gran temporada de Ted Williams en 1949 cuando encabezó 10 renglones ofensivos. Como comparación con temporadas más recientes, el mejor desempeño fue el de Alberto Pujols en el 2009 cuando encabezó 7 renglones ofensivos. Barry Bonds en su mejor temporada encabezó 6 renglones ofensivos, lo que hizo tres veces (2001, 2002 y 2004). Miguel Cabrera encabezó también 6 renglones en su gran temporada del 2012 cuando conquistó la triple corona, al igual que Alex Rodríguez en el 2007. La mejor seguidilla la tuvo Babe Ruth quien encabezó 8, 8 y 9 renglones en

los años 1919, 1920 y 1921, respectivamente, y de nuevo lideró 9 renglones en 1926. En su más famosa temporada de los 60 jonrones de 1927, Ruth encabezó 7 renglones.

b. Descripción de las temporadas más dominantes

A continuación, se hace un recuento de las características más importantes de cada una de estas 5 temporadas extraordinarias que se listan en la Tabla 4.14.1.

Tabla 4.14.1. Registros ofensivos de los jugadores en sus respectivas temporadas extraordinarias, ordenados cronológicamente. Los números en color azul indican líder del año en ese renglón en su respectiva liga; N es el número de renglones ofensivos encabezados.

Jugador, año	G	AB	Renglones ofensivos													N
			R	H	2B	3B	HR	RBI	TB	BB	BA	SLG	OBP	OPS	OPS+	
Lajoie, 1901	131	544	**145**	**232**	**48**	14	**14**	**125**	**350**	24	**.426**	**.643**	**.463**	**1.106**	**198**	11
Hornsby, 1921	154	592	**131**	**235**	**44**	**18**	21	**126**	**378**	60	**.397**	**.639**	**.458**	**1.097**	**191**	11
Hornsby, 1922	154	623	**141**	**250**	**46**	14	**42**	**152**	**450**	65	**.401**	**.722**	**.459**	**1.181**	**207**	11
Musial, 1948	155	611	**135**	**230**	**46**	**18**	39	**131**	**429**	79	**.376**	**.702**	**.450**	**1.152**	**200**	11
Williams, 1949	155	566	**150**	194	**39**	3	**43**	**159**	**368**	**162**	.343	**.650**	**.490**	**1.141**	**191**	10

Nap Lajoie (Atléticos de Filadelfia, 1901)

Lajoie fue un bateador derecho que jugó principalmente la segunda base aun cuando apareció en prácticamente todas las posiciones del cuadro durante su carrera y algunas pocas veces en los jardines. El año de 1901 fue la inauguración de la Liga Americana y Napoleón Lajoie tuvo una temporada excepcional, conquistando la triple corona con un astronómico promedio al bate de .426, siendo también líder en otros 8 renglones ofensivos (11 en total) con la excepción del departamento de triples y bases por bolas. Esta época pertenece al período que se conoce como era de la bola muerta (1901-1919). Ya se jugaba el béisbol con la mayor parte de las reglas actuales, pero la misma pelota era mantenida en juego durante todo el partido y los estadios eran todavía los grandes campos de finales del siglo XIX. El juego pertenecía a los bateadores rápidos y de contacto, no de poder, lo que explica la poca cantidad de cuadrangulares que se conseguían en esa época. Lajoie fue líder con tan solo 14 jonrones.

Rogers Hornsby (Cardenales de San Luis, 1921)

En 1922 ya se jugaba en la era de la bola viva. Rogers Hornsby, bateador derecho y jugador de la segunda base, tuvo su primera de varias temporadas extraordinarias conquistando 11 renglones ofensivos, faltándole solamente 2 renglones, jonrones y bases por bolas del total de 13. Su promedio de bateo fue de .397 rozando los .400 puntos, meta que alcanzó tres veces en su carrera.

Rogers Hornsby (Cardenales de San Luis, 1922)

El año de 1922 fue muy posiblemente la mejor temporada de Hornsby, conquistó la triple corona y en total lideró 11 departamentos, faltándole solamente el liderato de 3B y BB para haber arrasado con todos los 13 departamentos ofensivos en la Liga Nacional. Su promedio de bateo fue de .401

con un total de 250 hits (el 6th registro más alto en la historia). El total de bases alcanzadas (TB) fue de 450, el segundo registro más alto en el libro de records.

Stan Musial (Cardenales de San Luis, 1948)

Musial fue un bateador zurdo que registró números extraordinarios en la temporada de 1948, conquistando once (11) lideratos ofensivos en los departamentos de BA, RBI, R, H, 2B, 3B, TB, SLG, OBP, OPS y OPS^{+}, faltándole solamente el de cuadrangulares y bases por bolas para haber conquistado la triple corona. El liderato de HR lo perdió por un solo jonrón con Ralph Kiner de los Piratas de Pittsburgh y Johnny Mize de los Gigantes de Nueva York quienes finalizaron con 40 contra 39 de Musial.

Ted Williams (Medias Rojas de Boston, 1949)

William, bateador zurdo, quien había ganado la triple corona de bateo en el año 1947 tuvo en 1949 su temporada más dominante obteniendo 10 lideratos de los 13 renglones ofensivos considerados, faltándole solo los de bateo (BA), Hits (H) y triples (3B).

No se puede cerrar este capítulo sin dejar de mencionar la temporada extraordinaria que tuvo Tip O´Neill de los Browns de San Luis en el año de 1887 en la desaparecida liga llamada American Association. Aun cuando estos registros no son oficiales de la MLB, todavía no estaba fundada la Liga Americana, se pueden consultar en el portal de Baseball Reference. El dominio de O´Neill fue casi completo, liderando la liga en 12 de los 13 departamentos ofensivos aquí considerados, solo le faltó el de bases por bolas, con un promedio bateo (BA) de .435, 123 RBI, OBP de .490, OPS de 1.180 y OPS+ de 213. Solo una vez se ha superado ese valor de BA en la historia de la MLB. Sin embargo, hay que acotar que estos registros fueron conseguidos en una época en que las reglas de juego no eran las mismas que existen hoy día. Por ejemplo, la distancia del plato al montículo era de 50 pies en el año 1887, en lugar de los 60 pies 6 pulgadas (18,15 m) como se juega en la actualidad. También en 1887 se requerían cinco lanzamientos malos para otorgarse una base por bolas y cuatro *strikes* para ponchar a un bateador; adicionalmente los *fouls* no eran contabilizados como *strikes* (Neft and Cohen, 1997).

c. Conclusiones

Con referencia al béisbol moderno, a partir de 1901 cuando la mayor parte de las reglas de hoy en día ya estaban establecidas, la temporada más dominante es compartida por Naop Lajoie (1901), Rogers Hornsby (1921 y 1922) y Stan Musial (1948), dado que encabezaron 11 departamentos ofensivos cada uno. ¿Cuál de estas tres temporadas fue la más dominante? Para seleccionar una de ellas nos basamos en una estadística sabermétrica, el OPS+ también denominado OPS ajustado el cual permite comparar jugadores de diferentes épocas, ligas y estadios. En la Tabla 4.14.1 observamos que Hornsby en 1922 finalizó esa temporada con 207 de OPS^{+}, valor superior al de los otros jugadores. Eso se traduce en decir que el OPS de Hornsby fue un 107% superior al promedio de la liga en ese año mientras que el de Musial fue un 100% mejor, el de Lajoie fue un 98% mejor y el de Williams y el mismo Hornsby en 1921 fueron un 91% mejor. Basándonos en este parámetro, podemos desempatar el juego y postular que la temporada más dominante de un bateador en la época moderna de la MLB corresponde a la temporada de Rogers Hornsby del año de 1922.

Rogers Hornsby (Figura 4.14.1) es sin lugar a dudas el segunda base con mayor ofensiva que haya jugado en las grandes ligas y tal vez el jugador más subestimado en la historia de la MLB, posiblemente por haber jugado en la época de súper estrellas más carismáticas como Babe Ruth, Lou Gherig y Jimmie Foxx. Sus números hablan por sí solos. Es el único jugador en haber superado 3 veces la barrera de los .400 puntos de bateo, consiguiendo en 1924 el astronómico promedio de

.424, el más alto para un jugador en la época moderna del béisbol (1901 en adelante). Su promedio de bateo de por vida, .358, es el más alto en la historia de la Liga Nacional y el segundo más alto en ambas ligas. Además conquistó dos veces la triple corona, hazaña solamente conseguida por otro jugador (Ted Williams).

Figura 4.14.1.

Fotografía de Rogers Hornsby con el uniforme de los Cachorros de Chicago en el ocaso de su carrera en 1931. Durante su época de oro (1920-1925) con los Cardenales de San Luis fue 6 veces consecutivas el líder de la liga (LN) en promedio de bateo (BA), promedio de embasado (OBP) y slugging (SLG), bateando 3 veces por arriba de .400, una hazaña jamás conseguida por ningún pelotero en la historia de la MLB.

Fuente: The Official Website of Rogers Hornsby. https://www.rogershornsby.com/

4. 15 La mejor temporada de un bateador venezolano en la MLB

Desde la llegada de Alejandro Carrasquel a las Grandes Ligas (MLB) en el año de 1939, son algo más de 400 los venezolanos que han alcanzado ese distinguido honor. En los 82 años transcurridos han llegado excelentes jugadores que obtuvieron lideratos en prácticamente todas las categorías de los bateadores, lanzadores y defensores. El objetivo de este capítulo es identificar los mejores rendimientos ofensivos en una temporada, compararlos y clasificarlos de acuerdo a algún criterio de valoración. No es la intención determinar cuál fue la mejor temporada de un jugador, lo cual requeriría de considerar también a los lanzadores, así como agregar el rendimiento a la defensiva y el corrido de bases; solamente se evalúa el bateo. El análisis se hace para el período 1939-2019.

El rendimiento ofensivo en una temporada se evaluará de dos maneras, primero usando los parámetros tradicionales y luego con base a los novedosos parámetros sabermétricos que suministran una descripción más objetiva al permitir comparar jugadores de diferentes épocas y estadios. En lo que sigue se utilizan las abreviaturas originales en inglés que describen los parámetros ofensivos, los cuales se definen la primera vez que se usan y se listan en Anexo A. Adicionalmente, para facilitar la comprensión del lector, se incluyen en el Anexo I la definición y forma de cálculo de los parámetros sabermétricos aquí utilizados y algunos parámetros tradicionales menos comunes.

a. Criterios de selección

Para determinar la mejor temporada ofensiva que haya tenido un venezolano en las grandes ligas es necesario realizar una selección previa de temporadas fuera de lo común, que denominamos temporadas extraordinarias. Se define una temporada como extraordinaria si satisface alguno de estos tres criterios:

- Haber encabezado algún departamento ofensivo en la temporada. Los departamentos ofensivos considerados son: R, H, 2B, 3B, HR, RBI, TB, BB, BA, OBP, SLG y OPS (ver Anexo A para el significado de las abreviaturas);
- Haber alcanzado un desempeño ofensivo global mayor o igual a 1,5 veces el promedio de la liga, cumpliendo con el número mínimos de apariciones en el plato. Este desempeño se mide mediante el parámetro OPS ajustado (OPS+) el cual debe ser mayor o igual a 150; éste es un parámetro sabermétrico que se detalla más adelante. Alcanzar un OPS+ de 150 es sin duda muy meritorio, por ejemplo, en el año 2021 solo 7 jugadores de la MLB obtuvieron un OPS igual o por encima de 150, lo que representa solo un 5% de los jugadores calificados (aquellos que cumplen con el mínimo de apariciones en el plato, PA).
- Haber alcanzado el mayor registro histórico en una temporada, entre venezolanos en la MLB, en alguno de los departamentos ofensivos citados en el primer criterio.

Con base a estos tres criterios, se identificaron treinta y ocho (38) temporadas extraordinarias de los bateadores venezolanos, las cuales se mencionan en orden cronológico: Cesar Tovar (1970 y 1971), Antonio Armas (1981 y 1984), Andrés Galarraga (1988, 1993, 1996, 1997 y 1998), Bob Abreu (1999 y 2002), Richard Hidalgo (2000), Magglio Ordoñez (2002 y 2007), Melvin Mora (2004), Carlos González (2010), Miguel Cabrera (2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015 y 2016), José Altuve (2014, 2015, 2016 y 2017), Víctor Martínez (2014), David Peralta (2015), Cesar Hernández (2016), Yolmer Sánchez (2018), Eduardo Escobar (2019), Eugenio Suárez (2019), Ronald Acuña (2019), Ronald Acuña (2020), Cesar Hernández (2020), David Peralta (2021) y Salvador Pérez (2021). Estas 38 temporadas corresponden a solo 18 jugadores dado que Tovar, Armas, Galarraga, Abreu, Ordoñez, Cabrera, Altuve, Peralta y Hernández, repiten con varias temporadas extraordinarias cada uno. De las 38 temporadas, 32 cumplen con el Criterio 1 y 18 cumplen con el Criterio 2. Hay 2 temporadas que no cumplen con ningunos de los criterios 1 y 2 pero cumplen con el Criterio 3 (Hidalgo y Suárez). Hay 14 temporadas que cumplen simultáneamente con los criterios 1 y 2.

Debe tenerse presente que el Criterio 1 que incorpora peloteros con un liderato en alguno de los renglones ofensivos, conduce en pocos casos a incluir en la lista a temporadas que estrictamente hablando no pudiesen llamarse extraordinarias. Este es el caso de las destacadas temporadas de Tovar (1971), Hernández (2016), Sánchez (2018) y Peralta (2021), que aun cuando obtuvieron un liderato ofensivo, sin embargo, sus desempeños ofensivos globales (OPS+) no se pueden catalogar como extraordinarios por haber estado ligeramente por encima (Tovar, Hernández) o por debajo (Sánchez, Peralta) del promedio de la liga, como se indica más adelante. Aun reconociendo esta limitación, los autores decidieron mantener el Criterio 1 como criterio calificador de una temporada extraordinaria dada la importancia intrínseca que tiene el haber encabezado un renglón ofensivo en la MLB.

b. Descripción de las temporadas extraordinarias

Los 18 jugadores seleccionados y el año de las temporadas extraordinarias se presentan en la Figura 4.15.1. La Tabla 4.15.1 muestra los registros de cada jugador correspondientes a los parámetros ofensivos definidos en los Criterios 1 y 2. Adicionalmente se lista también el número de turnos oficiales al bate (AB). Los doce parámetros ofensivos del Criterio 1 se tomaron del portal de la MLB, el parámetro OPS+ del Criterio 2 se tomó del portal de Baseball Reference. El significado de cada abreviatura se muestra en el Anexo A. El procedimiento de cálculo de los cuatro últimos parámetros (OBP, SLG, OPS y OPS+) se puede ver en el Anexo I. Los números en color azul indican líder de ese departamento en su respectiva liga. Las temporadas con OPS+ mayor o igual a

150 se destacan con fondo gris. En la Tabla 4.15.1 se usa el punto como separador decimal en lugar de la coma, por consistencia con la tradición en las estadísticas del béisbol.

Las 38 temporadas extraordinarias, ordenadas cronológicamente se resumen a continuación.

Cesar Tovar, 1970 (Mellizos de Minnesota)
El primer líder venezolano en renglones ofensivos fue Cesar Tovar quien encabezó la liga americana en dobles con 36 (empatado con otros dos jugadores) y en triples (13), quedando segundo en carreras anotadas con 120, tercero en hits con 195 y sexto en bases robados con 30, convirtiéndose en uno de los mejores bateadores de la liga.

Cesar Tovar, 1971 (Mellizos de Minnesota)
Tovar continúa su buen desempeño encabezando la liga en hits con 204, siendo el primer venezolano en alcanzar las dos centenas de indicustibles en una temporada, y quedando segundo en carreras anotadas con 94 y cuarto en bateo con .311, aun cuando su OPS+ fue de solo 104 motivado en parte a su baja producción de extrabases.

Antonio Armas, 1981 (Atléticos de Oakland)
En una temporada recortada a 109 juegos por la huelga de peloteros, Armas fue líder en jonrones (HR) con 22 (empatado con 3 jugadores) siendo el primer venezolano en encabezar este renglón en la MLB.

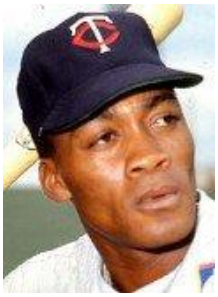
Antonio Armas, 1984 (Medias Rojas de Boston)
Armas fue líder de la Liga Americana con 41 HR, 123 carreras empujadas (RBI) y 339 bases alcanzadas (TB), siendo el primer venezolano en obtener los lideratos de RBI y TB.

Andrés Galarraga, 1988 (Expos de Montreal)
Esta fue la primera gran temporada del Gran Gato (*The Big Cat*) donde mostró su potencialidad como bateador con .302 de promedio, 20 jonrones y 92 RBI, siendo líder de la liga en hits (184), dobletes (42) y bases totales (329), siendo el primer venezolano en alcanzar la barrera OPS^{+} de 150.

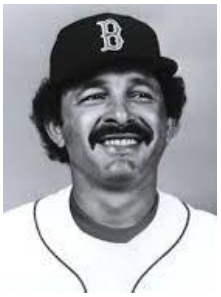
Andrés Galarraga, 1993 (Rockies de Colorado)
Galarraga venía de dos temporadas de baja producción, con promedios de bateo (BA) de .219 en 1991 y .243 en 1992, cuando en la temporada de estreno de los Rockies en Denver en 1993, se convirtió en el primer venezolano en conquistar un título de bateo con el elevado promedio de .370. Fue también el primer venezolano en cerrar una campaña con promedios por arriba de .300, .400 y .600 en la trilogía de bateo (BA), promedio de embasado (OBP) y promedio de bases alcanzadas (*slugging*, SLG), con .370, .403 y .602, respectivamente.

Andrés Galarraga, 1996 (Rockies de Colorado)
Esta fue la gran temporada de Galarraga en su explosión de poder al ser líder de la liga con 47 HR, 150 RBI y 89 extrabases, siendo estos dos últimos los registros máximos para un venezolano en la MLB. Más destacado aún, las 150 RBI representan un record absoluto para un primera base en la historia de la Liga Nacional.

Andrés Galarraga, 1997 (Rockies de Colorado)
Galarraga continúa su época de oro como uno de los bombarderos de la Calle Blake (ver Cap. 2.3) finalizando con .318 de promedio de bateo, 41 jonrones y 140 RBI, siendo el líder de la liga en este último renglón.



Cesar Tovar
1970, 1971



Antonio Armas
1981, 1984

Andrés Galarraga
1988, 93, 96, 97, 98

Bob Abreu
1999, 2002

Richard Hidalgo
2000

Magglio Ordoñez
2002, 2007

Melvin Mora
2004

Carlos González
2010

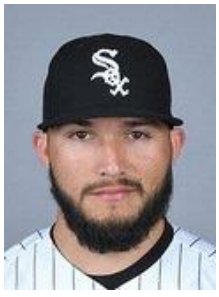
Miguel Cabrera
2010 a 2016

Víctor Martínez
2014

José Altuve
2014 a 2017

David Peralta
2015, 2021

Cesar Hernández
2016, 2020



Yolmer Sánchez
2018

Eduardo Escobar
2019

Eugenio Suárez
2019

Ronald Acuña
2019

Salvador Pérez
2021

Figura 4.15.1.

Los 18 peloteros venezolanos que tuvieron temporadas extraordinarias a la ofensiva en la MLB. Fotos cortesía de MLB y Baseball Reference.

Tabla 4.15.1. Parámetros ofensivos en las temporadas extraordinarias Ver Anexo A para abreviaturas. Los números en azul indican liderato en la liga. OPS+ mayor o igual a 150 se destaca con fondo gris oscuro.

Temporada	AB	R	H	2B	3B	HR	RBI	TB	BB	BA	OBP	SLG	OPS	OPS+
Tovar, 1970	650	120	195	**36**	**13**	10	54	287	52	.300	.356	.442	.798	117
Tovar, 1971	657	94	**204**	29	3	1	45	242	45	.310	.356	.368	.725	104
Armas, 1981	440	51	115	24	3	**22**	76	211	19	.261	.294	.480	.774	126
Armas, 1984	639	107	171	29	5	**43**	**123**	**339**	32	.268	.300	.531	.831	121
Galarraga, 1988	609	99	**184**	**42**	8	29	92	**329**	39	.302	.352	.540	.893	150
Galarraga, 1993	470	71	174	35	4	22	98	283	24	**.370**	.403	.602	1.005	150
Galarraga, 1996	626	119	190	39	3	**47**	**150**	376	40	.304	.357	.601	.958	127
Galarraga, 1997	600	120	191	31	3	41	**140**	351	54	.318	.389	.585	.974	131
Galarraga, 1998	555	103	169	27	1	44	121	330	63	.305	.397	.595	.991	157
Abreu, 1999	546	118	183	35	**11**	20	93	300	109	.335	.446	.549	.995	147
Hidalgo, 2000	558	118	175	42	3	44	122	355	56	.314	.391	.636	1.028	147
Abreu, 2002	572	102	176	**50**	6	20	85	298	104	.308	.413	.521	.934	151
Ordoñez, 2002	590	116	189	47	1	38	135	352	53	.320	.381	.597	.978	154
Mora, 2004	550	111	187	41	0	27	104	309	66	.340	**.419**	.562	.981	155
Ordoñez, 2007	595	117	216	**54**	0	28	139	354	76	**.363**	.434	.595	1.029	166
González, 2010	587	111	**197**	34	9	34	117	**351**	40	**.336**	.376	.598	.974	143
Cabrera, 2010	548	111	180	45	1	38	**126**	341	89	.328	**.420**	.622	1.042	**178**
Cabrera, 2011	572	111	197	**48**	0	30	105	335	108	**.344**	**.448**	.586	1.033	179
Cabrera, 2012	622	109	205	40	0	**44**	**139**	**377**	66	**.330**	.393	**.606**	**.999**	164
Cabrera, 2013	555	103	193	26	1	44	137	353	90	**.348**	**.442**	**.636**	**1.078**	**190**
Cabrera, 2014	611	101	191	**52**	1	25	109	320	60	.313	.371	.524	.895	150
Altuve, 2014	660	85	**225**	47	3	7	59	299	36	**.341**	.377	.453	.830	135
Martínez, 2014	561	87	188	33	0	32	103	317	70	.335	**.409**	.565	**.974**	172
Cabrera, 2015	429	64	145	28	1	18	76	229	77	**.338**	**.440**	.534	.974	169
Peralta, 2015	462	61	144	26	**10**	17	78	241	44	0,312	.371	.522	.893	137
Altuve, 2015	**638**	86	**200**	40	4	15	66	293	33	.313	.353	.459	.812	125
Altuve, 2016	640	108	**216**	42	5	24	96	340	60	**.338**	.396	.531	.928	155
Hernández, 2016	547	67	161	14	**11**	6	39	215	66	.294	.371	.393	.764	106
Cabrera, 2016	595	92	188	31	1	38	108	335	75	.316	.393	.563	.956	155
Altuve, 2017	590	112	**204**	39	4	24	81	323	58	**.346**	.410	.547	.957	160
Sánchez, 2018	600	62	145	34	**10**	8	55	223	49	.242	.306	.372	.678	86

Tabla 4.15.1 (Continuación). Parámetros ofensivos en las temporadas extraordinarias Ver Anexo A para abreviaturas. Los números en azul indican liderato en la liga. OPS+ mayor o igual a 150 se destaca con fondo gris oscuro.

Temporada	AB	R	H	2B	3B	HR	RBI	TB	BB	BA	OBP	SLG	OPS	OPS+
Escobar, 2019	636	94	171	29	**10**	35	118	325	50	.269	.320	511	.831	111
Suárez, 2019	575	87	156	22	2	49	103	329	70	.271	.358	.572	.930	134
Acuña, 2019	626	**127**	175	22	2	41	101	324		.280	.365	.518	.883	122
Acuña, 2020	160	46	40	11	0	14	29	93	38	.250	.406	.581	.987	155
Hernandez, 2020	233	35	66	**20**	0	3	20	95	24	.283	.355	.408	.763	106
Pérez, 2021	620	88	169	24	0	**48**	**121**	337	28	.273	.316	.544	.859	126
Peralta, 2021	487	57	126	30	**8**	8	63	196	46	.259	.325	.402	.728	96

Andrés Galarraga, 1998 (Bravos de Atlanta)
Galarraga conecta 44 jonrones y empuja 121 carreras con un elevado OPS de .991. No obtuvo ningún liderato, fue el año de los 70 jonrones de McGwire y 66 de Sosa, pero su OPS+ de 157 lo incluyen en la lista. Más importante, con esta temporada en Atlanta demostró que su calidad de bateador no estaba condicionada a jugar en el estadio de Denver favorable a los bateadores.

Bob Abreu, 1999 (Phillies de Philadelphia)
Este fue uno de los grandes años de "El Comedulce" Abreu. Primero en la liga en triples y tercero en bateo con .336 y en OBP con .446 BA, siendo este último el segundo mejor registro conseguido por jugador venezolano en la MLB, muy cerca del máximo de .448 de Cabrera 2011.

Richard Hidalgo, 2000 (Astros de Houston)
Hidalgo tuvo la mejor temporada de su carrera con 44 HR, el tercer máximo registro para un venezolano en la MLB, .636 de SLG, 1.028 de OPS y un BA de .314. A pesar de esos números, Hidalgo no obtuvo ningún liderato, eran los años de los grandes números ofensivos en la MLB. Su OPS^+ fue de 147. Sus 89 extrabases y su SLG de .636 son máximos para un venezolano en la MLB, compartido el primero con Galarraga y el segundo con Cabrera, lo cual le permite ingresar en la lista al satisfacer el Criterio 3.

Bob Abreu, 2002 (Phillies de Philadelphia)
Abreu encabezó este año la liga en dobles con 50, fue el primer venezolano en llegar a esa cifra, y terminó con elevados promedios de OBP de .413 y OPS de .934.

Magglio Ordoñez, 2002 (Medias Blancas de Chicago)
A pesar de no haber encabezado ningún departamento ofensivo, Magglio tuvo una gran temporada finalizando con 38 HR, 135 RBI y .320 BA. Su OPS+ de 154 lo incluye como temporada extraordinaria (Criterio 2).

Melvin Mora, 2004 (Orioles de Baltimore)
Esta fue la mejor temporada en la carrera de Mora, finalizando líder de la liga con un OBP de .419 y con excelentes promedios de .340 BA y .981 OPS.

Magglio Ordoñez, 2007 (Tigres de Detroit)
Ordoñez tuvo una temporada excepcional siendo el líder de la liga en bateo con un BA de .363 y en dobles con 54, teniendo además 28 jonrones y elevadas cifras de 139 RBI y 1.029 OPS. Sus 54 dobles son la máxima cifra histórica para un venezolano.

Carlos González, 2010 (Rockies de Colorado)
González tuvo su mejor temporada mostrándose como uno de los mejores bateadores del béisbol encabezando la liga en tres departamentos, bateo con .336, hits con 197 y bases totales con 351, empujando además 117 carreras y alcanzando un OPS de .974.

Miguel Cabrera, 2010 (Tigres de Detroit)
En la que puede considerarse como la primera super-temporada de Cabrera, encabeza la liga en tres departamentos, 126 RBI, .420 OBP y OPS+ con 178, además de un SLG de .622 y un BA de .328. Por primera vez excede la trilogía de los .300, .400 y .600 para los parámetros BA, OBP y SLG.

Miguel Cabrera, 2011 (Tigres de Detroit)
Cabrera encabeza la liga en tres departamentos, bateo con .344, OBP con .448 y dobles con 48, también en juegos con 161 y termina con un elevado OPS de 1.033. Este OBP es el mayor conseguido por un venezolano en la MLB.

Miguel Cabrera, 2012 (Tigres de Detroit)
Cabrera fue líder en seis (6) departamentos (HR, RBI, BA, TB, SLG y OPS) conquistando la triple corona de bateo, hazaña no conseguida por ningún otro jugador en los 45 años previos de la MLB. El TB es el máximo alcanzado por un venezolano en las grandes ligas. Fue distinguido con el máximo honor de jugador MVP (más valioso de la liga).

Miguel Cabrera, 2013 (Tigres de Detroit)
Cabrera fue líder en seis (6) departamentos (BA, OBP, SLUG, OPS, OPS+ y wRC+) con números respectivos de .348, .442, .636, 1.078, 190 y 193, todos superiores a los conseguidos el año 2012, y por segunda vez excede la trilogía de .300, .400 y .600 para los parámetros BA, OBP y SLG. Sus valores de SLG, OPS, OPS+ y wRC+ son registros máximos históricos para un venezolano. Al final de la temporada fue reconocido por segunda vez con el premio al jugador más valioso (MVP).

Miguel Cabrera, 2014 (Tigres de Detroit)
Cabrera obtiene el liderato en doble con 52 pero disminuye sus números en relación a la temporada anterior, finalizando sin embargo con .313 de promedio, 25 HR y 109 RBI.

José Altuve, 2014 (Astros de Houston)
Altuve tuvo una temporada extraordinaria liderando ambas ligas con .341 BA y 225 hits (H), y la Liga Americana en bases robadas con 56, quedando segundo en dobles (2B) con 47.

Víctor Martínez, 2014 (Tigres de Detroit)
En una temporada extraordinaria Martínez fue el líder de la liga en OBP con .409 y en OPS con .974, finalizando con 32 HR, 103 RBI y .335 BA.

Miguel Cabrera, 2015 (Tigres de Detroit)
Las lesiones lo limitaron a 119 juegos lo cual no le impidió sin embargo conquistar su cuarto título de bateo con promedio de .338 y su cuarto título de promedio de embasado (OBP) con un elevado .440.

David Peralta, 2015 (Cascabeles de Arizona)
En su primera temporada completa en la MLB David Peralta encabezó la Liga Nacional con 10 triples y fue sexto en SLG (.522) con promedio de bateo de .312. Peralta fue novato del año del

equipo de Arizona en su estreno (2014), cerca de cumplir los 27 años, luego de una sorprendente transición de lanzador a bateador; varias lesiones le llevaron a un retiro temporal y a su posterior surgimiento como buen bateador en una liga independiente.

José Altuve, 2015 (Astros de Houston)
Altuve fue el líder de la liga en hits conectados con 200, segunda temporada que alcanza esta cifra, encabezando además la liga en turnos al bate (638).

José Altuve, 2016 (Astros de Houston)
Nuevamente Altuve encabeza la liga en hits con 216 y en bateo (BA) .338, acompañado con elevados promedios OBP de .396 y OPS de .928.

Cesar Hernández, 2016 (Phillies de Philadelphia)
Este año Cesar Hernández sorprende encabezando ambas ligas con 10 triples, empatado con otros dos jugadores, y alcanza un buen promedio de bateo de .294.

Miguel Cabrera, 2016 (Tigres de Detroit)
Por primera vez en los últimos 7 años, Cabrera no lidera un departamento ofensivo culminando la temporada con promedio de .316, 38 jonrones y 108 RBI, pero su elevado OPS+ de 155 hace de esta otra temporada extraordinaria.

José Altuve, 2017 (Astros de Houston)
En el que ha sido hasta ahora su mejor año, Altuve fue el líder de la liga en hits (H) por cuarta temporada consecutiva superando nuevamente los 200 imparables, con 204, y en promedio de bateo (BA) por tercera vez con .346[14].

Yolmer Sánchez, 2018 (Medias Blancas de Chicago)
Sánchez encabezó la Liga Americana en triples con 10 por lo que entra como temporada extraordinaria, aun cuando sus promedios de bateo BA, OPS y OPS^{+} estuvieron por debajo del promedio de la liga.

Eduardo Escobar, 2019 (Cascabeles de Arizona)
En la que ha sido su mejor temporada Escobar encabezó la liga en triples (3B) y sus 118 carreras impulsadas (RBI) lo colocaron en el cuarto puesto en la Liga Nacional. Terminó con 29/10/35 en 2B/ 3B/HR, lo que lo puso muy cerca de entrar en el selecto grupo de jugadores que alcanzaron o excedieron los valores de 30/10/30 en una temporada.

Eugenio Suárez, 2019 (Rojos de Cincinnati)
Suárez conectó 49 jonrones y llegó a encabezar en algún momento este departamento en la Liga Nacional, pero finalmente quedó en el segundo puesto. Pese a no encabezar ningún renglón ofensivo y tener un OPS^{+} por debajo de 150, impuso record de HR para un venezolano en la MLB lo que satisface el Criterio 3 y entra en la lista.

[14] En esta temporada Altuve obtuvo todos los premios posibles: Jugador del Año de la revista *The Sporting News*, el *Hank Aaron Award* de la MLB al más distinguido productor ofensivo, Jugador del Año de la revista *Baseball America*, el premio *Outstanding Player* de la Asociación de Peloteros de la MLB, el cual es votado por los propios jugadores, el Bate de Plata y el Jugador más Valioso (MVP) de la Liga Americana. También obtuvo el Premio Luis Aparicio, galardón que se entrega al mejor jugador venezolano de la temporada de las Grandes Ligas.

Ronald Acuña, 2019 (Bravos de Atlanta)

Con solo 21 años Acuña es líder de la Liga Nacional en careras anotadas (R) con 127 y también encabeza la liga en bases robadas con 37 y apariciones en el plato (PA) con 715. Una lesión la última semana de la temporada probablemente impidió su ingreso al muy selecto grupo 40-40 de solo 4 jugadores que alcanzaron o excedieron los 40 jonrones y las 40 bases robadas en una temporada. Terminó con 41 HR y 37 bases robadas.

Cesar Hernández, 2020 (Indios de Cleveland)
Cesar fue líder en dobletes (2B) en la Liga Americana con 20 en esta temporada recortada a 60 juegos por la pandemia del COVID-19, siendo ésta su segunda temporada extraordinaria.

David Peralta, 2021 (Cascabeles de Arizona)
En su segunda temporada extraordinaria, a sus 34 años David encabeza de nuevo la Liga Nacional en triples (3B) con 8.

Salvador Pérez, 2021 (Royals de Kansas City)
Salvador sorprende a muchos al convertirse en el mejor jonronero e impulsador de las dos ligas. Luego de una reñida competencia empata el liderato jonronero (48) con Vladimir Guerreo, supera al fenómeno Ohtani (46) y encabeza la MLB con 121 carreras impulsadas (RBI). Sus 48 jonrones es la segunda mejor marca para un venezolano en la MLB, solo superada por Eugenio Suárez (49).

c. Comparación de las temporadas extraordinarias usando los parámetros tradicionales

¿Cuál de las 38 temporadas descritas en la Tabla 4.15.1 puede considerarse la de mejor despliegue ofensivo? Para encontrar una respuesta tenemos que establecer ciertos criterios para darle una valoración a cada uno de los renglones ofensivos. Parece razonable que no se le otorgue el mismo peso a un sencillo que a un doble, o a un triple o a un jonrón. Por otro lado, las carreras empujadas (RBI) o las carreras anotadas (R), aunque son esenciales en el juego, hay que reconocer que dependen no solo de la habilidad del jugador sino también de la habilidad de los otros jugadores, y son producto de las oportunidades que tuvo el bateador de encontrar a compañeros en las bases (RBI) o de ser empujado el mismo al plato por otros bateadores (R).

Con el propósito de darle una valoración cuantitativa a cada una de las temporadas extraordinarias, se propone combinar los seis (6) renglones ofensivos que se listan a continuación, mediante un factor de peso que intenta valorizar la contribución de cada uno. Se propone un factor de 0.5 para las bases por bolas (BB) por considerarla menos importante que un sencillo (1B) que tiene un factor de 1. El sencillo es capaz de mover los corredores en más de una base, mientras que la BB no lo hace. El 2B, el 3B y el HR tienen factores iguales a 2, 3 y 4, respectivamente, los cuales reflejan su creciente importancia relativa y representan al número de bases que ellos alcanzan. A las carreras empujadas se les ha asignado arbitrariamente un factor de 2,5 tomando en cuenta que dependen no solamente del esfuerzo del bateador en el plato, sino también de la contribución de sus compañeros que han podido embasarse. Las carreras anotadas no se incluyen porque se considera que no es una contribución ofensiva del bateador, sino de los otros jugadores que llevan (empujan) la carrera, excepto en el caso de la carrera anotada con un jonrón el cual ya está valorado en HR.

La siguiente fórmula se propone entonces para determinar un parámetro que se puede denominar VOT el cual cuantifica el *valor ofensivo de la temporada*:

$$\text{VOT} = \frac{0{,}5 \text{ x BB} + 1 \text{ x 1B} + 2 \text{ x 2B} + 3 \text{ x 3B} + 4 \text{ x HR} + 2{,}5 \text{ x RBI}}{\text{AB}} \qquad (4.15.1)$$

Donde VOT se calcula dividiéndolo entre el número de turnos oficiales al bate (AB) para incorporar las oportunidades que tuvo el bateador en su producción ofensiva. Notando que 1x1B + 2x2B + 3x3B + 4xHR es igual al número total de bases alcanzadas, TB, la fórmula anterior puede simplificarse a:

$$VOT = \frac{0{,}5 \text{ x } BB+TB+2{,}5 \text{ } RBI}{AB} \qquad (4.15.2)$$

Se observa que el término intermedio (TB/AB) del VOT es el *slugging* o SLG (Ver Anexo I) pero a éste se le ha añadido la influencia de conseguir boletos (BB/AB) y empujar carreras (RBI/AB) con sus pesos respectivos. VOT no tiene unidades, es simplemente un índice del poder ofensivo. Por ejemplo, un jugador que tenga 2 sencillos en 5 apariciones tendría un VOT de 0,400 pero si adicionalmente empujó una carrera se eleva a 0,900, y otro jugador con 1 doble, 1 jonrón y 2 carreras empujadas en las mismos 5 apariciones tendría 2,200. Aun cuando se pudiesen definir otros criterios distintos al VOT, los autores consideran que éste cuantifica razonablemente los principales elementos que contribuyen al rendimiento ofensivo de un bateador.

La Tabla 4.15.2 presenta los resultados obtenidos al aplicar la fórmula del VOT a los datos descritos en la Tabla 4.15.1. Bajo este criterio se concluye que la mejor temporada es la de Miguel Cabrera el año 2013 con un VOT de 1,334, seguido por el mismo Cabrera en el 2010 con 1,278, por Ordoñez con 1,243, por Hidalgo con 1,233 y por Galarraga en 1996 con 1,232, quienes ocupan los cinco primeros lugares. La temporada de Cabrera el 2012 donde ganó la triple corona ocupa el sexto lugar entre las más extraordinarias con un VOT de 1,218.

Tabla 4.15.2. Mejores temporadas de un bateador venezolano en las grandes ligas usando las estadísticas tradicionales agrupadas en el VOT (valor ofensivo de la temporada).

Posición	Temporada	VOT
1	Cabrera, 2013	1,334
2	Cabrera, 2010	1,278
3	Ordoñez, 2007	1,243
4	Hidalgo, 2000	1,233
5	Galarraga, 1996	1,232
6	Cabrera, 2012	1,218
7	Ordoñez, 2002	1,214
8	Galarraga, 1997	1,213
9	Galarraga, 1998	1,196
10	Acuña, 2020	1,153
11	Galarraga, 1993	1,149
12	Cabrera, 2011	1,139
13	González, 2010	1,130
14	Mora, 2004	1,095
15	Martínez, 2014	1,086
16	Suárez, 2019	1,081
17	Cabrera, 2016	1,080
18	Abreu, 1999	1,075
19	Cabrera, 2015	1,066

Posición	Temporada	VOT
20	Pérez, 2021	1,054
21	Armas, 1984	1,037
22	Cabrera, 2014	1,019
23	Escobar, 2019	1,014
24	Peralta, 2015	0,991
25	Abreu, 2002	0,983
26	Altuve, 2016	0,953
27	Galarraga, 1988	0,950
28	Altuve, 2017	0,940
29	Armas, 1981	0,933
30	Acuña, 2019	0,921
31	Peralta, 2021	0,773
32	Altuve, 2015	0,744
33	Altuve, 2014	0,704
34	Tovar, 1970	0,689
35	Hernandez, 2020	0,674
36	Sánchez, 2018	0,642
37	Hernández, 2016	0,632
38	Tovar, 1971	0,574

d. Mejorando la evaluación con la incorporación de la Sabermetría

Los resultados obtenidos con el uso de los parámetros tradicionales de bateo (Tabla 4.15.1) tienen el inconveniente de que valoran por igual el poder ofensivo de jugadores que actuaron en diferentes épocas y en diferentes estadios, cuando es reconocida la influencia que éstos tienen en el rendimiento. Por ejemplo, Richard Hidalgo queda catalogado en el cuarto puesto de las mejores temporadas (Tabla 4.15.2), por encima del sexto puesto de Miguel Cabrera del 2012, lo cual se explica al observar su elevado OPS de 1.028 el cual es mayor que el .999 de Cabrera. ¿Fue por ello Hidalgo en el 2000 mejor que Cabrera en el 2012? Para responder esto de manera más objetiva se debe notar que el .999 de Cabrera fue el mayor en ambas ligas, ningún jugador alcanzó los 1.000, mientras que el 1.028 de Hidalgo ocupó el puesto 13 en un año claramente favorable a los bateadores cuando 19 peloteros sobrepasaron la barrera de 1.000 de OPS. Efectivamente, Hidalgo tuvo mayor OPS que Cabrera 2012, pero el desempeño de Cabrera en ese mismo renglón OPS fue superior cuando se compara con el desempeño del resto de los jugadores. Ésta es una debilidad de los parámetros tradicionales que es subsanada al usar los parámetros sabermétricos.

Otro aspecto a considerar al comparar el desempeño ofensivo es que hay unos estadios más favorables a los bateadores debido a las diferentes dimensiones de cada uno y a la densidad del aire del sitio. En un aire menos denso como el de Denver, la pelota vuela más rápido y alcanza mayores distancias (Ver Cap. 2.2). Por ejemplo, en el estadio de los Rancheros de Texas se anotaron un 35 % más de carreras que las que se anotaron cuando el equipo jugó fuera de su estadio; en el de Denver ese número fue un 27%, mientras que la situación opuesta ocurrió en Miami donde se anotaron 35% menos carreras en casa que fuera de ella, todos referidos al año 2018. De allí que se tiene un Factor de Estadio (*Park Factor*) PF=1,35 para el estadio de los Rancheros, PF=1,27 para el estadio de los Rockies y PF=0,65 para el estadio de los Marlins. Los dos primeros son estadios favorables al bateo y el último es favorable a los lanzadores. El PF no es un valor fijo, cambia cada año y se puede referir a otros parámetros ofensivos además de las carreras anotadas. Los factores de estadio aquí citados son tomados del portal de ESPN (Ver ESPN, 2016). Debe tenerse presente que no existe una unidad absoluta de criterio para su cálculo y se pueden encontrar diferencias con los valores que dan otras fuentes como *Baseball Reference* y *FansGraphs*.

Se destaca entonces que una mirada más objetiva al desempeño ofensivo requiere tomar en cuenta el rendimiento individual, pero refiriéndolo al rendimiento promedio del resto de los jugadores en esa temporada. Igualmente, la objetividad requiere de incorporar la influencia favorable o desfavorable al bateo que tienen los diferentes estadios. Es aquí donde los parámetros sabermétricos han hecho un aporte significativo al beisbol que permite una valoración más objetiva del desempeño de los jugadores en general, al incorporar nuevos elementos que permiten comparar rendimientos en distintas épocas, distintas ligas y en distintos estadios. Por ejemplo, volviendo a la comparación mencionada entre las temporadas de Hidalgo y Cabrera 2012 en donde el OPS de Hidalgo (1.028) superó el de Cabrera (.999), se puede apreciar que el parámetro sabermétrico OPS ajustado (OPS+) el cual incorpora las correcciones citadas (ver Anexo I) y se define más adelante, resulta ser mayor para Cabrera (164) que para Hidalgo (147) poniendo en evidencia la mejor evaluación que provee la sabermetría.

<u>Parámetros sabermétricos</u>

La sabermetría ha causado una revolución en el mundo del béisbol al incorporar nuevos parámetros de evaluación basados en estudios estadísticos los cuales permiten una evaluación más objetiva del desempeño. Para el propósito de este trabajo se seleccionaron dos parámetros sabermétricos para calificar el desempeño ofensivo, ambos tienen el mismo objetivo, pero difieren en el cálculo. Uno

es el OPS+ del portal *Baseball Reference* y el otros es el wRC+ del portal *FanGraphs*. El portal MLB no contiene (todavía) estos parámetros. No se consideran aquí otros parámetros sabermétricos como el WAR que consideran el desempeño global del jugador (ofensivo, defensivo, corrido de bases) ni el Offensive WAR de *Baseball Reference* ni el RC (carreras creadas) de Bill James, dado que estos incluyen el corrido de bases y la intención de este trabajo es valorar únicamente el desempeño en el bateo.

El Parámetro OPS+

El parámetro tradicional OPS es la suma de la capacidad de embasarse (OBP) y el *slugging* o poder del bateador (SLG). El parámetro sabermétrico OPS+, también llamado OPS ajustado, es una corrección al OPS tomando en cuenta el promedio de todos los jugadores de la liga en determinado año y el efecto del estadio donde el jugador se desempeñó. El cálculo de OPS+ ha sido convenientemente diseñado para que un OPS+ igual a 100 sea el promedio de la liga y cada punto por encima o por debajo de 100 es un punto porcentual por encima o por debajo del promedio. Por ejemplo, un OPS+ de 150 significa que el jugador produce un 50% más que el promedio de la liga, y un OPS+ de 80 quiere decir que produce un 20% menos que el promedio. El OPS+ es un parámetro más adecuado que el OPS porque permite comparar peloteros de diferentes épocas y diferentes ligas y estadios. Como ejemplo, en el año 2018 solo un 10% de jugadores calificados tuvieron un OPS+ de 136 o más. Los jugadores calificados son aquellos que alcanzaron las 502 apariciones en el plato. El mayor OPS+ del 2018 fue de Mike Trout con 199. Miguel Cabrera obtuvo en el 2013 un valor de190.

Las fórmulas para el cálculo de OPS y OPS+ se presentan en el Anexo I. Mayores detalles de OPS+ se pueden consultar en el portal de *Baseball Reference*.

El Parámetro wRC+

El parámetro sabermétrico wRC+ recibe el nombre de carreras creadas ponderadas y ajustadas. Las *carreras creadas* son el número de carreras que un bateador contribuye a su equipo durante la temporada. Es un concepto distinto al de las carreras anotadas (R) las cuales dependen de lo que hagan otros jugadores. Las carreras creadas solo dependen del bateador. En el parámetro wRC+ se introducen dos ajustes, uno que toma en cuenta los promedios del resto de jugadores en el año lo cual permite la comparación de jugadores en diferentes épocas, y otro que incorpora el factor del estadio (*park factor*). Similarmente al OPS+, la fórmula está escalada de forma tal que 100 corresponde al promedio de la liga y cada punto por encima o por debajo de 100 es un punto porcentual por encima o por debajo del promedio. En el año 2018 solo un 10% de jugadores calificados tuvieron un wRC+ mayor o igual a 137. El mayor fue el de Mike Trout con 191. Miguel Cabrera obtuvo en el 2013 un extraordinario valor de193.

Las fórmulas para el cálculo se muestran en el Anexo I. Mayores detalles se pueden consultar en el portal *Fangraphs*.

e. Comparación de las temporadas extraordinarias usando las estadísticas sabermétricas

La Tabla 4.15.3 presenta los parámetros sabermétricos OPS+ y wRC+ correspondientes a las 38 temporadas extraordinarias de los jugadores venezolanos. Nótese la gran similitud entre los valores de OPS+ y wRC+. Los números en negritas indican líder de ese departamento en su respectiva liga. Reconociendo que ambos parámetros se expresan en la misma forma con base a un valor medio de 100, se decidió promediarlos para disponer de un solo valor numérico que permita responder a la interrogante de cuál fue la mejor temporada ofensiva.

Tabla 4.15.3. Mejores temporadas de un bateador venezolano en las grandes ligas usando los parámetros sabermétricos, ordenadas por promedio de OPS+ y wRC+.

Posición	Temporada	OPS+	wRC+	Promedio de OPS+ y wRC+
1	Cabrera, 2013	190	193	191,5
2	Cabrera 2011	179	177	178
3	Cabrera, 2010	178	171	174,5
4	Martinez, 2014	172	168	170
5	Ordoñez, 2007	166	169	167,5
6	Cabrera, 2015	169	164	166,5
7	Cabrera, 2012	164	166	165
8	Altuve, 2017	160	160	160
9	Mora, 2004	155	159	157
10	Galarraga 1998	157	156	156,5
11	Acuña, 2020	155	158	156,5
12	Ordoñez, 2002	154	155	154,5
13	Cabrera, 2016	155	153	154
14	Altuve 2016	155	152	153,5
15	Galarraga, 1988	150	154	152
16	Galarraga, 1993	150	150	150
17	Abreu, 2002	151	148	149,5
18	Abreu, 1999	147	151	149
19	Cabrera, 2014	150	148	149
20	Hidalgo, 2000	147	149	148
21	González 2010	143	144	143,5
22	Peralta, 2015	137	137	137
23	Altuve, 2014	135	137	136
24	Suárez, 2019	134	133	133,5
25	Galarraga, 1997	131	131	131
26	Pérez, 2021	126	127	126,5
27	Armas, 1981	126	124	125
28	Galarraga, 1996	127	123	125
29	Altuve, 2015	125	124	124,5
30	Acuña, 2019	122	126	124

Tabla 4.15.3 (Continuación). Mejores temporadas de un bateador venezolano en las grandes ligas usando los parámetros sabermétricos, ordenadas por promedio de OPS+ y wRC+.

Posición	Temporada	OPS+	wRC+	Promedio de OPS+ y wRC+
31	Armas, 1984	121	119	120
32	Tovar, 1970	117	116	116,5
33	Escobar, 2019	111	109	110
34	Hernandez, 2020	106	110	108
35	Hernández, 2016	106	107	106,5
36	Tovar, 1971	104	104	104
37	Peralta, 2021	96	93	94,5
38	Sanchez, 2018	86	87	86,5

Los resultados luego de promediar se muestran en la última columna de la Tabla 4.15.3, ordenados de mayor a menor promedio aritmético: la suma de OPS+ y wRC+ dividida entre 2. De acuerdo a este criterio, la mejor temporada ofensiva resulta ser la de Miguel Cabrera del año 2013 con 192 puntos, seguida de Cabrera 2011 con 178, Cabrera 2010 con175, Martínez 2014 con 170, Ordoñez 2007 con 168, Cabrera 2012 con 165 y Altuve 2017 con 160. Como algo curioso, la temporada de Cabrera 2012 cuando ganó la triple corona queda en el puesto 7.

Comparando los resultados de usar los parámetros tradicionales (Tabla 4.15.2) con los sabermétricos (Tabla 4.15.3), se aprecia el efecto de incluir la influencia que tiene el año, la liga y el estadio en el análisis. Carlos González desciende del puesto 11 (parámetros tradicionales) al 16 (parámetros sabermétricos) influenciado por el hecho de haber jugado en Denver que en ese año 2010 fue el estadio más favorable a los bateadores (PF=1.364 según ESPN). Por razones similares, Galarraga en 1996 donde obtuvo los registros de 47 HR y 150 RBI desciende del puesto 5 con los parámetros tradicionales al puesto 18 con los sabermétricos, mientras que su temporada de 1998 en Atlanta con menos HR y RBI que la de 1996 sube al puesto 7 (parámetros sabermétricos) al jugar en un estadio menos favorable a los bateadores (PF=99 según *FanGraphs* quien usa una escala normalizada a 100 para un estadio neutro, donde mayor que 100 significa favorable a los bateadores y menor que 100 favorable a los lanzadores).

Igualmente se nota que Hidalgo desciende del puesto 4 al considerar los parámetros tradicionales al puesto 15 al considerar los sabermétricos, debido a que el año 2000 fue un año de grandes rendimientos ofensivos, el año pico en la llamada era de los esteroides cuando existían menos controles al uso de sustancias facilitadoras del desempeño (las pruebas de dopaje comenzaron el año 2003). Los parámetros sabermétricos corrigen por estas anomalías estadísticas. Por otro lado, la sabermetría favorece a Altuve 2017 y reconoce su extraordinario desempeño en relación al resto de jugadores en ese año, además de incorporar el hecho que el estadio de Houston fue el menos favorable a los bateadores en la MLB (PF o Factor de Estadio igual a 0.826 según ESPN), pasando del puesto 18 (parámetros tradicionales) al puesto 7 (parámetros sabermétricos). Martínez es un caso similar al ascender desde el puesto 13 (tradicionales) al puesto 4 (sabermétricos); a pesar de

que el estadio de los Tigres tuvo un PF de 1.00 (factor neutro) su producción ofensiva estuvo muy por encima de la del promedio de la liga.

f. Síntesis y Conclusiones

- Del análisis del desempeño de los jugadores venezolanos en la MLB en el lapso 1939-2018 se identificaron 38 temporadas ofensivas extraordinarias que corresponden a 18 jugadores los cuales se nombran por orden cronológico: Cesar Tovar, Antonio Armas, Andrés Galarraga, Bob Abreu, Richard Hidalgo, Magglio Ordoñez, Melvin Mora, Carlos González, Miguel Cabrera, José Altuve, Víctor Martínez, David Peralta, Cesar Hernández, Yolmer Sánchez, Eduardo Escobar, Eugenio Suárez, Ronald Acuña y Salvador Pérez. Dentro de las 37 temporadas, Cabrera repite con 7 de ellas, Galarraga con 5, Altuve con 4 y Tovar, Armas, Abreu, Ordoñez, Hernández y Peralta con 2

- Se compararon las 37 temporadas extraordinarias mediante el uso de parámetros ofensivos tradicionales y parámetros sabermétricos. Para integrar los diferentes parámetros tradicionales de bateo se definió el factor VOT o *valor ofensivo de la temporada*, el cual sintetiza la producción ofensiva de un bateador. Para sintetizar dicha producción con los parámetros sabermétricos, se utilizó el criterio del promedio aritmético de los parámetros OPS+ y wRC+, el primero es utilizado por *Baseball Reference* y el segundo por *FanGraphs*. Se destaca que los parámetros sabermétricos suministran una evaluación más objetiva del desempeño al incorporar elementos que permiten comparar rendimientos en distintas épocas, en distintas ligas y en distintos estadios.

- Ambos procedimientos, el tradicional y el sabermétrico, conducen al mismo resultado: la mejor temporada de un bateador venezolano en las grandes ligas ha sido la que tuvo Miguel Cabrera en el año 2013. Esa temporada fue superior a su temporada del año 2012 cuando ganó la triple corona de bateo. La Figura 4.15.2 muestra una foto de Cabrera en el momento de conectar la pelota.

- Al incorporar la sabermetría los siete primeros puestos están ocupados por Cabrera 2013, 2011 y 2010, Martínez 2014, Ordoñez 2007, Cabrera 2015 y Cabrera 2012. Los siete primeros puestos con los parámetros tradicionales son Cabrera 2013 y 2010, Ordoñez 2007, Hidalgo 2000, Galarraga 1996, Cabrera 2012 y Ordoñez 2002. Las brillantes temporadas de Hidalgo y Galarraga están desfavorecidas en su evaluación sabermétrica porque ocurren en una época de grandes producciones ofensivas influenciadas por el uso de sustancias facilitadoras del desempeño (era de los esteroides) y adicionalmente en el caso de Galarraga por jugar en un estadio favorable a los bateadores.

- El enfoque seguido en este trabajo fue de evaluar únicamente el desempeño ofensivo. No se incluye aquí la evaluación de otros aspectos del juego, tales como la defensiva y el corrido o robo de bases, ni tampoco el desempeño de los lanzadores.

Figura 4.14.1.

Figura 4.15.2.

La mejor temporada de un bateador venezolano en las Grandes Ligas es la de Miguel Cabrera el año 2013. Foto cortesía Radio Habana Cuba.

4.16 ¿Cuál es la distancia que recorren los jonrones en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas?

El modelo matemático desarrollado por los autores (Capítulo 1) suministra una vía y una oportunidad para estudiar los jonrones del pasado conectados en nuestros estadios, así como también los futuros jonrones que serán conectados. Los autores no conocen de estudios previos para determinar la distancia de los jonrones que se conectan en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas o en cualquier otro estadio del país.

La metodología que se propone para responder a la interrogante planteada en el título de este capítulo contempla las fases que se describen a continuación. Esta metodología ha sido aplicada con la colaboración de Fermín y Atencio (2019) en su tesis de grado para optar al Título de Ingeniero Civil en la Universidad Central de Venezuela, bajo la tutoría de los autores de este libro.

- Construcción de un modelo digital 3D del estadio.
- Sectorización de las gradas y representación mediante elementos discretos (celdas).
- Definición de escenarios y datos de entrada al modelo de simulación.
- Influencia del ángulo y rapidez de salida.
- Simulación con el modelo matemático para determinar distancias que recorrerían los jonrones.

a. Construcción de un modelo digital 3D del estadio

El objetivo es conocer las coordenadas espaciales (x,y,z) de los puntos donde impacte la bola en las gradas. Para ello, se construyó un modelo digital del estadio basado en los planos originales del proyecto del Arq. Carlos Raúl Villanueva elaborado en 1951, complementado con un levantamiento topográfico efectuado en el sitio para corroborar las medidas indicadas en los planos. El levantamiento fue hecho por el Departamento de Geodesia de la Facultad de Ingeniería de la UCV bajo la coordinación del Prof. Douglas Bravo.

Para el levantamiento topográfico se usó un equipo Estación Total (marca Topcon modelo GTS-239W) que tiene capacidad de medir ángulos, distancias y niveles con gran precisión (± 0,3 mm). Se levantaron varias secciones longitudinales desde el plato en dirección hacia los jardines hasta alcanzar el punto más elevado de las gradas. Las secciones se expandieron radialmente hasta cubrir todo el campo de juego. En la Tabla 4.16.1 se muestran las distancias del plato a las gradas en los jardines, a lo largo de las líneas de *foul* del jardín izquierdo y del jardín derecho y de la línea que une el plato con la segunda base y se extiende al jardín central. Son distancias medidas entre la esquina trasera del plato y el pie del muro donde comienzan las gradas, y se comparan con las señalizaciones que hay en el estadio. Para la línea de *foul* del jardín izquierdo las mediciones indican una distancia de 344,0 ft (104,8 m) y en la pared del muro se señala 347 ft (105,8 m), es decir que la grada está 3 pies (0,91 m) más cerca del plato (ver Figura 4.16.1.a). La medición en el jardín central resulta ser de 384,7 ft (117,26 m), muy cercana al valor de 385 ft (117,35 m) indicado en la señalización (Figura 4.16.1.b). En el jardín derecho, las mediciones indican 343,1 ft (104,6 m) y la señalización muestra 347 ft (105,8), es decir que realmente la grada esta 3,9 ft (1,2 m) más cerca del plato. Las mediciones de altura indican que las últimas gradas del estadio se encuentran a una elevación entre 10,02 m (gradas en el LF) y 10,05 m (gradas en el RF) sobre el nivel del terreno, valores algo menores a la altura de 10,7 m indicada en los planos del proyecto. La distancia medida entre el plato (esquina trasera) y el montículo (borde delantero) fue de 18,45 m, los cual coincide bastante bien con las reglas del beisbol (MLB, 2018) que establece una distancia de 60 pies y 6 pulgadas, equivalentes a 18,44 m.

Tabla 4.16.1. Comparación entre señalizaciones en el estadio y mediciones realizadas de las distancias entre la esquina trasera del plato y el pié de las gradas.

	Distancias en pies		
	Jardín Izquierdo (En la línea de *foul*)	Jardín Central (En el centro)	Jardín Derecho (En la línea de *foul*)
Señalización en estadio UCV	347	385	347
Mediciones topográficas 2019	344	384,7	343,1

Figura 4.16.1.

Fotos del estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas, mostrando: a) línea de *foul* del jardín izquierdo, poste y señalización al pie de la grada indicando 347 ft; b) señalización de la distancia de 385 ft en lo más profundo del jardín central

La Figura 4.16.2 muestra una vita aérea del estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas. Para la construcción del modelo digital del estadio se utilizó el programa de diseño SketchUp a partir de una versión preliminar de un modelo 3D elaborada por Coronel (2010).

Figura 4.16.2.

Vista aérea del estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas (Ortofoto suministrada por el Dpto. de Geodesia, Facultad de Ingeniería, UCV).

b. Sectorización de las gradas y representación mediante elementos discretos

La discretización de las gradas del estadio consistió en dividirlas en 3 sectores y en 128 celdas rectangulares con unas dimensiones cada una de 10 m de largo por 4 m de ancho, excepto en los contornos de las líneas de *foul* donde su tamaño se adapta al espacio permisible. Cada uno de los 3 sectores corresponde a una zona de los jardines y se identifica con un color: color rojo para el jardín izquierdo, azul para el jardín central y verde para el jardín derecho. Las celdas se identifican con valores alfanuméricos (Figura 4.16.3). Cada celda se caracteriza por dos parámetros que se miden en el centro de la celda: una cota o altura con respecto al terreno de juego y una distancia horizontal medida desde la esquina trasera del plato.

c. Definición de escenarios y datos de entrada al modelo matemático de simulación

Las gradas del estadio han sido representadas por 128 celdas. El objetivo es usar el modelo matemático para determinar, mediante simulación numérica, las distancias que recorrerían los jonrones que alcancen cada una de dichas celdas[15]. Para realizar estas simulaciones con el modelo se tienen que conocer las variables de entrada, tales como rapidez inicial de la pelota bateada, ángulo vertical de salida, velocidad de rotación, así como variables vinculadas con las condiciones meteorológicas, tales como presión atmosférica, temperatura, humedad relativa y densidad del aire.

[15] Recordemos que la distancia que recorre el jonrón no es la distancia hasta el sitio de impacto en las gradas, sino la distancia horizontal que recorrería la bola sin ningún impedimento, es decir si hubiese aterrizado en algún sitio a nivel del terreno en lugar de chocar con las gradas del estadio (ver Cap.4.9).

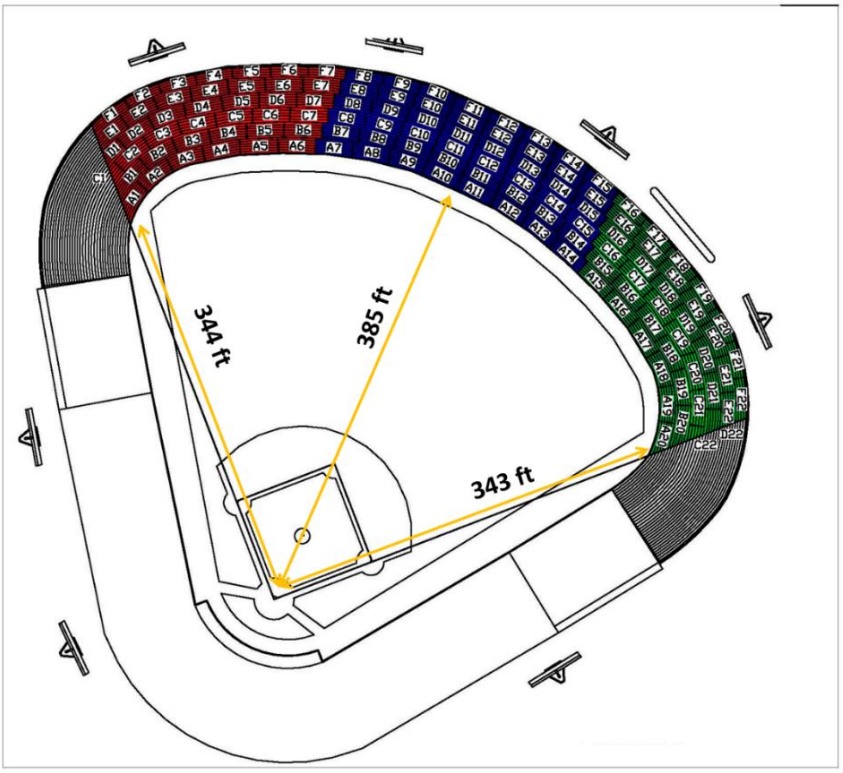


Figura 4.16.3.

Plano de planta mostrando la discretización de las gradas del estadio, representadas por 3 sectores y 128 celdas. Cada celda está identificada por un carácter alfanumérico. Los colores identifican los tres sectores del estadio: LF (rojo), CF (azul) y RF (verde). Se indican las distancias medidas en el trabajo de campo.

En primera instancia tenemos que reconocer que no recorre la misma distancia un jonrón bateado en línea que un jonrón bateado en elevado. Los datos de Statcast muestran que los jonrones bateados entre los años 2015 y 2019 tuvieron ángulos verticales de salida (θ_0) entre un mínimo de 13º y un máximo de 50º. De acuerdo a su ángulo salida, se definen entonces tres tipos o categorías diferentes de jonrones que se describen en la Tabla 4.16.2.

Tabla 4.16.2. Definición del tipo de jonrón de acuerdo al ángulo vertical de salida.

Tipo de Jonrón	**Ángulo vertical de salida θ_0 (grados)**	
	Rango	Promedio
Línea	13-25	19
Elevado	25-38	32
Gran elevado	38-50	44

El jonrón en línea se define como aquel cuyo ángulo de salida está comprendido entre 13º y 25º con un valor promedio de 19º. El jonrón en elevado tiene un rango entre 25º y 38º con un promedio de 32º. El jonrón denominado gran elevado es aquel bateado con ángulos comprendidos entre 38 y

50º con un valor promedio de 44º. Para las rapideces o velocidades de salida de la pelota usamos como referencia los registros de Statcast (2015-2020), que reportan jonrones con un valor máximo de 121,7 mph. Para las rapideces rotacionales usamos las mediciones indirectas hechas por Nathan (2013), que estimaron valores entre un mínimo de 650 rpm y un máximo de 3.500 rpm para 281 jonrones analizados. El valor medio está en el orden de 2.000 rpm.

El terreno del estadio se encuentra a una elevación de 855 metros sobre el nivel del mar, con una presión atmosférica correspondiente de 915 hPa. Los datos climatológicos indican que para los meses del año correspondientes a los juegos de pelota, la temperatura promedio es de 20,5º y la humedad relativa de 75%. Con esta información se puede calcular la densidad del aire, resultando ser igual a 1,08 kg/m^3.

d. Influencia del ángulo y rapidez de salida

Es evidente que pueden haber diferentes valores de velocidad (rapidez) de salida, ángulo vertical de despegue y rapidez rotacional que se combinen entre sí para lograr que la bola alcance a llegar a un sitio específico en las gradas. Por ejemplo, la Figura 4.16.4 ilustra este hecho para la celda F20 que está ubicada en lo más profundo del jardín derecho (ver Figura 4.16.3). La Figura 4.16.4 muestra 15 trayectorias posibles de batazos que llegan hasta el centro de la celda; a cada trayectoria le corresponde un ángulo de salida (desde 15° a 43°) y una rapidez inicial. En todos los casos se adoptó una rapidez rotacional constante e igual a 2.000 rpm y se supone que no hay viento. En la Figura 4.16.4 se indica también la distancia total recorrida por la pelota. Se aprecia que las mayores distancias (algunas pocas exceden los 500 pies) se alcanzan para los ángulos de salida más pequeños, los denominados jonrones en línea (Tabla 4.16.2). Los jonrones con grandes ángulos de salida son los denominados gran elevados y los jonrones con ángulos intermedios de salida son los denominados elevados.

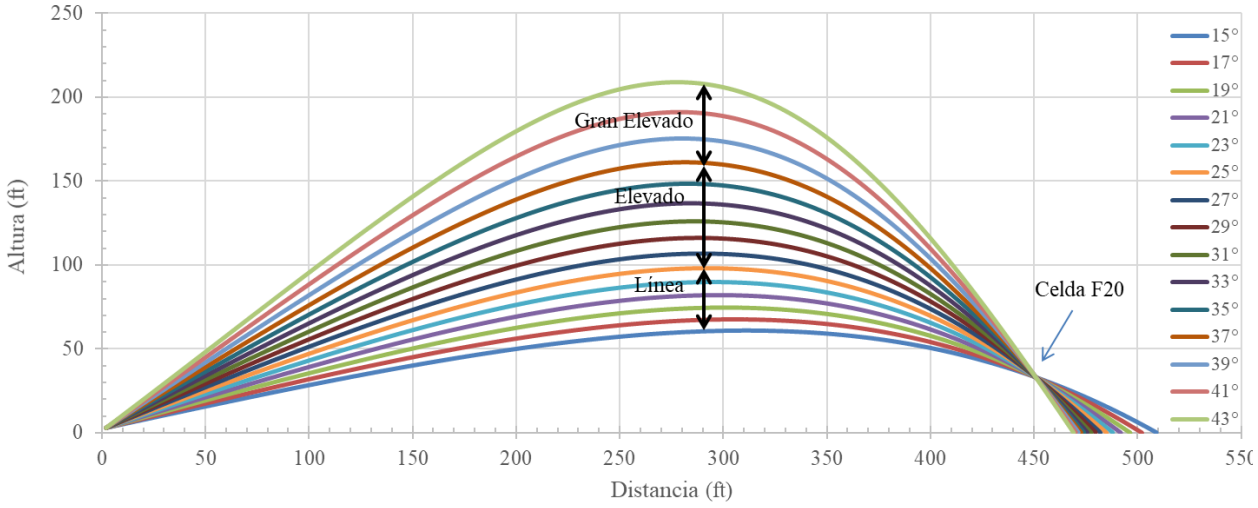


Figura 4.16.4.

Trayectorias del conjunto de pelotas bateadas que impactan en la Celda F20 saliendo con diferentes ángulos y rapideces (velocidades).

El ángulo de salida y la rapidez inicial de la pelota para cada una de las 15 trayectorias que llegan a la celda F20 mostradas en la Figura 4.16.4, se muestran en la Figura 4.16.5. Se indica allí también la distancia total recorrida por el jonrón. Seleccionando un valor del ángulo de salida, se entra al gráfico y el valor sobre la curva azul indica la rapidez de salida para que la bola impacte la celda

F20, mientras que el valor sobre la curva roja indica la distancia que alcanzaría el jonrón si no estuviese la grada.

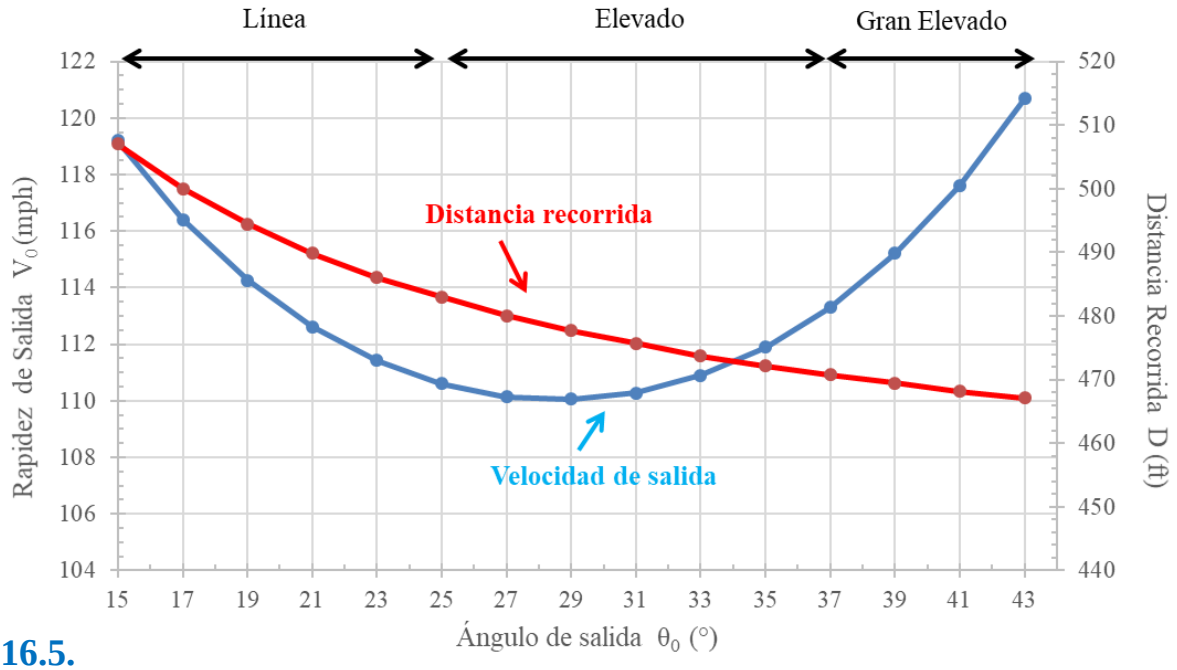


Figura 4.16.5.

Variación de la rapidez (velocidad) de salida de la pelota y de la distancia recorrida con el ángulo vertical de despegue para pelotas que hacen impacto en la Celda F20.

Se puede observar de la Figura 4.16.5 que para una velocidad de salida determinada hay dos ángulos posibles para que la bola alcance a llegar a la celda. Por ejemplo, con una rapidez de salida de 114 mph, las pelotas con ángulos de 19º y 38º aterrizan en F20. En el rango entre 15º y 29º, un aumento en el ángulo de salida de la bola requiere de menores velocidades para alcanzar dicha cel da. Esto se invierte para ángulos mayores de 29º, ya que la bola se eleva más por lo que requiere de mayores velocidades para llegar al sitio. El rango de los ángulos para cada categoría de jonrón considerado (línea, elevado o gran elevado) se muestra en el gráfico. Adicionalmente se muestra una curva que indica la distancia recorrida por el jonrón. Es claro que aumentos en el ángulo de salida de la bola, independientemente de la velocidad de salida, conducen a distancias recorridas menores (para la condición impuesta de que la bola aterrice en el mismo sitio de la grada). La máxima distancia recorrida se produce para un batazo en línea saliendo con un ángulo de 15º y una velocidad de 119 mph, alcanzando 507 ft de distancia horizontal.

e. Simulación con el modelo matemático para determinar distancias que recorrerían los jonrones

La metodología a seguir contempla ejecutar los siguientes pasos que deben repetirse para cada celda y para cada tipo de jonrón considerado:

Paso 1: Seleccionar el ángulo vertical de salida θ_0 promedio para el tipo de jonrón (Tabla 4.16.2).

Paso 2: Seleccionar para la rapidez rotacional el valor promedio ω = 2.000 rpm como primera aproximación en todos los casos.

Paso 3: Ejecutar el modelo matemático variando la rapidez inicial de salida V_0 dentro de los rangos dados por Statcast hasta conseguir que la bola impacte el centro de la celda.

Paso 4: En caso de que la bola, para el rango de rapideces V_0 considerado, no alcance el sitio deseado, variar θ_0 dentro del rango establecido (Tabla 4.16.2).

Paso 5: En caso de que todavía la bola no alcance a llegar al sitio de impacto, incrementar ω dentro del rango considerado.

Los resultados obtenidos se presentan en las tablas 4.16.3, 4.16.4 y 4.16.5 para cada categoría de jonrón considerada. Los colores rojo, azul y verde identifican a las gradas ubicadas en el jardín izquierdo, central y derecho, respectivamente.

f. Consideraciones finales

Las tablas 4.16.3, 4.16.4 y 4.16.5, pueden utilizarse para estimar las distancias que recorren los jonrones en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas. Basándose en la observación del jonrón, ya sea por una persona en el terreno de juego o del video, se debe determinar previamente en cuál de las tres categorías se encuentra el jonrón conectado (línea, elevado normal o elevado extraordinario). Para ello el encargado de esta determinación debe estar familiarizado con las trayectorias típicas asociadas con el tipo de jonrón, las cuales se muestran en la Figura 4.16.5. Una vez identificado el tipo de jonrón, y la celda donde se produjo el impacto de la bola, la lectura en la tabla correspondiente suministra la distancia que recorrió el jonrón.

Este fue el procedimiento usado en el pasado en los estadios de la MLB para determinar la distancia recorrida por los jonrones (ver Capítulo 4.9). Cada estadio disponía de unas tablas como las desarrolladas en esta investigación, para estimar dicha distancia. Este método fue utilizado en el siglo XX y también a principios de este siglo hasta que la aparición del sistema Statcast en el año 2015 suministró un método de mayor confiabilidad el cual fue implantado en todos los estadios de la MLB; el sistema mide en tiempo real la velocidad y el ángulo vertical de salida y utiliza un modelo matemático similar al utilizado en este libro para calcular la distancia recorrida por el jonrón que se muestra en las pantallas de televisión pocos segundos de ocurrido el batazo. En la mayoría de los estadios del planeta que no cuentan con la tecnología de Statcast se mantiene el uso de tablas para estimar las distancias de los jonrones.

Los resultados de esta investigación muestran que es posible que se puedan conectar jonrones de 500 ft dentro de los confines del estadio universitario. Los jonrones tipo línea que impacten entre las celdas F7 y F15, en lo más profundo del jardín central (ver Figura 4.16.3 y Tabla 4.16.3), recorren distancias estimadas entre 500 y 502 ft. Estos jonrones se producen para un ángulo pequeño de salida, $\theta_0 = 19^o$, una velocidad alta de salida de 118 mph y rapidez rotacional promedio de 2.000 rpm.

Las tablas generadas en este estudio pueden ser utilizadas en conjunto con investigaciones de campo y revisión bibliográfica para responder las siguientes preguntas: ¿Cuál es el jonrón más largo conectado en el estadio de la ciudad universitaria? ¿Cuál es la distancia recorrida por los grandes jonrones conectados? ¿Quién es el jugador que ha llegado más lejos la pelota? ¿Ha habido jonrones de 500 o más pies? ¿Quién ha sido el jugador del Caracas o de La Guaira que conectó el jonrón más largo?

La metodología que aquí se presenta puede extenderse y aplicarse para determinar distancias recorridas por jonrones en otros estadios de nuestro país o del área del Caribe.

Tabla 4.16.3. Distancias recorridas en pies (ft) por jonrones en línea que impactan en las gradas del estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas. El color rojo identifica las celdas ubicadas en el jardín izquierdo. El color azul a las del jardín central y el color verde a las del jardín derecho.

	Línea					
Celda	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	371	396	414	438	462	485
2	383	408	421	445	470	493
3	391	413	430	452	474	496
4	394	415	434	455	476	498
5	396	416	435	456	477	499
6	396	417	436	456	478	499
7	397	417	437	457	478	500
8	398	418	438	459	479	501
9	398	419	439	459	480	502
10	398	418	439	459	480	502
11	397	417	438	458	479	501
12	397	417	438	458	479	501
13	396	417	437	458	479	501
14	396	417	437	457	479	500
15	395	416	436	457	478	500
16	395	416	436	456	477	499
17	394	415	436	456	477	499
18	390	412	434	455	476	499
19	382	406	433	455	476	498
20	370	394	429	451	473	496
21			419	444	468	492
22			411	436	460	484

Tabla 4.16.4. Distancias recorridas en pies (ft) por jonrones tipo elevado que impactan en las gradas del estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas. El color rojo identifica las celdas ubicadas en el jardín izquierdo. El color azul a las del jardín central y el color verde a las del jardín derecho.

	Elevado					
Celda	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	368	390	405	425	444	463
2	380	401	411	432	452	471
3	387	406	420	439	457	475
4	391	408	424	442	460	477
5	392	409	425	442	461	478
6	393	411	426	443	461	478
7	394	411	428	444	462	479
8	394	412	429	446	463	480
9	395	412	429	446	463	481
10	394	412	429	446	463	481
11	394	411	429	445	463	480
12	394	411	428	445	462	480
13	393	410	428	445	462	479
14	392	410	427	444	462	479
15	392	409	427	444	462	479
16	392	409	426	443	461	478
17	391	408	426	443	460	477
18	387	406	425	442	460	478
19	379	400	424	442	459	477
20	366	388	420	438	457	475
21			409	431	451	471
22			403	423	443	462

Tabla 4.16.5. Distancias recorridas en pies (ft) por jonrones tipo gran elevado que impactan en las gradas del estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas. El color rojo identifica las celdas ubicadas en el jardín izquierdo. El color azul a las del jardín central y el color verde a las del jardín derecho.

	Gran elevado					
Celda	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	366	387	400	419	437	454
2	378	398	407	426	446	463
3	386	404	416	433	450	466
4	389	406	420	436	453	469
5	391	407	421	437	454	470
6	391	408	422	438	454	470
7	392	409	423	439	455	471
8	393	409	425	440	456	472
9	393	410	425	441	457	473
10	393	409	425	440	456	473
11	393	409	425	440	456	472
12	392	408	424	440	456	472
13	392	408	424	439	456	472
14	391	407	423	439	455	471
15	390	407	423	438	455	470
16	390	407	422	438	454	470
17	389	405	422	437	454	470
18	385	403	421	437	453	470
19	377	397	420	436	452	469
20	365	385	415	433	450	466
21			405	425	444	462
22			399	417	436	453

5. Referencias Bibliográficas

Adair, R.K. , 2002. “The Physics of Baseball”, Third Edition. Harper-Collins Publishers Inc., New York.

Albert, J., Bartro, J., Blandford, R., Brooks, D., Derenski, J., Goldstein, L., Hosoi, A., Lorden, G., Nathan, A., and Smith, Ll., 2018, “Report of the Committee Studying Home Run Rates in Major League Baseball”. http://www.mlb.com/documents/7/9/4/278128794/Full_Report_of_the_Committee_Studying_Home_Run_Rates_in_Major_League_Baseball_052418.pdf

Ashton-Miller, J., Carrol, M., Johnson, K., Nathan, A., 2004. “Ball Exit Speed Ratio (BESR). NCAA Baseball Research Panel.

Baseball Reference, 2019. https://www.baseball-reference.com/players/.

Bjarkman, P.C., 2019, “Sadaharu Oh”, Biography in SABR. https://sabr.org/bioproj/person/0a6a2e10

Bergstrom R., 2017. Where the (Ballpark) Weather Comes From. https://tht.fangraphs.com/where-the-weather-comes-from/

Birnie N. “Top 15 Longest Home Runs in MLB History”. Accessed September 12, 2016. http://www.thesportster.com/

Borg, J. P. and Morrissey, M.P., 2014, “Aerodynamics of the knuckleball pitch: experimental measurements on slowly rotating baseballs Am.J. Phys. 82(10), 921–927.

Brandon, J., Yanke, A., Monson, B., and Romeo, A., 2015, “The Effect of the Steroid Era on Major League Baseball Hitters: Did It Enhance Hitting?” Journal of Sports Medicine & Doping Studies.

Colorado Rockies, 2016. “Coors Field History”, http://colorado.rockies.mlb.com/.

Coronel, L. J., 2010, https://3dwarehouse.sketchup.com/

Cross, R., 2011, “Physics of baseball and softball”, Springer.

Cross, R, 2012, “Aerodynamics in the classroom and at the ball park”, Am. J. Phys. 80 (4), April.

Delgado, L., 2015, “How Home Run Distance is Calculated”. https://www.sportingcharts.com/articles/mlb/how-home-run-distance-is-calculated.aspx

Ellis, S., 2018a, “Pitching Grips - How to grip and throw different Baseball Pitches”. Accesado el 15/07/18. http://www.thecompletepitcher.com/pitching_grips.htm

Ellis, S., 2018b. "How to throw a cutter". Accesado el 15/07/18.
http://www.thecompletepitcher.com/how_to_throw_cutter.htm

ESPN, 2016. "ESPN Home Run Tracker". Accesado 26/07/16.
http://www.hittrackeronline.com/historic.php?id=1997_21

ESPN, 2016, http://www.espn.com/mlb/stats/parkfactor

Ewing, 2017. Does the wind really affect MLB scoring?
https://www.betlabssports.com/blog/wind-really-affect-mlb-scoring/

Fangraphs, https://www.fangraphs.com/

Fermín, H., y Atencio, S., 2019, "Distancia que recorren los jonrones en el estadio de la Ciudad Universitaria de Caracas", Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela. Tutor: Prof. José Luis López.

Giordano, N., J., 1997, Computational Physics, Prentice Hall, New Jersey, 414 p.

Glem, A., 2015, "Glem´s Baseball".
http://www.andrewclem.com/baseball/

Granillo, L., 2013, "Living through the rabbit ball in 1987".
http://www.sbnation.com/2013/6/13/4426478/japan-juiced-baseball-power-mlb-1987-rabbit-ball.

Gribble, S., 2016, "Air Density Calculator".
http://www.gribble.org/cycling/air_density.html

Jenkinson, W., 1996," Long Distance Home Runs", The Home Run Encyclopedia, SABR.

Jenkinson, W., 2010, "Baseball´s Ultimate Power: Ranking the All-Time Greatest Distance Home Run Hitters", Globe Pequot Press. Lyons Press Series, 335 pp.

Kroichick, R., 2006, "Negro league legend / the black babe / Josh Gibson may have been the greatest home-run hitter ever". https://www.sfgate.com/sports/kroichick/article/negro-league-legend-the-black-babe-josh-2519027.php

López, J. L., López O. A., Raven R., López A., 2017, "Analysis of Andrés Galarraga's Home Run of May 31, 1997". The Baseball Research Journal, Fall 2017. Volume 46, Number 2.

López, J. L., López O. A., Raven R., 2018, "La física del béisbol y análisis del extraordinario jonrón de Galarraga", Revista de la Facultad de Ingeniería, UCV, No.2 Vol.32, 2017.

López, O. A., López J. L., Raven E., López A., 2018, "Modelo Matemático 3D Para Determinar la Trayectoria de una Pelota: Revaluación del Jonrón de Galarraga", Revista de la Facultad de

Ingeniería, UCV, No.2, Vol.33, 2018.

Mcbeath, M.K., Nathan, A.M., Bahill, A.T., Baldwin, D.G., 2008, "Paradoxical pop-ups: Why are they difficult to catch?", American Journal of Physics,76:723-29.

Miller, R., 2017, "Josh Gibson 1940 photo Venezuela", Sports Collector Daily. https://www.sportscollectorsdaily.com/rare-photo-josh-gibson-auction/josh-gibson-1940-photo-venezuela/

MLB, 2018, Official Baseball Rules.

MLB, 2016, "The Official Site of Major League Baseball", Accesado 12/10/16. http://www.mlb.mlb.com.

MLB, 2016, http://m.mlb.com/video/v25548035/colmia-galarragas-tapemeasure-grand-slam.

MLB, Pitch Types, 2018. Accesado el 15/07/18. http://m.mlb.com/glossary/pitch-types

Nathan, A.M., 2003. "Characterizing the Performance of Baseball Bats", American Journal of Physics, 71 (2). February.

Nathan, A.M., Russell, D.A., and Smith, L.V., 2004. "The Physics of the Trampoline Effect in Baseball and Softball Bats". ISEA.

Nathan, A.M., 2008a, "The Effect of Spin on the Flight of a Baseball", American Journal of Physics, 76 (2), 119-124, Feb.

Nathan, A.M., 2008b, "The Effect of Spin-Down on the Flight of a Baseball", Department of Physics, University of Illinois, Urbana.

Nathan, A.M., 2011, "Home Runs and Humidors: Is there a Connection? Baseball ProGuestus, Febr. 25, 2011.

Nathan, A.M., 2012, "What new technologies are teaching us about the game of baseball", The Physics of Baseball. http://baseball.physics.illinois.edu/nathan-papers.html

Nathan, A., 2012a, "Dissecting a mystery pitch", Fangraphs, January 31, 2012. https://tht.fangraphs.com/dissecting-a-mystery-pitch/

Nathan, A.M., 2013, "How far did that fly ball travel?" Baseball ProGUESTus. January 8. https://www.baseballprospectus.com/news/article/19322/baseball-proguestus-how-far-did-that-fly-ball-travel/

Nathan, A.M., 2014, Smith, LL., Kensrud, J., Lang, E., "How far did that fly ball travel (Redux)?", Baseball Prospectus, December 9. https://www.baseballprospectus.com/news/article/25167/prospectus-feature-how-far-did-that-fly-ball-travel-redux/

Nathan, A. M., 2016a. "Spinning Out of Control". *FANGRAPHS*. Accesado 10/01/17. http://www.fangraphs.com/blogs/spinning-out-of-control/

Nathan, A., 2016b, "Mantle´s Griffith Stadium Home Run Revisited". The Physics of Baseball, consultado el 15/10/16 http://baseball.physics.illinois.edu/mantle565.htm

Nathan, A., 2016, Comunicación personal.

Neft, D., and Cohen, R.M., 1997, "The Sports Encyclopedia: Baseball 1997", St. Martin´s Griffin, New York.

Nemec, D., 2000, "Great Baseball Feats, Facts and Firsts", Penguin Books Ltd.

Nowlin B. and Parker P. T., 2018, "A Mile High, The First Quarter Century of the Colorado Rockies", SABR.

Raue, B.A., 2001, "Home run distances at Pro Player Stadium", Department of Physics, Florida International University. Accesado 7/07/17. http://faculty.fiu.edu/~baraue/personal/ homers.html

Rocky Mountain News, 1997, "Newspaper", June 1, 1997, Denver, Colorado.

Rybarczyk, G., 2013, "Hit Tracker". http://www.hittrackeronline.com/

Rybarczyk, G., 2016, "Home Run Tracker", ESPN, antes Hit Tracker. http://www.hittrackeronline.com/historic.php

Rybarczyk, G, 2017, "How Hit Tracker Works". Accesado 20/07/17. http://www.hittrackeronline.com/howitworks.php

Rymer, Z., 2013, "The evolution of the baseball from the dead-ball era through today". https://bleacherreport.com/articles/1676509-the-evolution-of-the-baseball-from-the-dead-ball-era-through-today

Sawicki G. S., Hubbard M. and Stronge W., 2003. "How to hit home runs: Optimum baseball bat swing parameters for maximum range trajectories". American Journal of *Physics,* 71 (11), 1152–1162.

Shelquist Engineering, 2016, "Density Altitude Calculator". https://wahiduddin.net/calc/calc_da.htm

Sports Reference LLC, 2016. "Baseball Reference". Accesado 15/10/16. http://www.baseball-reference.com/

Statcast, 2016, "Statcast leaderboard". Accessado October 15. http://m.mlb.com/statcast/leaderboard#exit-velo,r,2016

Statcast, 2017, "Statcast leaderboard".
http://m.mlb.com/statcast/leaderboard#exit-velo,r,2016

Statcast database, 2018. Accesado el 15/07/18.
https://baseballsavant.mlb.com/statcast_search

The Denver Post, 2018.
https://www.denverpost.com/2017/07/22/blake-street-bombers-rockies-first-25-years/

The Weather Company, 2017. "Weather Underground". Accessed January 20.
https://www.wunderground.com/

USGS, 2016. "USGS Earth Explorer". Image LIDAR FL_BrowardCo_2007_000519. Accesado 15/12/16. https://earthexplorer.usgs.gov/.

Vené, J., 2012, "Héctor Espino: El máximo jonronero en la historia del béisbol profesional, una leyenda en el camino".The Huffington Post, Updated September 11, 2012.

Watts, R., and Sawyer E., 1975, "Aerodynamics of a knuckleball", American Journal of Physics, 43, pp.960-963, January.

Watts, R., and Baroni, S., 1988, "Baseball-bat collisions and the resulting trajectories of spinning balls", American Journal of Physics, 57 (1), pp.40-45, January.

Watts, R. and Bahill, A.T., 2000, "Keep your eye on the ball: curve balls, knuckleballs and fallacies of baseball", W.H. Freeman and Company.

Weather Spark, 2020**, "**Average Weather in La Guaira, Venezuela", www.weatherspark.com

Windfinder, 2020, "Velocidad del viento en tiempo real, predicciones y mapa de viento para kite, windsurf, vela y pesca". www.windfinder.com.

Anexos

Anexo A: Lista de Abreviaturas y Símbolos

Este anexo describe el significado de las abreviaturas y símbolos usados en el libro, listados en orden alfabético.

A.1. Abreviaturas

AB = turnos oficiales al bate

BB = bases por bolas

BA = promedio de bateo

BPF = factor de bateo del estadio

CS = número de veces agarrado robando

ft = pies

G = juegos

GIDP = número de veces que bateó para doble play

H = hits

HBP = golpeado por el lanzador

HR = jonrones

IBB = bases por bolas intencionales

lg OBP = promedio de OBP de la liga

lg SLG = promedio de SLG de la liga

lg wOBA = promedio de wOBA para la liga

m = metros

MLB = *Major League Baseball* (Béisbol de las Grandes Ligas)

mph = millas por hora

NIBB = bases por bolas no intencionales

OBP = promedio de embasado

OPS = OBP + *slugging*

OPS+ = OPS ajustado

PA=apariciones en el plato

PF = factor de estadio (*Park Factor*)

R = carreras anotadas

RBI = carreras empujadas

RC = carreras creadas

rpm = revoluciones por minuto

SB = bases robadas

SF = elevados de sacrificio

sg = segundos

SH = toques de sacrificio

SF = elevados de sacrificio

SLG = *slugging*= promedio de bases alcanzadas

TB = bases alcanzadas

VOT = valor ofensivo de la temporada

wOBA = promedio ponderado de embasados

wRAA = carreras ponderadas por encima del promedio que contribuye el jugador

wRC = carreras creadas ponderadas

wRC+ = carreras creadas ponderadas y ajustadas

2B = dobles

3B = triples

A.2. Símbolos (alfabeto romano)

A = área de la sección transversal de la pelota igual a πR^2

a = aceleración de la pelota

a_x = aceleración en la dirección x

a_y = aceleración en la dirección y

a_z = aceleración en la dirección z

C_d = coeficiente de arrastre

C_m = coeficiente de Magnus

d = distancia horizontal que recorre la pelota desde el punto de salida hasta el punto de impacto en las gradas

D = distancia horizontal que recorre la pelota desde el punto de salida hasta su llegada nuevamente al terreno si no chocase con ningún objeto del estadio

F_d = fuerza de arrastre

F_g = fuerza de gravedad

F_m = fuerza de Magnus

F_l = fuerza lateral

$F_{l\,max}$ = fuerza lateral máxima

g = aceleración de gravedad

h_0 = altura a la cual la pelota inicia su recorrido

H = altura máxima que alcanza la pelota en su trayectoria

m = masa de la pelota

R = radio de la pelota

S = parámetro adimensional denominado factor de rotación

t = tiempo

T = temperatura

t_D = tiempo que tarda la bola en su recorrido para alcanzar la distancia D

t_H = tiempo para que la pelota alcance su altura máxima

V= rapidez del vector velocidad relativa o módulo del vector $\vec{V}$ dado por $V_p - V_v$

V_p = rapidez de la pelota

V_v = rapidez del viento o módulo del vector $\vec{V}_v$.

V_0 = rapidez inicial o módulo del vector velocidad

$\vec{V}$ = Vector de la velocidad relativa de la pelota con respecto al viento

$\vec{V}_p$ = Vector de la velocidad traslacional de la pelota con respecto al sistema fijo a tierra

$\vec{V}_v$ = Vector de la velocidad del viento

$\hat{V}$ = Vector unitario en la dirección de $\vec{V}$

x = coordenada de la pelota en el plano horizontal en la dirección del eje x

x_0 = coordenada x de la pelota en el momento del impacto con el bate

x_f = coordenada x de la pelota en el momento del aterrizaje en el terreno de juego

y = coordenada de la pelota en el plano horizontal en la dirección del eje y

y_0 = coordenada y de la pelota en el momento del impacto con el bate

y_f = coordenada y de la pelota en el momento del aterrizaje en el terreno de juego

z = coordenada vertical de la pelota en la dirección del eje z

z_0 = coordenada z de la pelota en el momento del impacto con el bate

A.3. Símbolos (alfabeto griego)

Se indica entre paréntesis el nombre griego del símbolo.

α (alfa) = ángulo de orientación de las costuras de la pelota

α_0 = ángulo de orientación inicial de las costuras de la pelota

β (beta) = ángulo horizontal de dirección de la pelota medido con respecto al eje y (positivo en sentido horario).

β_0 = ángulo horizontal de salida de la pelota

β_f = ángulo horizontal de llegada de la pelota

δ (delta) = ángulo que forma el eje del brazo del lanzador con respecto a una línea vertical

γ (gamma) = ángulo que forman los vectores $\vec{\omega}$ y $\vec{V}$

κ = factor de decaimiento de la rotación

λ (lambda) = ángulo que forma el eje de rotación de la bola lanzada por el *pitcher* con respecto a una línea horizontal

μ (mu)= viscosidad dinámica del aire

Φ (phi) = ángulo vertical de inclinación del bate en el momento del impacto

Ψ (psi) = ángulo horizontal de incidencia entre el bate y la trayectoria del lanzamiento

ρ (rho) = densidad de masa del aire

θ_0 (theta) = ángulo vertical de salida de la pelota

ω (omega) = rapidez rotacional de la pelota

ω_b = rapidez rotacional con eje horizontal que puede ser hacia atrás (*backspin*) o hacia adelante (*topspin*)

ω_s = rapidez rotacional lateral (*sidespin*) de eje vertical que puede ser en sentido horario o antihorario

ω_g = rapidez rotacional en tirabuzón (*gyrospin*) con eje paralelo a la dirección del movimiento de la bola

ω_x = rapidez rotacional a lo largo del eje x

ω_y = rapidez rotacional a lo largo del eje y

ω_z = rapidez rotacional a lo largo del eje z

$\hat{\omega}$ = vector unitario en la dirección de $\vec{\omega}$.

$\vec{\omega}$ = vector velocidad rotacional.

ω = rapidez rotacional de la pelota o módulo de $\vec{\omega}$.

ANEXO B: La Trayectoria de la Pelota sin Resistencia del Aire

El desarrollo de las ecuaciones que gobiernan la trayectoria de la pelota sin considerar la resistencia del aire se presenta a continuación a partir de los conceptos básicos de velocidad y aceleración que se estudian en la escuela secundaria, sin recurrir al uso del cálculo diferencial. Las ecuaciones describen el movimiento de una pelota bateada o lanzada por un jugador.

Al haber despreciado los efectos aerodinámicos del aire, el movimiento de la pelota está confinado a un plano vertical determinado por la dirección de la velocidad inicial. Por tanto, un punto de la trayectoria de la pelota está definido solamente por dos coordenadas (x, z). La clave para el análisis del movimiento es que se pueden tratar las coordenadas (x, z) en forma separada. La Figura B.1 muestra una pelota saliendo desde el origen del plano vertical definido por el eje x-horizontal y el eje z-vertical. La pelota sale despedida desde una cierta altura h_0 con una velocidad inicial cuyo módulo es V_0 y un ángulo de salida θ_0, siendo este el ángulo que forma el vector velocidad con el eje-x. Si no hubiese fuerza de gravedad, la pelota viajaría sobre la línea recta que se muestra en trazos discontinuos en dicha figura. Cuando la gravedad está presente, la pelota cae por debajo de esta línea y sigue la trayectoria curva que se muestra en la figura.

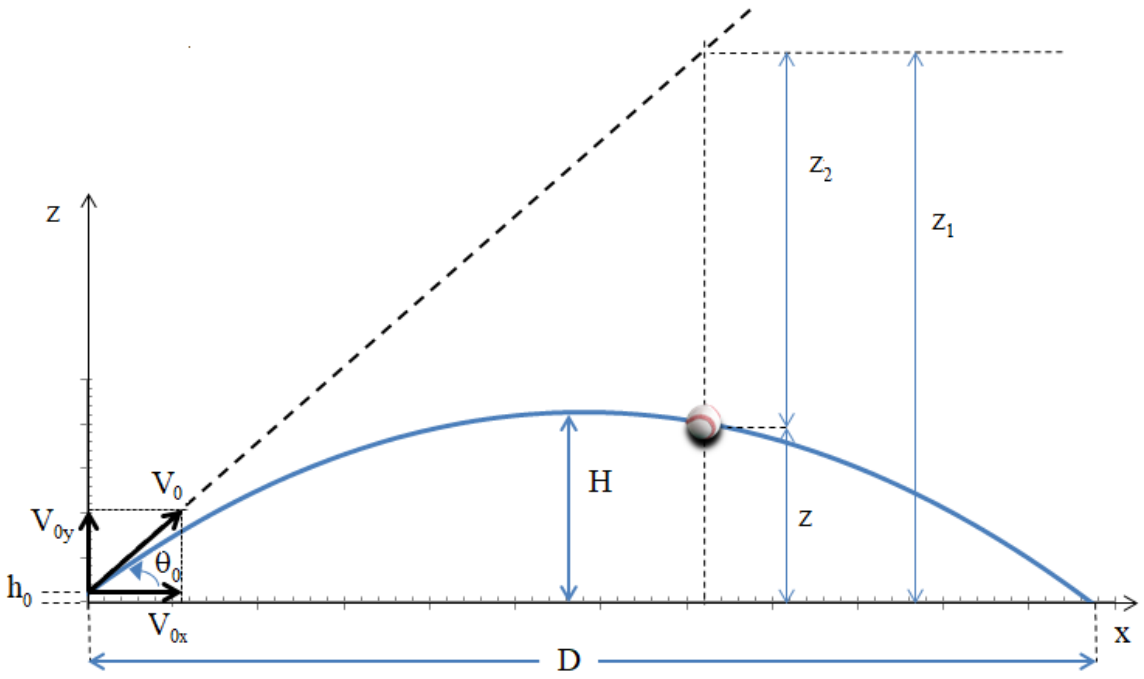


Figura B.1.

Trayectoria en plano vertical de una pelota de béisbol saliendo desde una altura h_0 con una velocidad inicial V_0 y un ángulo inicial θ_0. Se indican las distancias verticales que recorrería la pelota en ausencia (z_1) y en presencia (z_2) de gravedad, la altura de la misma (z) en un cierto tiempo t, la altura máxima alcanzada (H) y la distancia total recorrida (D).

Si no hubiese gravedad, no hay aceleración vertical y por tanto la velocidad es constante en esa dirección, por lo que, en un instante de tiempo t, la distancia vertical z_1 que recorrería la pelota en ausencia de gravedad viene dada por:

$$z_1 = h_0 + V_{0z}\, t = h_0 + V_0 \operatorname{sen} \theta_0\, t \qquad \text{(B.1)}$$

Donde V_{0z} es la componente en dirección z de la velocidad inicial V_0.

En ese mismo instante de tiempo, la pelota hubiera caído una distancia vertical z_2 debido a la fuerza de gravedad (peso de la bola), que puede expresarse como (Figura B.1):

$$z_2 = \frac{1}{2} g t^2 \qquad \text{(B.2)}$$

La altura de la pelota en cualquier momento viene dada entonces por:

$$z = z_1 - z_2 \qquad \text{(B.3)}$$

Sustituyendo (B.1) y (B.2) en (B.3) se obtiene:

$$z = h_0 + V_0 \operatorname{sen} \theta_0 \, t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad \text{(B.4)}$$

La velocidad en la dirección z en cualquier instante (V_z) se calcula de las relaciones básicas de la cinemática en movimiento rectilíneo con aceleración constante:

$$V_z = V_{0z} - g t \qquad \text{(B.5)}$$

Tomando en cuenta que no hay fuerzas horizontales actuando, la aceleración es nula en esa dirección y la componente de la velocidad en el eje x es constante. Por tanto, la coordenada x en cualquier momento, o la distancia horizontal que viaja la pelota, puede calcularse simplemente como:

$$x = V_{0x} \, t = (V_0 \cos \theta_0) \, t \qquad \text{(B.6)}$$

La velocidad en esa dirección es igual a:

$$V_x = V_{0x} \qquad \text{(B.7)}$$

Las ecuaciones (B.4) y (B.6) permiten calcular la trayectoria de la pelota, definida por las coordenadas (x, z) en cualquier instante de tiempo t, conocidas la velocidad inicial y su ángulo de salida. Despejando t de la Ecuación (B.6) y sustituyendo en la Ecuación (B.4) se obtiene una relación entre las variables x, z que describe la trayectoria de la pelota:

$$z = h_0 + (\tan\theta_0) \, x - \frac{g}{2(V_o \cos \theta_0)^2} x^2 \qquad \text{(B.8)}$$

Dado que V_0, θ_0 y g son constantes, esta ecuación tiene la forma de:

$$z = a + bx + cx^2 \qquad \text{(B.9)}$$

que es la ecuación general de una parábola. Por tanto, la trayectoria de la pelota de béisbol es parabólica.

Introduciendo la condición de que z = 0 cuando la pelota finaliza su recorrido, se puede despejar la coordenada x de la Ecuación (B.8) la cual representa la distancia horizontal D que recorre la pelota

desde el punto de salida, en el origen de coordenadas, hasta su llegada nuevamente al terreno. La expresión que se obtiene para D es:

$$D = \frac{V_0^2 \cdot \text{sen}\,(2\theta_0)}{2\,g} + \frac{V_0 \cos\theta_0}{g}\sqrt{V_0^2\,\text{sen}^2\theta_0 + 2\,h_0\,g} \qquad \text{(B.10)}$$

Para los jonrones podemos despreciar el término h_0 en la Ecuación (B.10) y la distancia máxima que recorrería la pelota en ausencia de aire se obtiene insertando θ_0=45° en dicha ecuación, de donde se obtiene la siguiente simple fórmula:

$$D_{max} = \frac{V_0^2}{g} \qquad \text{(B.11)}$$

El tiempo que tarda la bola en su recorrido (t_D) se determina despejando t de la Ecuación (B.4) para la condición de que z = 0. Sin embargo, se puede obtener directamente a partir de la Distancia D dada por la Ecuación (B.10) reconociendo que D es el producto de la velocidad horizontal ($V_0 \cos\theta_0$) por el tiempo de vuelo t_D, de donde:

$$t_D = \frac{D}{V_0 \cos\theta_0} \qquad \text{(B.12)}$$

La velocidad de la bola al final del recorrido puede calcularse introduciendo esta última ecuación en (B.5) para despejar el valor de V_z. Para el caso de que $h_0 = 0$ se obtiene:

$$V_z = -V_{0z} \qquad \text{(B.13)}$$

Lo cual nos indica que la pelota finalizaría su recorrido con la misma velocidad con la cual salió despedida, pero con sentido contrario. Este era un resultado predecible dado que la energía total de la pelota (energía cinética más energía potencial) se conserva durante todo el trayecto, bajo la hipótesis supuesta de que no hay resistencia del aire. Sin embargo, dado que la pelota sale a una altura $z = h_0$ y llega a una altura z = 0, la velocidad final de llegada no es exactamente la misma que la de salida. Pero, para los grandes batazos a los jardines o en el caso de los jonrones, esta diferencia es pequeña y la velocidad de llegada es prácticamente igual a la de salida, bajo la condición teórica impuesta de ausencia de aire. Más adelante veremos que al incorporar la resistencia del aire la velocidad de llegada en los jonrones se reduce aproximadamente a la mitad de su valor de salida.

El tiempo para que la pelota alcance su altura máxima, t_H, puede ser calculado directamente de la Ecuación (B.5) bajo la condición de que en este punto la velocidad vertical es nula, es decir V_z = 0, obteniéndose:

$$t_H = \frac{V_0\ \ \text{sen}\,\theta_0}{g} \qquad \text{(B.14)}$$

Para el caso de que $h_0 = 0$, el tiempo t_H dado por la Ecuación (B.14) es exactamente la mitad del tiempo t_D dado por la Ecuación (B.12). Es decir, la pelota tarda el mismo tiempo en ascender para alcanzar su máxima altura que en descender hasta el nivel del terreno, la cual es una propiedad de

simetría de la parábola.

La altura máxima H que alcanza la pelota se obtiene introduciendo esta última expresión en la Ecuación (B.4) bajo la condición de que z = H:

$$H = h_0 + \frac{(V_0 \ \text{sen}\ \theta_0)^2}{2g} \qquad \text{(B.15)}$$

ANEXO C: La Capa Límite y su Rol en la Resistencia del Aire

C.1. Qué es la capa límite

El flujo de un fluido (agua o aire) alrededor de un cuerpo u objeto tiene dos regiones bien diferenciadas, tal como se muestran en la Figura C.1.1 para el caso de un flujo sobre una placa plana lisa. Una primera zona se localiza alejada del objeto donde el flujo no siente la presencia del mismo y la velocidad U es igual a la de la corriente libre adyacente. En esta zona la viscosidad y por tanto la fricción es despreciable por lo que el flujo es prácticamente ideal. La segunda zona se encuentra en una capa de fluido en contacto con el cuerpo que tiene velocidad nula (relativa al cuerpo) en su superficie[1], por lo que la velocidad del flujo cambia desde cero en la superficie hasta la velocidad correspondiente al flujo de la corriente libre a una cierta distancia del cuerpo. Este gradiente de velocidades implica que esfuerzos cortantes, entre capas adyacentes del fluido, deben estar presentes en el flujo.

A esta zona, muy cerca del objeto, donde la distribución de velocidades es no uniforme y se suponen concentrados los efectos viscosos se le llama capa límite y consiste en una pequeña capa adherida al contorno de pocos milímetros de espesor. El espesor es cero al inicio en el borde de la placa y crece con la distancia a lo largo de la superficie de esta. La Figura C.1.1 muestra una imagen cualitativa del crecimiento de la capa límite, siendo "e" el espesor de la capa. Usualmente al comienzo el flujo dentro de la capa límite es laminar, pero a medida que la capa crece aparece una zona de transición y el flujo se puede hacer turbulento si la superficie es lo suficientemente larga[2].

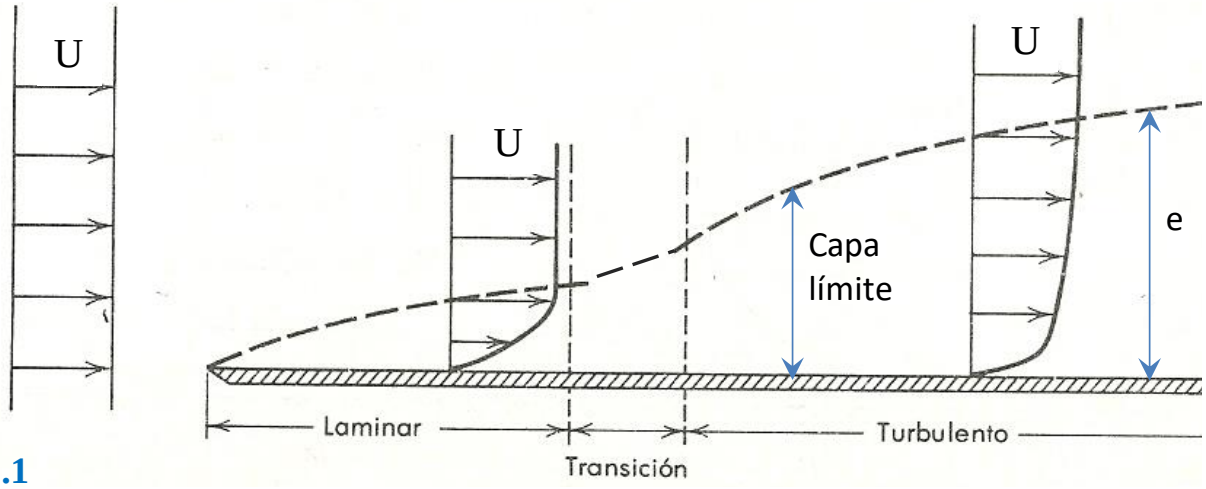


Figura C.1.1

Flujo sobre una placa plana lisa mostrando el desarrollo de la capa límite en una escala verticalmente exagerada. U es la velocidad del flujo de aproximación (corriente libre) y "e" es el espesor de la capa límite.

C.2. Separación y estela de remolinos

En el caso de un cuerpo de forma cilíndrica o esférica, el flujo se separa al no poder seguir el contorno del objeto y se origina una amplia estela turbulenta de remolinos aguas abajo. La Figura

[1] Las observaciones experimentales indican que un fluido en contacto directo con un cuerpo sólido se pega a la superficie debido a los efectos viscosos y no hay deslizamiento. En la mecánica de fluidos esto se conoce como la condición de no-deslizamiento, en donde el fluido toma la misma velocidad que el cuerpo.

[2] En régimen laminar el flujo se caracteriza por un movimiento ordenado en laminas o capas. El régimen turbulento, por el contrario, se caracteriza por movimientos tridimensionales desordenados, aleatorios, de las partículas del fluido.

C.2.1 (izquierda) muestra aproximadamente las líneas de corriente del flujo alrededor de una esfera. El fluido a lo largo de la línea de corriente central se divide y fluye alrededor de la esfera, una vez que ha incidido en el punto A, denominado punto de estancamiento, a partir del cual se desarrolla la capa límite. El espaciamiento de las líneas de corriente se hace menor indicando un aumento de la velocidad del flujo cuando este se mueve del punto A al punto B. El incremento en la velocidad va acompañado de una reducción en la presión (teorema de Bernoulli), por lo que la presión se reduce de A a B. Por el mismo razonamiento, la velocidad del flujo disminuye y la presión aumenta cuando el fluido se mueve de B a D.

Debido a las grandes fuerzas de fricción embebidas en la capa límite, las partículas de fluido consumen mucho de su energía cinética en su camino de A a B por lo que la energía remanente no es suficiente para "subir la cuesta" que representa el aumento de presión de B a D. En algún punto sobre la esfera, la cantidad de movimiento del fluido dentro de la capa límite resulta insuficiente para empujar el elemento hacia aguas abajo a la región donde crece la presión. Las capas de fluido adyacentes a la superficie del cuerpo se desaceleran hasta que alcanzan el reposo, la condición de velocidad nula se extiende dentro de la capa límite hasta que finalmente la velocidad del fluido se invierte y el flujo se separa de la superficie en el Punto C. El punto preciso donde esto ocurre se le llama punto de separación. La Figura C.2.1 (derecha) ilustra las variaciones en la distribución de velocidades que explican este fenómeno. La separación de la capa límite da como resultado la formación de una zona de presión relativamente baja detrás del cuerpo, que se conoce con el nombre de estela de remolinos.

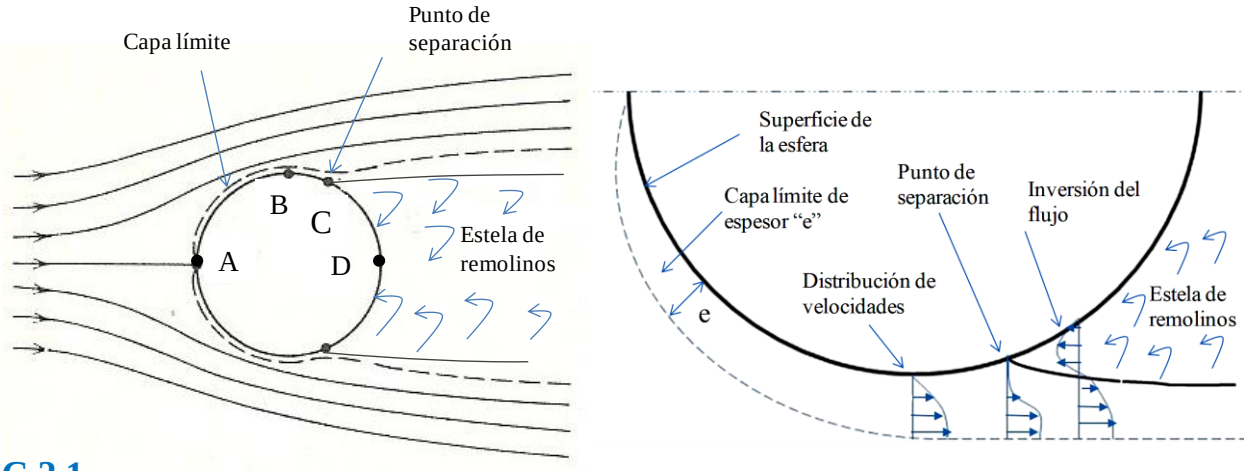


Figura C.2.1

Flujo esquemático alrededor de una esfera mostrando el desarrollo de la capa límite, el punto de separación y la estela de remolinos. La imagen a escala exagerada a la derecha muestra la mitad inferior de la esfera, indicándose la modificación gradual del perfil de velocidades en la capa límite que da origen a la inversión del flujo y al fenómeno de separación.

Dado que la presión es máxima en el frente de la esfera (punto A), existe entonces un desbalance neto de las fuerzas de presión en la dirección del flujo que da origen a la fuerza de arrastre. A mayor estela de remolinos mayor será el arrastre debido al diferencial de presiones.

C.3. Flujo alrededor de una esfera lisa

Desde 1851 cuando Stokes estudió el movimiento de partículas esféricas a bajas velocidades (régimen laminar), el fenómeno del flujo alrededor de esferas lisas y la determinación de sus coeficientes de resistencia, es un problema clásico que se encuentra abundantemente en la literatura

técnica del tema y que ha sido estudiado teorética y experimentalmente (Rouse, 1950; Schlichting, 1968; White, 1979). La Figura C.3.1 presenta la solución clásica obtenida en el laboratorio para el coeficiente de arrastre (C_d) de esferas lisas en función del número de Reynolds. El número de Reynolds es un parámetro adimensional que representa la relación entre fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas, dado por:

$$R_e = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\upsilon} \qquad \text{(C1)}$$

En donde R_e es el Número de Reynolds, ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad del flujo, μ es la viscosidad cinemática y υ la viscosidad dinámica del fluido definida como μ/ρ.

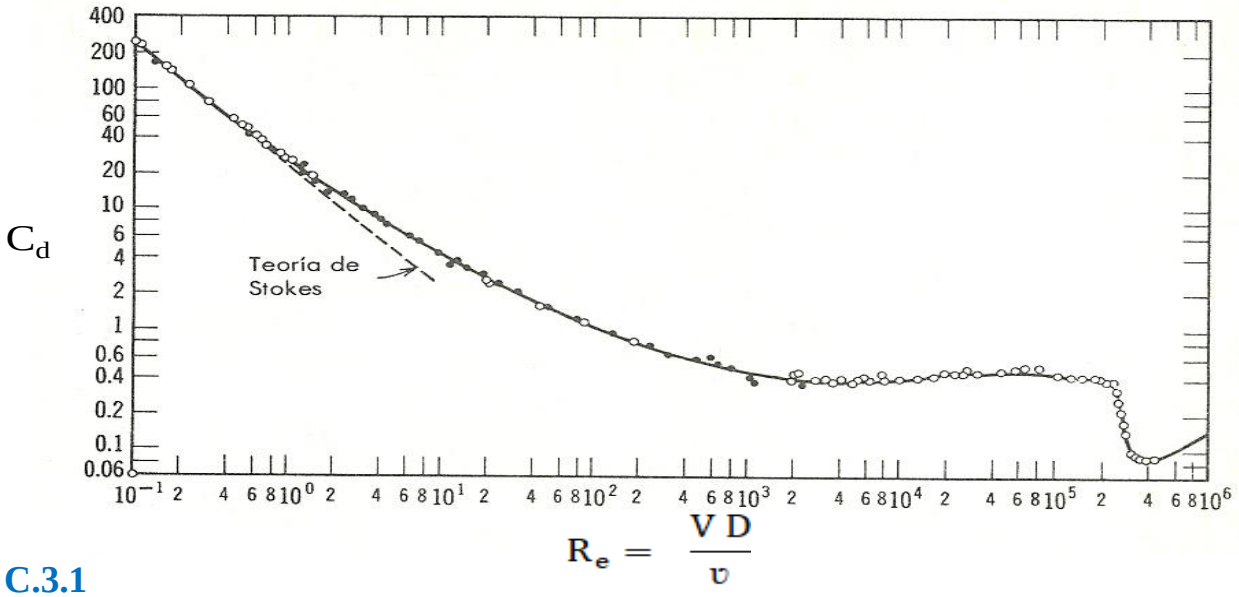


Figura C.3.1

Variación del coeficiente de arrastre C_d para una esfera lisa en función del número de Reynolds (Schlichting, 1968).

El esquema de la Figura C.3.2 indica los cambios que ocurren en el flujo alrededor de la esfera cuando se incrementa el número de Reynolds, basado en observaciones experimentales. Para bajos números de Reynolds ($Re < 1$), el flujo es dominado por los esfuerzos viscosos y las líneas de corriente son simétricas en el frente y atrás de la esfera (Figura C.3.2a). Para $10 < Re < 100$ la separación de la capa limite aguas abajo de la esfera genera un vórtice laminar y una caída en la presión (Figura C.3.2b). Para $100 < R_e < 1000$ el vórtice se hace inestable resultando en fuerzas laterales sobre la esfera (Figura C.3.2c). Para $R_e > 1000$ el vórtice se hace turbulento generando una estela de remolinos (Figura C.3.2d) cuya extensión alcanza un máximo para $R_e = 2x10^5$ (Figura C.3.2e). Para $R_e > 2x10^5$ la capa límite se hace turbulenta retardando la separación del flujo y decreciendo el tamaño de la estela de remolinos (Figura C.3.2f) lo cual se manifiesta en una caída brusca del coeficiente de arrastre. A esta transición abrupta se le conoce como la crisis del arrastre. Los valores específicos del R_e en donde ocurre la transición del flujo dependen de la rugosidad de la superficie de la esfera, como se discute a continuación.

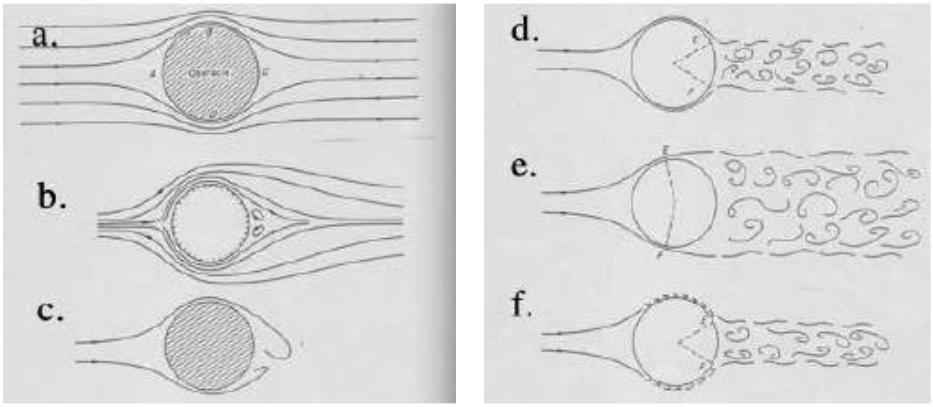
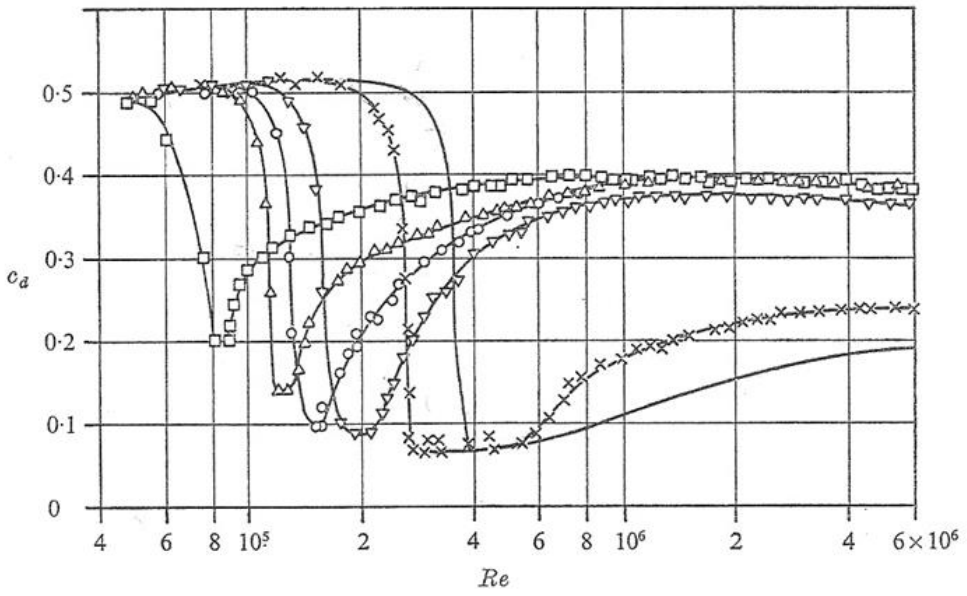


Figura C.3.2

Esquema ilustrativo de la evolución del flujo pasando sobre una esfera lisa a medida que se incrementa el número de Reynolds (Bush, 2013).

C.4. Flujo alrededor de una esfera rugosa

El fenómeno del flujo alrededor de esferas con diferentes grados de rugosidad ha sido estudiado experimentalmente en túneles de viento por Achenbach (1972 y 1974). La Figura C.4.1, tomada del trabajo de Achenbach, muestra las variaciones del coeficiente de arrastre C_d en función de valores altos del número de Reynolds para una esfera lisa y para otras con rugosidades variables.



Símbolos: ——, smooth (Achenbach 1972); ×, $k/d_s = 25\times10^{-5}$; ▽, $k/d_s = 150\times10^{-5}$; ○, $k/d_s = 250\times10^{-5}$; △, $k/d_s = 500\times10^{-5}$; □, $k/d_s = 1250\times10^{-5}$.

Figura C.4.1

Variación del coeficiente de arrastre C_d con el número de Reynolds R_e para una esfera lisa y para varias esferas uniformemente rugosas, con diferentes grados de rugosidad, donde k es la altura típica de las irregularidades y d_s es el diámetro de la esfera (Achenbach, 1974).

De esta grafica se pueden hacer las siguientes observaciones: a) para números de Reynolds inferiores a 3 x 10^5, el coeficiente de arrastre para esferas rugosas puede ser hasta 5 veces menor que para una esfera lisa; b) la caída brusca del coeficiente C_d (crisis del arrastre) sucede para diferentes valores del número de Reynolds dependiendo de las características de rugosidad de la esfera; y c) a medida que aumenta la rugosidad de la esfera, la crisis del arrastre se produce para menores valores del número de Reynolds. Parece extraño que una esfera rugosa ofrezca menos resistencia al paso del aire que una esfera lisa. Esta singularidad es la que se ha utilizado en el diseño de las pelotas de golf, donde la presencia de cavidades u hoyuelos en la superficie generan mayor turbulencia desplazando el punto de separación hacia aguas abajo y reduciendo el tamaño de la estela de remolinos. La crisis del arrastre se produce a valores bajos de Reynolds, disminuyendo el arrastre y haciendo que la pelota viaje más lejos. Si la pelota fuera lisa, viajaría una distancia mucho menor. La Figura C.4.2 muestra unas fotografías tomadas del flujo sobre una esfera donde se aprecia el desplazamiento del punto de separación hacia la parte de atrás de la esfera, debido a la introducción artificial de una banda rugosa en el frente para generar mayor turbulencia (Van Dyke, 1982).

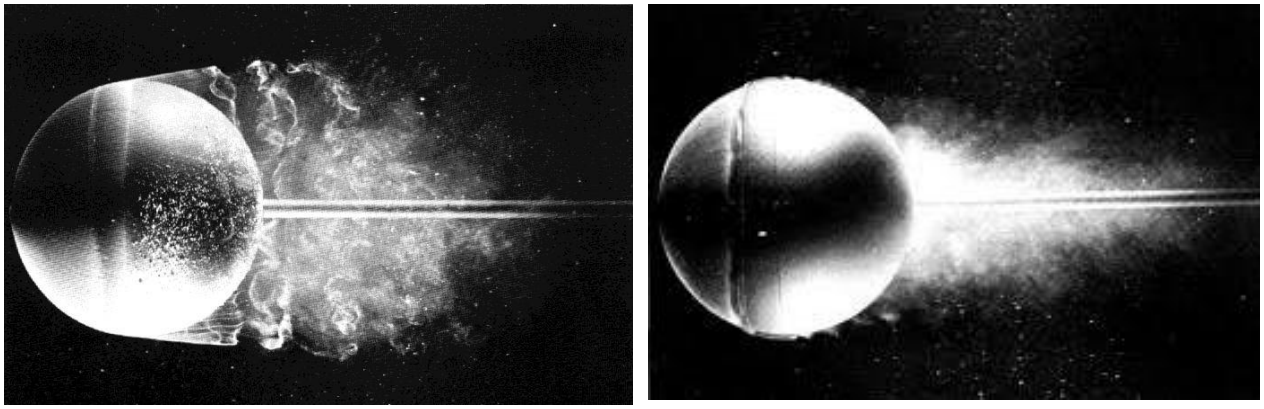


Figura C.4.2

Flujo de agua sobre una esfera mostrando la separación de la capa limite. Izquierda: el punto de separación se inicia casi en el tope de una esfera lisa para bajas velocidades (Reynolds igual a 15.000). Derecha: una banda rugosa adherida al frente de la esfera genera una gran perturbación en la capa límite. Esta perturbación causa una turbulencia adicional que desplaza el punto de separación hacia aguas abajo reduciendo significativamente el ancho de la estela y la fuerza de arrastre (Reynolds igual a 30.000) (Van Dyke, 1982).

C.5. Flujo sobre una pelota de béisbol

El caso de la pelota de béisbol es más complicado porque esta, usualmente rotando en el vuelo y presentando diferentes configuraciones lisas y rugosas al flujo de aire como consecuencia del cambio de orientación de las costuras, no corresponde a una pelota lisa ni tampoco a una uniformemente rugosa. Esto hace que la crisis del arrastre se manifieste en forma más gradual y no tan brusca, como se deduce de la Figura C.5.1 tomada de Adair (2002). En la figura se muestra un gráfico de la variación de C_d en función de la velocidad de la pelota de béisbol, obtenido experimentalmente en túneles de viento, tomando en cuenta que la curva representa un promedio para las diferentes configuraciones y rotaciones que se pueden presentar en el vuelo de la pelota.

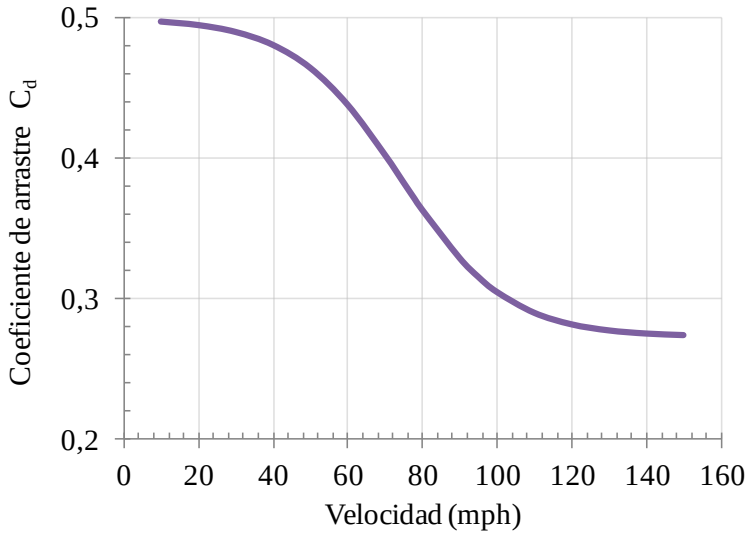


Figura C.5.1

Variación del coeficiente de arrastre (C_d) con la velocidad de la pelota de béisbol (Adair, 2002). La caída del coeficiente C_d se debe al desplazamiento repentino del punto de separación hacia la parte de atrás de la pelota en un fenómeno que se conoce como la crisis del arrastre.

ANEXO D: La velocidad rotacional y la solución de las ecuaciones diferenciales

D.1. La velocidad rotacional y sus componentes

Durante el movimiento de una bola lanzada o bateada, ésta puede rotar debido a las condiciones iniciales impuestas, ya sea por el lanzador o por el impacto del bate. En el caso del bateador, la rotación se genera cuando el bate golpea la pelota en un punto tal que genera una fuerza de fricción, tangencial a la superficie de la pelota, la cual causa un torque. El vector de la velocidad rotacional se puede describir en términos de sus componentes según los ejes fijos (x, y, z) tal como se indicó en la Ecuación 1.5.9. Sin embargo, es conveniente expresar también el vector velocidad rotacional en términos de sus tres componentes locales (ver Subcapítulo 2.10): a) Rotación con eje horizontal que puede ser hacia atrás (*backspin*) o hacia adelante (*topspin*); b) Rotación lateral (*sidespin*) y c) Rotación en tirabuzón (*gyrospin*) cuyo eje es a lo largo de la dirección del movimiento.

Sean (b, s, g) los ejes locales descritos por sus vectores unitarios $(\hat{e}_b\,, \hat{e}_s\,, \hat{e}_g)$ los cuales se definen por:

$$\hat{e}_b = \hat{V} \times \hat{k} \qquad \hat{e}_s = \hat{e}_b \times \hat{V} \qquad \hat{e}_g = \hat{e}_s \times \hat{e}_b = \hat{V} \qquad \text{(D.1.1 a,b,c)}$$

Donde $\hat{V}$ está dado por la Ecuación (1.5.8). El vector $\hat{e}_b$ está contenido en un plano horizontal y es perpendicular al vector velocidad traslacional $\vec{V}$, el vector $\hat{e}_s$ es perpendicular a $\vec{V}$ y a $\hat{e}_b$ y el vector $\hat{e}_g$ tiene la misma dirección de $\vec{V}$ y es perpendicular a los dos anteriores. Los vectores $(\hat{e}_b\,, \hat{e}_s\,, \hat{e}_g)$ constituyen una base de vectores ortonormales cuyas direcciones varían en el tiempo según la trayectoria que siga la pelota.

El vector velocidad rotacional $\vec{\omega}$ puede ser escrito en términos de los vectores ortonormales $\hat{e}_b, \hat{e}_s, \hat{e}_g$ y de las rapideces rotacionales $\omega_b, \omega_s, \omega_g$ las cuales son definidas como la componente de eje horizontal, de rotación lateral y de rotación en tirabuzón, respectivamente:

$$\vec{\omega} = \omega_b\, \hat{e}_b + \omega_s\, \hat{e}_s + \omega_g\, \hat{e}_g \qquad \text{(D.1.2)}$$

Sustituyendo (D.1.1) en (D.1.2) y desarrollando los productos vectoriales se obtiene:

$$\hat{e}_b = \frac{1}{V_{xy}}(V_y\, \hat{\imath} - V_x \hat{\jmath}) \qquad \text{(D.1.3)}$$

$$\hat{e}_s = \frac{1}{V\, V_{xy}}[-(V_x V_z)\, \hat{\imath} - (V_y V_z)\, \hat{\jmath} + (V_x^2 + V_y^2)\hat{k}] \qquad \text{(D.1.4)}$$

$$\hat{e}_g = \frac{1}{V}(V_x\, \hat{\imath} + V_y\, \hat{\jmath} + V_z \hat{k}) \qquad \text{(D.1.5)}$$

$$V_{xy} = (V_x^2 + V_y^2)^{1/2} \qquad \text{(D.1.6)}$$

Sustituyendo las ecuaciones (D.1.3) a (D.1.5) en (D.1.2) e igualando con la Ecuación (1.5.9) se

obtiene una expresión que relaciona las componentes de $\vec{\omega}$ en el sistema global (fijo) y en el sistema local (móvil) la cual se presenta en forma matricial compacta en la Ecuación (D.1.7) y expandida en la Ecuación (D.1.8). $\boldsymbol{\omega_G}$ es el vector que contiene las componentes en el sistema global (x, y, z) y $\boldsymbol{\omega_L}$ el vector de las componentes en el sistema local (b, s, g). La matriz de transformación **A** es una matriz ortogonal.

$$\boldsymbol{\omega_G} = \mathbf{A}\,\boldsymbol{\omega_L} \tag{D.1.7}$$

$$\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_y/V_{xy} & -V_xV_z/VV_{xy} & V_x/V\\ -V_x/V_{xy} & -V_yV_z/VV_{xy} & V_y/V\\ 0 & V_{xy}/V & V_z/V\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\omega_b\\ \omega_s\\ \omega_g\end{bmatrix} \tag{D.1.8}$$

La relación inversa que permite calcular $\boldsymbol{\omega_L}$ a partir de $\boldsymbol{\omega_G}$ está dada por la Ecuación (D.1.9) donde $\mathbf{A^t}$ es la matriz transpuesta de **A**:

$$\boldsymbol{\omega_L} = \mathbf{A^t}\,\boldsymbol{\omega_G} \tag{D.1.9}$$

D.2. Módulo y dirección de la fuerza de Magnus

El módulo F_m de la fuerza de Magnus en la Ecuación (1.5.6) se puede expresar en función del ángulo γ que forman los vectores $\vec{\omega}$ y $\vec{V}$:

$$F_m = \frac{1}{2}\,\rho\,C_m\,A\,V^2\,\operatorname{sen}\gamma \tag{D.2.1}$$

$$\gamma = \frac{\arccos\left(\vec{\omega}\cdot\vec{V}\right)}{\omega\ V} \tag{D.2.2}$$

El símbolo $\cdot$ en la Ecuación (D.2.2) denota el producto escalar entre los vectores $\vec{\omega}$ y $\vec{V}$. En movimiento plano (2D) estos vectores son perpendiculares y γ =90° en todo el recorrido.

D.3. Solución de las ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones anteriores se pueden aplicar a cualquier situación en un juego de béisbol; son válidas para pelotas bateadas o lanzadas por cualquier jugador. Introduciendo las ecuaciones (1.5.2), (1.5.4) y (1.5.6) en (1.5.1) (ver Subcapítulo 1.5) la Segunda Ley de Newton puede escribirse como:

$$m\,\vec{a} = -m.\,g\,\hat{k} - \frac{1}{2}\,\rho\,C_d\,A\,V^2\,\hat{V} + \frac{1}{2}\,\rho\,C_m\,A\,V^2\,(\,\hat{\omega}\,x\,\hat{V}\,) \tag{D.3.1}$$

La ecuación vectorial (D.3.1) contiene tres ecuaciones escalares, una para cada dirección x, y, z. Sustituyendo las ecuaciones (1.5.3), (1.5.7), (1.5.8), (1.5.9) y (1.5.10) en (D.3.1) y despejando las aceleraciones se tiene para cada una de las direcciones:

$$a_x = \frac{dV_{px}}{d_t} = \frac{1}{m}\left[-\frac{1}{2}\rho\, C_d\, A\, V\, V_x + \frac{1}{2} C_m\, \frac{\rho\, A\, V}{\omega}\left(\omega_y V_z - \omega_z V_y\right)\right] \qquad \text{(D.3.2)}$$

$$a_y = \frac{dV_{py}}{d_t} = \frac{1}{m}\left[-\frac{1}{2}\rho\, C_d\, A\, V\, V_y + \frac{1}{2} C_m\, \frac{\rho\, A\, V}{\omega}\left(\omega_z V_x - \omega_x V_z\right)\right] \qquad \text{(D.3.3)}$$

$$a_z = \frac{dV_{pz}}{d_t} = \frac{1}{m}\left[-mg - \frac{1}{2}\rho\, C_d\, A\, V\, V_z + \frac{1}{2} C_m\, \frac{\rho\, A\, V}{\omega}\left(\omega_x V_y - \omega_y V_x\right)\right] \qquad \text{(D.3.4)}$$

Donde V_{px}, V_{py}, V_{pz} son las componentes de la velocidad $\vec{V}_p$ de la pelota (Ecuación 1.5.5) en las direcciones x, y, z, respectivamente. En las ecuaciones (D.3.2) a (D.3.4) la variable independiente es el tiempo t y las variables dependientes son las rapideces V_{px}, V_{py}, V_{pz}. Las rapideces relativas V, V_x, V_y y V_z son función de V_{px}, V_{py}, V_{pz} y se calculan con las ecuaciones (1.5.5) y (1.5.12). La rapidez rotacional ω y sus componentes $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ adoptan valores iniciales al momento del impacto del bate (Ec. 1.5.15) y luego decaen ligeramente con el tiempo, de manera no lineal. C_m y C_d son variables que dependen de las velocidades. A, m, ρ y g son constantes. Las ecuaciones (D.3.2) a (D.3.4) constituyen un sistema de tres ecuaciones diferenciales de primer orden, no lineales, con coeficientes variables, las cuales no tienen solución analítica. Las tres ecuaciones están acopladas y deben ser resueltas en forma simultánea mediante métodos numéricos. Una vez que se conocen las velocidades V_{px}, V_{py}, V_{pz} las coordenadas (x, y, z) del vector de posición de la pelota se determinan a partir de resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$V_{px} = \frac{dx}{dt} \qquad V_{py} = \frac{dy}{dt} \qquad V_{pz} = \frac{dz}{dt} \qquad \text{(D.3.5 a, b, c)}$$

Las condiciones iniciales que deben ser estipuladas para la pelota en el tiempo t = 0 son las siguientes:

x_o, y_o, z_o: Coordenadas del vector de posición.

V_{pxo}, V_{pyo}, V_{pzo}: Componentes de la rapidez traslacional.

ω_{bo}, ω_{so}, ω_{go}: Componentes de la rapidez rotacional en los ejes b, s, g.

ω_{xo}, ω_{yo}, ω_{zo}: Componentes de la rapidez rotacional en los ejes x, y, z.

V_o: Rapidez traslacional.

ω_o: Rapidez rotacional.

El conjunto de ecuaciones diferenciales no-lineales representadas por las ecuaciones (D.3.2) a (D.3.4) pueden ser resueltas por cualquier método numérico. En los ejemplos del libro se utilizó el método de Euler considerando intervalos muy pequeños de tiempo, en el orden de milésimas de segundos. Las ecuaciones (D.3.5) se resolvieron usando dos términos de la serie de Taylor. Los cálculos son hechos inicialmente con varios intervalos de tiempo, reduciendo progresivamente el valor del intervalo a fin de evaluar la convergencia del procedimiento numérico.

La solución numérica requiere de definir un sistema de coordenadas (x, y, z). Aun cuando cualquier elección es válida, un sistema de coordenadas utilizado por varios autores es el siguiente. El origen está en la esquina posterior del plato, el eje-x apunta hacia la derecha del receptor, el eje-y apunta hacia la segunda base y el eje-z vertical apunta hacia arriba (Figura D.3.1). En el caso de las pelotas bateadas se suelen especificar dos ángulos para definir la condición inicial: el ángulo vertical de salida θ_o que se mide con respecto al plano horizontal y el ángulo horizontal de salida β_o que se mide desde el eje-y en sentido contrario a las agujas del reloj.

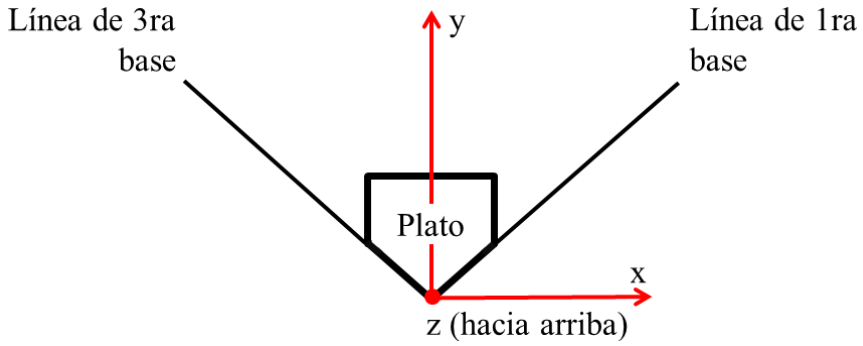


Figura D.3.1.

Sistema de coordenadas (x, y, z) para la solución de las ecuaciones diferenciales.

ANEXO E: Formulación y Validación del Modelo Matemático Bidimensional

El modelo matemático bidimensional es un caso particular del modelo tridimensional que se presentó en el Capítulo 1.5, el cual se basa en suponer que el recorrido de la pelota bateada o lanzada se mantiene en un plano vertical durante toda su trayectoria. Es un modelo apropiado cuando a la pelota no se le imprime rotación de lado (*sidespin*) y no hay una componente de viento en la dirección perpendicular a la trayectoria. La implementación de este modelo matemático en el computador es una tarea que requiere menor esfuerzo de programación y de cálculo que el modelo tridimensional, y ofrece una solución para numerosos problemas prácticos asociados con la física del béisbol, razón por la cual se presenta en este anexo.

E.1. Formulación del modelo matemático

Las ecuaciones que describen el movimiento de la pelota en el espacio se basan en la 2da ley de Newton. Para formular el modelo matemático bidimensional suponemos que el movimiento tiene lugar en el plano vertical x-z. Considerando el esquema de fuerzas y velocidades que se indican en la Figura E.1.1, para el caso de una pelota rotando hacia atrás (*backspin*), esta ley se puede expresar para las componentes de las fuerzas actuantes en la dirección x y en la dirección z en la forma siguiente:

$$\sum F_x = m\,a_x = -F_{d_x} - F_{m_x} \qquad \text{(E.1.1)}$$

$$\sum F_z = m\,a_z = -F_g - F_{d_z} + F_{m_z} \qquad \text{(E.1.2)}$$

En donde F_g es la fuerza de gravedad, F_d es la fuerza de arrastre, F_m es la fuerza de Magnus, a es la aceleración y m es la masa de la pelota. Los subíndices x,z identifican las componentes de las fuerzas y aceleraciones en esas direcciones. En la Figura E.1.1, V_p es la magnitud del vector velocidad de la pelota con respecto al sistema fijo tierra, ω es la magnitud del vector velocidad rotacional y V_V es la magnitud del vector velocidad del viento.

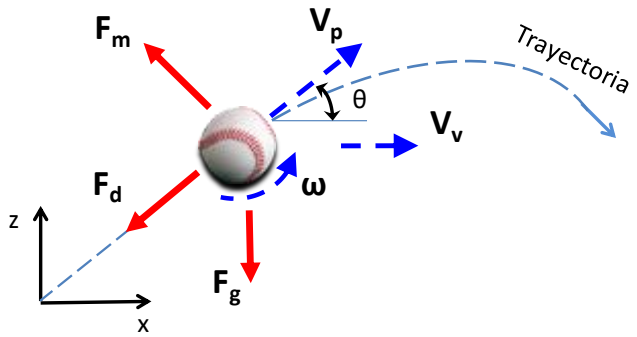


Figura E.1.1

Fuerzas actuando sobre una pelota desplazándose en el plano vertical x-z con velocidad de traslación V_p y velocidad de rotación hacia atrás ω. V_V es la velocidad del viento.

Tomando en cuenta que la aceleración es el cambio en velocidad con respecto al tiempo, y que la velocidad es el cambio de la coordenada espacial con respecto al tiempo, las ecuaciones anteriores pueden escribirse como:

$$-F_{d_x} - F_{m_x} = m \frac{d^2x}{dt^2} \qquad \text{(E.1.3)}$$

$$-F_g - F_{d_z} + F_{m_z} = m \frac{d^2z}{dt^2} \qquad \text{(E.1.4)}$$

las cuales conforman un conjunto de dos ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden que no tienen solución analítica y deben ser resueltas por métodos numéricos para determinar las coordenadas (x, z) que definen la trayectoria de la pelota en movimiento en el plano vertical.

El sistema anterior de dos ecuaciones puede transformarse en un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden en la forma siguiente:

$$\frac{dx}{dt} = V_{px} \qquad \text{(E.1.5)}$$

$$m\frac{dV_{px}}{dt} = -F_{d_x} - F_{m_x} \qquad \text{(E.1.6)}$$

$$\frac{dz}{dt} = V_{pz} \qquad \text{(E.1.7)}$$

$$m\frac{dV_{pz}}{dt} = -F_g - F_{d_z} + F_{m_z} \qquad \text{(E.1.8)}$$

Donde V_{px} y V_{pz} son las componentes de la velocidad de la pelota en las direcciones x y z, respectivamente, con respecto al sistema fijo tierra.

Sea V la magnitud del vector velocidad relativa de la pelota con respecto al viento, cuyas componentes son V_x y V_z. A partir de la definición de las fuerzas de arrastre y de Magnus dadas por las ecuaciones (1.3.1) y (1.4.1) en el Capítulo 1, y tomando en cuenta que $\cos\theta = V_x / V$ y que $\operatorname{sen}\theta = V_z / V$ donde θ es el ángulo que forma el vector velocidad con la horizontal (ver Figura E.1.1), las componentes de las fuerzas de arrastre, Magnus y de gravedad pueden escribirse como:

$$F_{d_x} = F_d \cos\theta = \frac{1}{2}\rho A C_d V_x V \qquad \text{(E.1.9)}$$

$$F_{d_z} = F_d \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}\rho A C_d V_z V \qquad \text{(E.1.10)}$$

$$F_{m_x} = F_m \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}\rho A C_m V_z V \qquad \text{(E.1.11)}$$

$$F_{m_z} = F_m \cos\theta = \frac{1}{2} \rho A C_m V_x V \quad \text{(E.1.12)}$$

$$F_g = m g \quad \text{(E.1.13)}$$

En donde ρ es la densidad del aire, A es el área de la sección transversal de la pelota, C_d es el coeficiente de arrastre, C_m es el coeficiente de Magnus, g es la aceleración de gravedad, y V viene dado por: $V = V_p - V_v$.

Las anteriores ecuaciones se complementan con las siguientes expresiones para la magnitud del vector velocidad relativa V y para los coeficientes de arrastre C_d (ver Capítulo 1.3) y de Magnus C_m (ver Capítulo 1.4):

$$V = \sqrt{{V_x}^2 + {V_z}^2} \quad \text{(E.1.14)}$$

$$C_d = 0{,}50 - \frac{0{,}227}{1 + e^{-\left(\frac{1{,}467\,V - 108{,}7}{21{,}0}\right)}} \quad \text{(E.1.15)}$$

$$C_m = 1{,}5\,S \quad \text{para} \quad S \leq 0{,}1 \quad \text{(E.1.16)}$$

$$C_m = 0{,}09 + 0{,}6\,S \quad \text{para} \quad S > 0{,}1 \quad \text{(E.1.17)}$$

$$S = 0{,}00853\,\frac{\omega}{V} \quad \text{(E.1.18)}$$

En donde S es el factor de rotación, estando ω expresada en revoluciones por minuto (rpm) y V en millas por hora (mph).

Introduciendo las ecuaciones (E.1.9) a (E.1.13) en (E.1.1) y (E.1.2) y resolviendo para determinar la aceleración de la pelota se obtiene:

$$a_x = -\frac{\rho A}{2\,m} C_d V_x V - \frac{\rho A}{2\,m} m V_z V \quad \text{(E.1.19)}$$

$$a_z = -g - \frac{\rho A}{2\,m} C_d V_z V + \frac{\rho A}{2\,m} C_m V_x V \quad \text{(E.1.20)}$$

El efecto de viento se ha tomado en consideración incorporando la velocidad del viento en el cálculo de la velocidad relativa de la pelota:

$$V_x = V_{px} - V_V \quad \text{(E.1.21)}$$

$$V_z = V_{pz} \qquad \text{(E.1.22)}$$

$$V = \sqrt{(V_{px} - V_v)^2 + {V_{pz}}^2} \qquad \text{(E.1.23)}$$

Se supone que el viento actúa solo en la dirección horizontal (x) y que tiene una magnitud constante durante el vuelo de la pelota.

En el caso de que el viento es a favor del movimiento, las ecuaciones anteriores se reescriben como:

$$a_x = -\frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_d\, (V_{px} - V_V) V - \frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_m\, V_z\, V \qquad \text{(E.1.24)}$$

$$a_z = -g - \frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_d\, V_z\, V + \frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_m\, (V_{px} - V_V) V \qquad \text{(E.1.25)}$$

En donde V_V es la velocidad del viento. En el caso de que se tenga un viento soplando en la dirección contraria al movimiento, se define la velocidad del viento con valor negativo.

E.2. El algoritmo de cálculo

El objetivo que se persigue es determinar la trayectoria de la pelota en el plano vertical, es decir encontrar las coordenadas *x*, z en función del tiempo t. Utilizando diferencias finitas para aproximar las derivadas de las ecuaciones E.1.5, E.1.6, E.1.7 y E.1.8, se puede desarrollar el siguiente algoritmo de cálculo, en donde el superíndice n se refiere a un instante de tiempo dado, donde las variables son conocidas, y el superíndice n+1 a un instante de tiempo posterior donde se desea calcular las incógnitas:

$$x^{n+1} = x^n + V_{px}^n\, \Delta t \qquad \text{(E.2.1)}$$

$$z^{n+1} = z^n + V_{pz}^n\, \Delta t \qquad \text{(E.2.2)}$$

$$a_x^n = -\frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_d^n (V_{px}^n - V_V) V^n - \frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_m^n\, V_{pz}^n V^n \qquad \text{(E.2.3)}$$

$$a_z^n = -g - \frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_d^n\, V_{pz}^n V^n + \frac{\rho\, A}{2\, m}\, C_m^n (V_{px}^n - V_V) V^n \qquad \text{(E.2.4)}$$

$$V_{px}^{n+1} = V_{px}^n + a_x^n\, \Delta t \qquad \text{(E.2.5)}$$

$$V_{pz}^{n+1} = V_{pz}^n + a_z^n\, \Delta t \qquad \text{(E.2.6)}$$

En donde Δt es un intervalo pequeño de tiempo, en el orden de centésimas o milésimas de segundos, dependiendo de la precisión que se desea tener en los cálculos. Las ecuaciones anteriores se resuelven recursivamente para diferentes pasos de tiempo desde n = 0, 1, 2, 3…. hasta que la

pelota culmine su trayectoria de vuelo, es decir cuando la coordenada z se haga igual a cero o alcance un valor negativo muy pequeño.

Los coeficientes C_d y C_m dependen de la velocidad de la pelota por lo que son coeficientes que varían en el tiempo durante el vuelo de la pelota, y se calculan con las ecuaciones (E.1.15) a (E.1.18). De esta forma la crisis del arrastre es tomada en cuenta en el modelo. El modelo supone que la velocidad rotacional es constante durante el vuelo.

Para iniciar el proceso de cálculo se deben estipular las condiciones iniciales para n = 0, es decir se deben conocer las siguientes variables x_0, z_0, θ_0, Vp_0, Vp_{x0}, Vp_{z0}, en donde:

x_0 es la coordenada x al momento de salida de la pelota.

z_0 es la altura inicial de la pelota cuando es golpeada por al bateador o lanzada por el pitcher. Valores típicos están entre 0,9 y 1 m para el bateador y entre 1,80 y 2 m para el lanzador.

θ_0 es el ángulo vertical de salida medido con respecto a la horizontal.

V_{p0} es la velocidad inicial de la pelota cuando sale despedida por el bateador o es lanzada por el pitcher. Valores típicos se encuentran entre 70 y 120 millas por hora.

V_{px0} es la componente horizontal de la velocidad de salida, igual a V_{p0} cos θ_0.

V_{pz0} es la componente vertical de la velocidad de salida, igual a V_{p0} sen θ_0.

Adicionalmente se deben conocer los parámetros siguientes:

- La velocidad de rotación, ω, de la pelota y el sentido de rotación (hacia atrás o adelante).
- La densidad del aire, ρ, que depende de la elevación del terreno y de las condiciones atmosféricas. Para un estadio ubicado a nivel del mar y condiciones estándar del clima la densidad se puede aproximar a 1,225 kg/m^3.
- El área de la pelota, A, igual a 41,625 cm^2 correspondiente al radio de 3,64 cm, lo que equivale a un perímetro de 9 pulgadas.
- La masa de la pelota, m, igual a 0,145 kg.

¿Cómo se pueden validar los resultados del modelo matemático? El modelo es una aproximación a una realidad y es posible que las ecuaciones no sean una representación fidedigna del proceso que queremos simular (movimiento de la pelota de béisbol). Adicionalmente, existen fuentes de posibles errores que es necesario depurar, tales como el método de resolución de las ecuaciones (aproximación por diferencias finitas) y la implementación del algoritmo de cálculo en el computador. Todo esto exige que llevemos a cabo un procedimiento de validación de los resultados numéricos del modelo el cual se presenta a continuación.

E.3. Validación para la condición de vuelo de la pelota sin resistencia del aire

No existe una solución analítica conocida para el sistema de ecuaciones que describen el modelo matemático completo con todos sus términos de fuerzas de gravedad, arrastre, Magnus y viento (ecuaciones E3 y E4), por lo que no tenemos una base firme para poder comparar los resultados numéricos que arroja el modelo. Sin embargo, si se considera solamente la atracción de la gravedad y se desprecian las otras fuerzas, la trayectoria de la pelota puede calcularse analíticamente por medio de la teoría descrita en el Subcapítulo 1.2.

Supongamos una pelota bateada con una altura inicial h_0=3 ft, una velocidad de salida V_0=90 mph y un ángulo vertical de salida medido con respecto a la horizontal de θ_0=30º. Utilizando las

ecuaciones (1.2.1), (1.2.2), (1.2.3) y (1.2.4) se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla E1 como Solución Analítica. La pelota recorre una distancia de 473,98 m en 4,15 sg.

Para el cálculo con el modelo matemático bidimensional asignamos un valor de densidad del aire (ρ) igual a cero en las ecuaciones (1.3.1) y (1.4.1) para hacer que las fuerzas de arrastre y de Magnus se anulen. Utilizando el algoritmo de cálculo descrito en el aparte anterior se ha calculado la trayectoria de la pelota para intervalos de tiempo de 0,005 segundos, la cual se muestra en la Figura E.3.1. Los resultados indican que la pelota al final de su recorrido a los 4,15 sg alcanza una distancia de 474,41 ft. El valor de Δt = 0,005 sg fue encontrado por tanteos de forma tal que valores menores no introducen cambios significativos en los resultados.

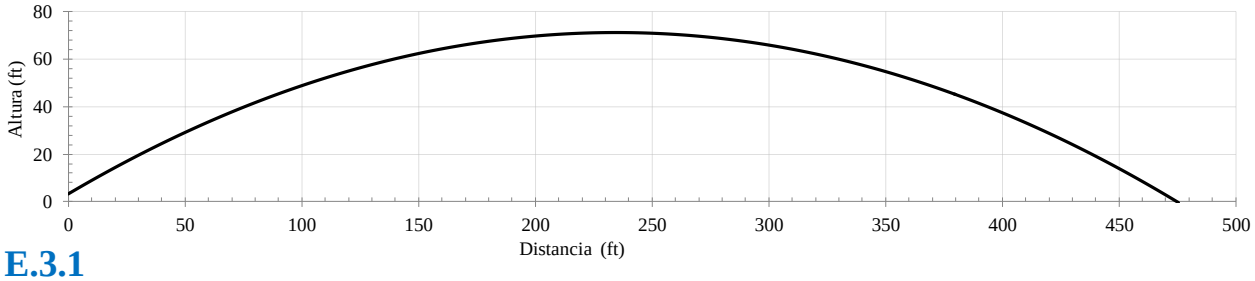


Figura E.3.1

Trayectoria parabólica calculada por el modelo para el caso de una pelota que sale a una altura de 3 ft bateada a 90 mph con un ángulo de salida de 30 grados, tomando en cuenta solamente la fuerza de gravedad.

La Tabla E.3.1 presenta la comparación de los resultados obtenidos con el modelo y con la solución analítica para la distancia y altura máxima alcanzada por la bola. La diferencia con los valores calculados por la fórmula analítica es mínima, con un error relativo de 0,09% para la distancia y de 0,2% para la altura, atribuibles a la discretización numérica, por lo que se acepta la confiabilidad del modelo para las condiciones estipuladas de que solamente actúa la gravedad.

Tabla E.3.1. Comparación de resultados del modelo matemático bidimensional con la solución analítica para el caso sin resistencia del aire (D es la distancia recorrida en un tiempo t_D y H es la altura máxima alcanzada en un tiempo t_H).

Solución	D	t_D	H	t_H	Error en D	Error en H
	ft	sg	ft	sg	%	%
Modelo	474,41	4,15	70,83	2,05	0,09	0,23
Analítica	473,98	4,15	70,67	2,05		

E.4. Validación para la condición de vuelo de la pelota con resistencia del aire y fuerza de Magnus

No existiendo en este caso solución analítica o experimental disponible para validar los resultados del modelo bidimensional considerando todos los términos en las ecuaciones, lo que se puede hacer es comparar con los resultados numéricos obtenidos por otros investigadores.

En este caso se usan los resultados de Nathan (2008a), en particular los que se describen en la Figura 7, p. 123 del referido trabajo, donde se analiza el caso de una pelota bateada con unas

condiciones iniciales de velocidad de 100 mph, ángulo de 30 grados, altura de 3 ft y diferentes rotaciones (*backspin*) de 0 rpm, 1000 rpm y 2000 rpm. Este caso ha sido analizado en este libro y los resultados de la aplicación del modelo bidimensional se presentan en la Figura 2.12.1 del capítulo 2.12. La comparación de los resultados se muestra en la Tabla E.4.1, haciendo la salvedad de que los valores de Nathan han sido extraídos visualmente del grafico mencionado. Los valores obtenidos por el modelo matemático son muy similares. Las diferencias en la altura máxima y distancia horizontal alcanzada por la pelota son muy pequeñas, en parte atribuibles al error de apreciación en el gráfico de Nathan. La similitud en los resultados obtenidos con el modelo y los indicados por Nathan era de esperar ya que ambos modelos utilizan las mismas hipótesis para representar la fuerza de arrastre y la fuerza de Magnus.

Lo valioso de esta comparación es que nos permite convencernos de que el modelo ha sido formulado y programado correctamente, pudiendo concluirse que sus resultados son una buena aproximación al movimiento que tiene una pelota de baseball. En consecuencia, tomando en cuenta los resultados anteriores podemos decir que el modelo es confiable.

En el Capítulo 1.6 se realiza una comparación de los resultados del más completo modelo tridimensional (3D) con la trayectoria real de una pelota, durante un juego de las grandes ligas (MLB), la cual fue medida con el sistema Statcast.

Tabla E.4.1. Comparación entre los resultados obtenidos con el modelo matemático bidimensional y los resultados indicados por Nathan (2008a).

ω	**Distancia D (ft)**		**Altura H (ft)**	
rpm	**Nathan**	**Modelo**	**Nathan**	**Modelo**
0	335	339	65	65
1000	370	376	85	84
2000	390	393	95	94

ANEXO F: Cálculo de la deflexión de la pelota debido a la rotación

Suponemos por el momento que la pelota lanzada por el *pitcher* es una curva, es decir posee solamente rotación hacia adelante (*topspin*) de eje horizontal y por tanto el movimiento tiene lugar en un plano vertical. Sobre la pelota actúa la fuerza de Magnus hacia abajo que ocasiona un descenso adicional al que induce la fuerza de gravedad, que aquí se denomina deflexión vertical de la bola curva. La fuerza de Magnus F_m ha sido definida como (ver Subcapítulo 1.4):

$$F_m = \frac{1}{2}\,\rho\, C_m\, A\, V^2 \qquad \text{(F.1)}$$

Donde el coeficiente de Magnus C_m para valores típicos del factor de rotación S se calcula por la ecuación:

$$C_m = 0{,}09 + 0{,}6\,S \quad \text{para} \quad S > 0{,}1 \qquad \text{(F.2)}$$

$$S = \frac{R\,\omega}{V} \qquad \text{(F.3)}$$

En donde destacamos que ω está dada en radianes/segundo. Introduciendo las ecuaciones (F.2) y (F.3) en (F.1) y sustituyendo $A= \pi R^2$, se obtiene:

$$F_m = 0{,}045\,\rho\,\pi\,R^2V^2 \;+\; 0{,}3\,\rho\,\pi\,R^3\omega\,V \qquad \text{(F.4)}$$

En donde V es la rapidez del vector velocidad de traslación y ω es la rapidez del vector velocidad de rotación.

La aceleración a_m debida a la fuerza de Magnus puede calcularse como:

$$a_m = \frac{F_m}{m} \qquad \text{(F.5)}$$

Donde se ha supuesto que la fuerza de Magnus es constante en todo el recorrido. Usando principios de la cinemática, la deflexión vertical de la pelota a su llegada al plato, dm, debido a la aceleración constante que genera la fuerza de Magnus, que es lanzada con una velocidad vertical inicial igual a cero, puede escribirse como:

$$d_m = \frac{1}{2}\,a_m\,t^2 \qquad \text{(F.6)}$$

En donde se ha supuesto que la aceleración a_m actúa solo en dirección vertical. Esta hipótesis es aceptable puesto que la deflexión vertical d_m es pequeña con respecto a la distancia L entre el montículo y el plato lo que permite adoptar que la fuerza de Magnus actúa solo en dirección vertical despreciando su componente horizontal.

El tiempo t que tarda la pelota en llegar al plato se puede estimar como:

$$t = \frac{L}{V} \qquad \text{(F.7)}$$

Donde L es la distancia que viaja la pelota desde el montículo y V se adopta como la velocidad promedio en su recorrido. Introduciendo las ecuaciones (F.5) y (F.7) en (F.6) se obtiene:

$$d_m = \frac{1}{2}\frac{L^2 F_m}{m\,V^2} \qquad \text{(F.8)}$$

Finalmente, combinando (F.4) con (F.8) obtenemos la expresión final para la deflexión de la pelota debido a la fuerza de Magnus.

$$d_m = \frac{\rho\,\pi\,L^2}{2\,m\,V^2}\,(0{,}045\,R^2V^2 + 0{,}3\,R^3\,\omega\,V) \qquad \text{(F.9)}$$

La fórmula puedes ser utilizada para calcular el rompimiento o la llamada deflexión que sufre la pelota en cualquier dirección donde actúe la fuerza de Magnus, ya sea en la dirección vertical, si la rotación es hacia adelante (*topspin*), o en la dirección horizontal si la rotación es de lado (*sidespi*n). Se ha supuesto que el parámetro S sea mayor que 0,1, lo cual se cumple en la mayoría de los lanzamientos típicos en curva y en *slider*. También se ha supuesto que la aceleración es constante y hemos usado la velocidad media en el cálculo, lo cual luce razonable tomando en consideración que en los lanzamientos del pitcher la bola llega generalmente al plato en menos de ½ segundo.

ANEXO G: El Coeficiente "BESR"

El coeficiente BESR es una medida de la eficiencia de la colisión entre el bate y la pelota, indicando que tan elástica o "viva" es la colisión (Ashton-Miller et al., 2004). La NCAA (Asociación Nacional Deportiva Universitaria) de Estados Unidos requiere que todos los bates sean certificados para su uso en el béisbol. Esto se consigue en el laboratorio midiendo el desempeño del bate bajo condiciones controladas y asignándole un coeficiente al mismo, conocido como el BESR (*Ball Exit Speed Ratio*), que significa razón de la velocidad de salida de la pelota. En este apéndice denominamos velocidad a la rapidez.

La relación entre el BESR y las velocidades de la bola lanzada (V_{bola}), la del bate antes de la colisión (V_{bate}) y la de salida de la pelota (V_{salida}) es la siguiente (Figura G.1):

$$V_{salida} = \left(BESR - \frac{1}{2}\right) V_{bola} + \left(BESR + \frac{1}{2}\right) V_{bate} \qquad (G.1)$$

Despejando BESR se encuentra:

$$BESR = \frac{V_{salida} + \frac{1}{2}(V_{bola} - V_{bate})}{V_{bola} + V_{bate}} \qquad (G.2)$$

En esta ecuación se puede observar que a mayor velocidad de salida, mayor es el BESR. Cuando la velocidad de la bola lanzada (V_{bola}) es igual a la velocidad del bate (V_{bate}), la ecuación anterior se simplifica a:

$$BESR = \frac{V_{salida}}{V_{bola} + V_{bate}} \qquad (G.3)$$

Lo cual indica que el BESR es igual a la razón entre la velocidad de salida y la velocidad relativa entre la bola y el bate antes de la colisión. De aquí viene el nombre de "ball exit speed ratio".

El BESR depende de las propiedades del bate y la pelota. Nathan (2003) describe el procedimiento para calcular el coeficiente BESR:

$$e_A = \frac{COR - r}{1 + r} \qquad (G.4)$$

$$r = \frac{m}{M_{eff}} \qquad (G.5)$$

$$BESR = e_A + 1/2 \qquad (G.6)$$

Donde COR es el coeficiente de restitución de la colisión bate-pelota; r es un factor de retroceso del bate (*bat recoil factor*) que depende de las propiedades inerciales del bate y de la pelota, igual a 0,25 para una colisión típica entre el bate y la pelota en la zona óptima de impacto (*sweet spot*); m es la masa de la pelota; M_{eff} es la masa efectiva del bate; y e_A es la eficiencia de la colisión.

La Tabla G.1 muestra valores del BESR calculados para tres diferentes valores del coeficiente de restitución COR.

Tabla G.1. Valores típicos de BESR para diferentes valores de COR.

COR	r	e_A	BESR
0,5	0,25	0,2	0,7
0,45	0,25	0,16	0,66
0,4	0,25	0,12	0,62

Para definir si un bate es legal o no, los bates son analizados mediante ensayos en el laboratorio usando maquinas lanza-pelotas y bates girando alrededor del punto de pivote indicado en la Figura G.1, con impactos en un punto ubicado a 6 pulgadas del extremo de la parte ancha del bate. El valor máximo permitido para un bate ha sido fijado por la NCAA en BESR = 0,728.

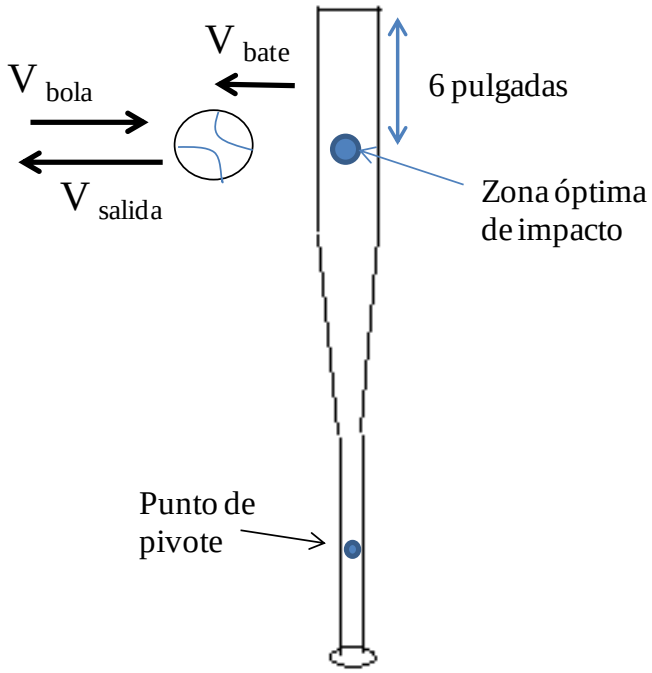


Figura G.1

Esquema del contacto bate-pelota, mostrando la zona óptima de impacto (*sweet spot*) usada en el laboratorio y el punto de pivote.

ANEXO H: Confiabilidad de las Soluciones Calculadas para el Gran Jonrón de Galarraga

Este Apéndice describe en detalle el procedimiento utilizado para obtener las soluciones más confiables para el gran jonrón de Galarraga presentado en el Capítulo 4.10, aplicando un análisis geométrico. Este apéndice es el resultado del estudio realizado por la Arq. Elizabeth Raven en colaboración con los autores.

Para seleccionar las soluciones más confiables, la altura máxima (H) alcanzada por la pelota en cada una de las 18 trayectorias obtenidas (Tabla 4.10.1 del Capítulo 4.10) es comparada con la altura real mostrada en el video la cual es determinada a partir de un análisis geométrico descriptivo del mismo mediante el uso de proyecciones ortogonales y cónicas, así como de un programa profesional de edición de video. El procedimiento se ilustra en la Figura H.1 sobre una imagen 3D del estadio. En dicha imagen se observa que una trayectoria calculada con el modelo matemático, es proyectada cónicamente sobre la proyección cónica de la trayectoria real obtenida del video, la cual se muestra en el cuadro de video a la izquierda de la figura donde la trayectoria calculada es comparada con la trayectoria real.

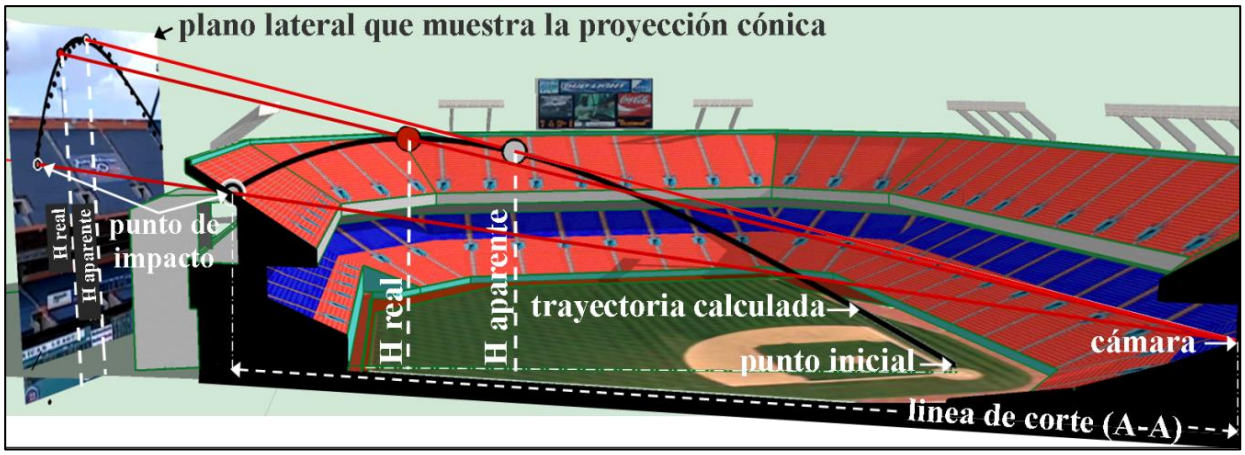


Figura H.1

Proyección cónica de la trayectoria calculada de la pelota y comparación con la trayectoria en el video.

Para realizar dicha proyección de manera detallada se define el plano vertical de un corte (A-A) cuya dirección es determinada por la línea que une el punto de ubicación de la cámara con el punto de impacto. A partir de este corte y de su correspondiente proyección horizontal, los cuales veremos más adelante, la trayectoria calculada y tres puntos se proyectan con precisión: el punto inicial de la pelota, su punto de impacto y el punto de ubicación de la cámara desde donde se grabó el video. También se ubican dos puntos adicionales en la trayectoria: el punto de altura máxima real (H real) y el punto donde la línea de proyección que sale de la cámara es tangente a la trayectoria.

La altura de este último punto luce en el video como la altura máxima a pesar de no serlo y es denominada aquí como altura máxima aparente (H aparente); este efecto óptico se produce porque la ubicación de la cámara está a baja altura y cerca del plato. El procedimiento descrito se explica en detalle a continuación aplicándolo al caso del jonrón de Galarraga.

La Figura H.2 (arriba) muestra una vista en planta del estadio obtenida de la nube de puntos LIDAR utilizando el programa Global Mapper. Las proyecciones del plato, del punto de impacto de la pelota y de la cámara se indican en este plano horizontal. El Corte A-A (abajo) muestra una vista del estadio en un plano vertical que pasa por la cámara y por el punto de impacto de la pelota. Nótense los puntos coloreados de LIDAR (abajo) que delinean el sector derecho del estadio donde se encuentra el palco de prensa y la cámara, así como el sector izquierdo donde la pelota golpea la fila 20. Las 18 trayectorias calculadas también se muestran proyectadas ortogonalmente en la Figura H.2; las líneas oscuras indican las 7 soluciones más confiables y las líneas más claras indican las 11 soluciones restantes (Tabla 4.10.1 del Cap. 4.10). La trayectoria dada por ESPN (2016) también se proyecta en estos planos.

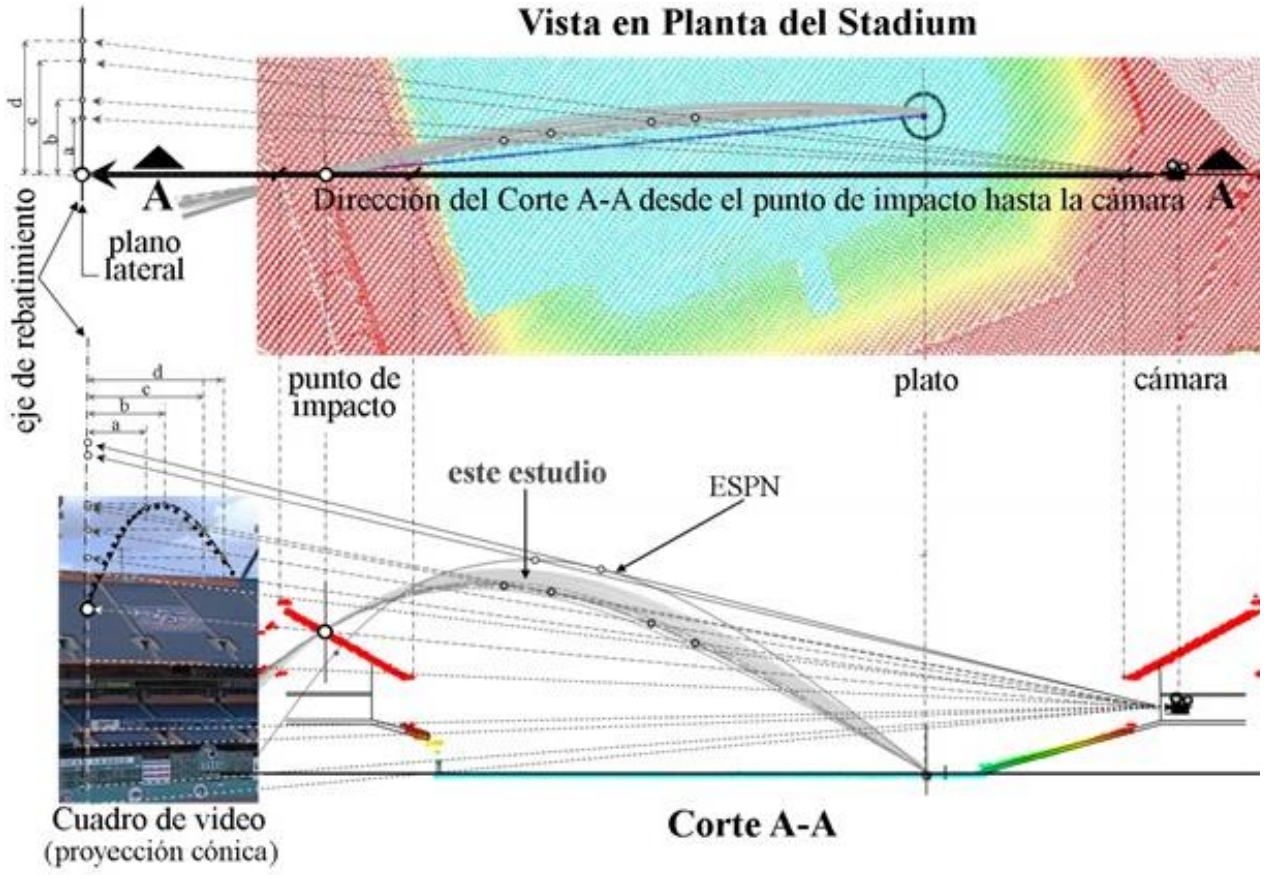


Figura H.2

Planta del estadio, corte A-A y proyecciones cónicas del estadio y de la trayectoria de la pelota indicada sobre un cuadro del video.

La Figura H.3 muestra una ampliación de la porción inferior de la Figura H.2. Solo las 7 soluciones más confiables (Tabla 4.10.1) se muestran en la Figura H.3 así como la solución propuesta por ESPN (2016). A partir de las proyecciones horizontal y vertical se hicieron las proyecciones cónicas que se muestran en el plano lateral a la izquierda en la Figura H.2 y en su ampliación de la Figura H.3. Varios rayos van desde el foco ubicado en la cámara hasta el plano de proyección lateral que se muestra en el extremo izquierdo de las figuras H.2 y H.3. Esos rayos pasan por varios puntos, como el punto de impacto de la pelota, las alturas máximas de las trayectorias y varios

puntos significativos de la estructura del estadio. Para fines de visualización, este plano de proyección lateral se rebate 90° a lo largo de su eje y se muestra en el extremo izquierdo de las figuras H.2 y H.3 donde se superpone un cuadro de video que muestra una imagen del estadio desde abajo hasta arriba, que incluye el punto de impacto de la pelota.

Para escalar correctamente el cuadro de video con las proyecciones ortogonales, su tamaño se ajusta utilizando los rayos mencionados haciendo coincidir algunos puntos característicos del estadio en las proyecciones ortogonales con el cuadro de video ubicado en el plano lateral. Estos puntos son los bordes superior e inferior de las barandas de las gradas y el punto de impacto, entre otros.

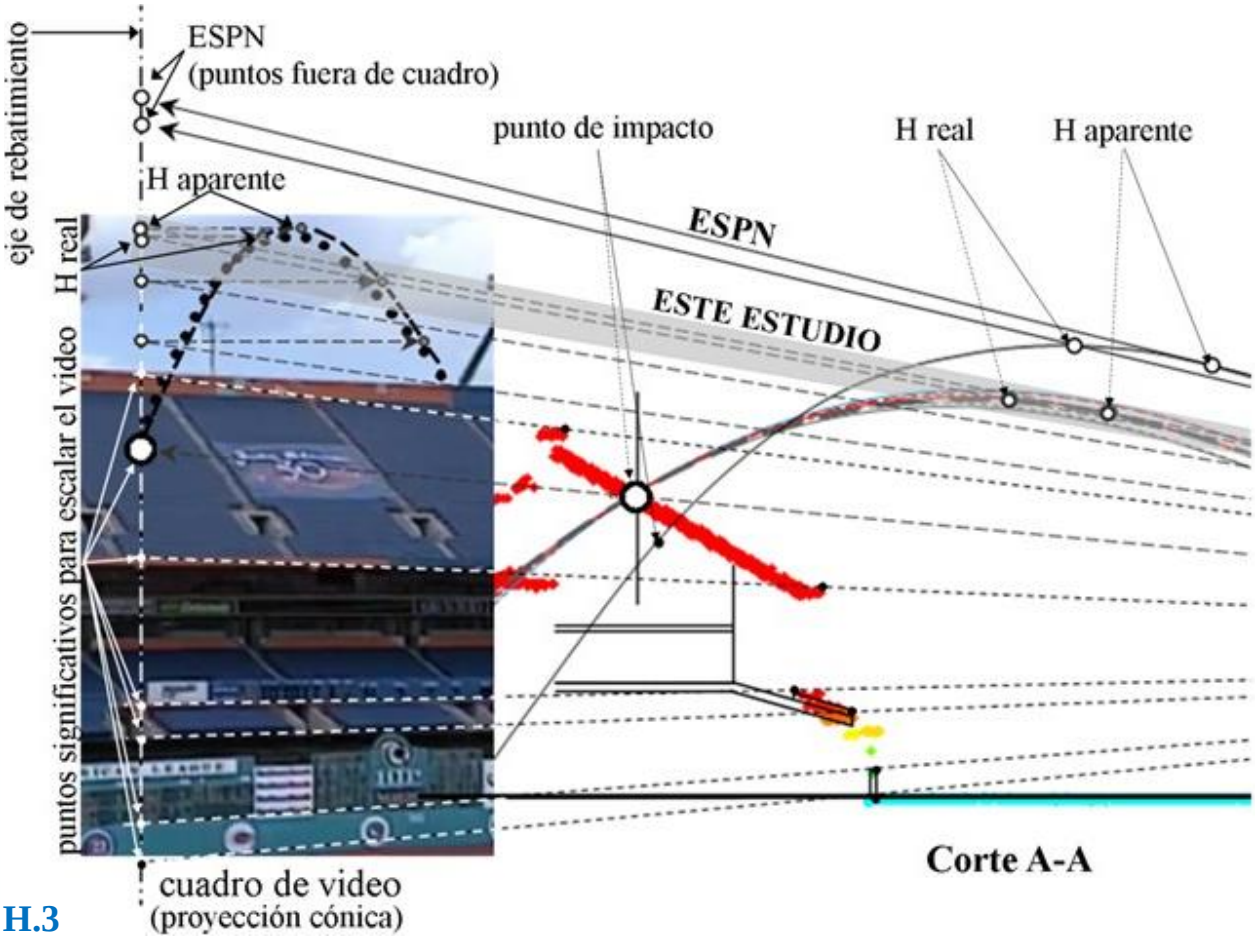


Figura H.3

Proyección cónica de la trayectoria de la pelota y comparación con la trayectoria observada en el video. Las 7 soluciones más confiables de este estudio se mantienen dentro del cuadro de video. La solución de ESPN se sale del cuadro del video.

Para la discusión que sigue, debe tenerse en cuenta que en el video la bola en su punto más alto siempre se muestra dentro de los cuadros durante toda la filmación, es decir, el camarógrafo nunca perdió de vista la pelota hasta el momento en que impactó el escalón 20. En la Figura H.3, la altura máxima indicada por el cuadro de video se puede comparar con las alturas máximas de las soluciones encontradas.

Aun cuando el análisis geométrico se efectuó para las dieciocho soluciones (Tabla 4.10.1), solo siete se muestran en la Figura H.3 porque mantienen sus alturas máximas dentro del cuadro de video tal como se indica por el tono gris superpuesto a los rayos de proyección de dichas alturas máximas; las otras soluciones fueron descartadas porque alcanzaron alturas que estaban fuera del video y, por lo tanto, no se consideran soluciones confiables. La altura máxima de ESPN también se sale del cuadro de video como se muestra en la misma figura, por lo que no se considera una solución confiable. Como resultado, las soluciones más confiables cuyas alturas máximas permanecen dentro del video son las siguientes: Soluciones N° 4, 5 y 6 para el Modelo de Viento 1, soluciones N° 11 y 12 para el Modelo de Viento 2 y soluciones N° 17 y 18 para el Modelo de Viento 3, las cuales se destacan en la Tabla 4.10.1.

La Figura H.3 indica dos alturas máximas para cada solución: la altura máxima real (H real) y la altura máxima aparente (H aparente). El tiempo en el cual se alcanza la H real está entre 3,0 y 3,1 segundos según se muestra en la Tabla 4.10.1 para las siete soluciones más confiables. Aun cuando el video pareciera indicar que la altura máxima ocurre en el tiempo de 2,5 segundos, esta altura corresponde a la altura máxima aparente (H aparente) tal como se ilustra en las figuras H.1 y H.3. El tiempo de ocurrencia de la H aparente también se obtuvo para las 7 soluciones seleccionadas usando el modelo matemático, encontrándose valores entre 2,4 y 2,6 segundos, similares a los 2,5 segundos estimados del video.

ANEXO I: Fórmulas Sabermétricas y Fórmulas Tradicionales Utilizadas

Con el fin de facilitar la lectura se presentan en este Anexo las definiciones de los parámetros sabermétricos OPS+ y wRC+ seleccionados para cuantificar el desempeño ofensivo de un bateador en el Capítulo 4.15. También se incluyen las definiciones y las fórmulas de los parámetros wOBA y wRC los cuales se utilizan en el cálculo de wRC+. Aun cuando son más conocidos, se incluyen también la definición de tres parámetros ofensivos clásicos, OBP, SLG y OPS. Primero se presentan los parámetros clásicos y luego los sabermétricos. Se presentan también y se discuten los valores típicos de estos parámetros para un mejor entendimiento del lector.

OBP

Es el promedio de embasado el cual cuantifica la efectividad del bateador para embasarse. Es el cociente entre el número de veces que se embasa (excluyendo por errores) entre el número de apariciones en el plato. En algunas publicaciones se refieren a este parámetro como porcentaje de embasado lo cual es incorrecto dado que no se expresa en términos de porcentaje sino de fracción. OBP es un número que varía entre 0 y 1. El porcentaje de embasado sería el producto de OBP por 100. La fórmula para calcularlo es:

$$\mathrm{OBP} = \frac{\mathrm{H} + \mathrm{BB} + \mathrm{HBP}}{\mathrm{AB} + \mathrm{BB} + \mathrm{HBP} + \mathrm{SF}} \qquad \text{(K.1)}$$

Un jugador promedio tiene un OBP igual a .335 (la mitad de todos los jugadores calificados en el 2018 igualan o exceden dicho valor) y uno excelente de .378 o mayor (solo un 10% de los jugadores calificados excedieron este valor en 2018). Los jugadores calificados son aquellos que alcanzaron 502 apariciones en el plato en el año.

SLG

Es el promedio de bases alcanzadas. Denominado "*Slugging"*, es una medida del poder del bateador o de su capacidad para conseguir extrabases con sus batazos. Se calcula como el cociente entre el total de bases alcanzadas (TB) y el número de veces oficiales al bate (AB). La fórmula para calcularlo es:

$$\mathrm{SLG} = \frac{\mathrm{TB}}{\mathrm{AB}} = \frac{1\mathrm{B} + 2\,\mathrm{x}\,2\mathrm{B} + 3\,\mathrm{x}\,3\mathrm{B} + 4\,\mathrm{x}\,\mathrm{HR}}{\mathrm{AB}} \qquad \text{(K.2)}$$

Un jugador promedio tiene un SLG del orden de .440 (la mitad de los jugadores calificados en la temporada de 2018 exceden dicho valor) mientras que uno excelente tiene .532 o más; este valor fue alcanzado o excedido por solo el 10% de los jugadores calificados en el 2018, entre ellos estuvo el venezolano Jesús Aguilar.

OPS

Es la suma de OBP y SLG por lo que mide en forma combinada la capacidad de embasarse y el poder del bateador. Algunos analistas la interpretan como la *producción* ofensiva del bateador. Su fórmula es:

$$OPS = OBP + SLG \qquad (K.3)$$

Un jugador promedio tiene un OPS del orden de .787 (exceden dicho valor la mitad de todos los jugadores calificados en el 2018) mientras que uno excelente tiene .892 o más el cual es el valor alcanzado o excedido solo por el 10% de los jugadores en 2018, estando entre ellos el venezolano Eugenio Suarez.

OPS+

Este parámetro también llamado OPS *ajustado* es una variable sabermétrica que mejora el OPS al tomar en cuenta el promedio de todos los jugadores de la liga en esa temporada y el efecto del estadio donde el jugador se desempeñó. Se calcula como:

$$OPS+ = \left(\frac{OBP}{\lg OBP} + \frac{SLG}{\lg SLG} - 1\right) x \frac{100}{BFP} \qquad (K.4)$$

Donde lg OBP es el promedio de los OBP de los jugadores de la liga, lg SLG es el correspondiente promedio de los SLG y BPF es el factor de bateo del estadio. El cálculo de OPS+ se encuentra incorporado en-la página web de *Baseball Reference*. Un OPS+ igual a 100 es el promedio de la liga y cada punto por encima o por debajo de 100 es un punto porcentual por encima o por debajo del promedio. En el año 2018 solo un 10% de jugadores tuvieron un OPS+ de 136 o más.

wOBA

Es un parámetro sabermétrico usado por el portal *Fangraphs* para medir la ofensiva general de un bateador basado en los valores relativos de cada uno de los renglones ofensivos. El término wOBA son las siglas en inglés de promedio ponderado de embasado. Difiere del OBP en que le da un peso distinto a cada embasado, los cuales varían ligeramente de año en año de manera tal que el promedio del wOBA para la liga se ajusta al promedio del OBP. La fórmula para el año 2013 viene dada por:

$$wOBA = \frac{0.69 \text{ x } NIBB + 0.722 \text{ x } HBP + 0.888 \text{ x } 1B + 1.271 \text{ x } 2B + 1.616 \text{ x } 3B + 2.101 \text{ x } HR}{AB + BB - IBB + SF + HBP} \qquad (K.5)$$

En donde IBB = bases por bolas intencionales y NIBB = bases por bolas no intencionales. Un jugador promedio tiene un wOBA del orden de .338 (exceden este valor la mitad de todos los jugadores en el 2018) y uno excelente tiene .376 o mayor (solo un 10% de los jugadores excedieron este valor en 2018, incluyendo al venezolano Eugenio Suarez).

wRC

La estadística wRC significa carreras creadas ponderadas (*weighted runs created*) y es una versión mejorada de RC (carreras creadas) de Bill James. wRC se interpreta como el número de carreras que un bateador contribuye a su equipo durante la temporada, con el bate. Es una estadística sabermétrica utilizada por el portal *Fangraphs* y desarrollada por Tom Tango (Tango et al., 2014). La fórmula para wRC es:

$$wRC = \left(\frac{wOBA - \lg wOBA}{wOBA \text{ scale}} + \lg\frac{R}{PA}\right) x \, PA \qquad (K.6)$$

Donde lg wOBA es el promedio de los valores de wOBA en la liga, wOBA scale es un factor de escala para equiparar el wOBA con el promedio del OBP de la liga, R son carreras anotadas, PA son apariciones en el plato y lg R/PA es el promedio en la liga del cociente R/PA. Los valores de lg wOBA, wOBA scale y lg R/PA cambian cada año y se pueden encontrar en la página web de *Fangraphs.*

El parámetro wRC se mide en carreras y sus valores numéricos son similares a RC. La diferencia fundamental es que no incorpora las bases robadas, como si lo hace RC, por lo que wRC solamente cuenta por la producción del bateador en el plato.

wRC+

El parámetro sabermétrico wRC+ recibe el nombre de wRC *ajustado* o carreras creadas ponderadas ajustadas, ya que es la misma variable wRC pero corregida para tomar en cuenta el estadio y la liga donde se juega. El portal FanGraphs lo presenta como la estadística más completa para medir el desempeño de un bateador. La variable se mide en carreras creadas. Tal como el OPS+ la intención es compensar por la existencia de estadios favorables o desfavorables para los jugadores y corregir con base a los promedios de todos los jugadores de la liga. La fórmula para el cálculo de wRC+ dada en FanGraphs es:

$$\text{wRC+} = \frac{\left(\frac{\text{wRAA}}{\text{PA}} + \lg\frac{\text{R}}{\text{PA}}\right) + \left(\lg\frac{\text{R}}{\text{PA}} - \left(\text{PF x } \lg\frac{\text{R}}{\text{PA}}\right)\right)}{\text{AL o NL}\,\frac{\text{wRC}}{\text{PA}}} \text{x } 100 \qquad \text{(K.7)}$$

En donde PF es el factor del estadio y el denominador se refiere al cociente entre el total de carreras creadas ponderadas de la liga (wRC) dividido por el total de apariciones en el plato (PA) en la liga. AL y NL se refieren a la Liga Americana o Liga Nacional. En el caso de la Liga Nacional se excluyen los pitchers.

Sustituyendo wRAA en la Fórmula K.7 por el valor dado en Fangraphs $\text{wRAA} = \left(\frac{\text{wOBA}-\lg\text{wOBA}}{\text{wOBA scale}}\right) * \text{PA}$, usando la Fórmula K.6 y agrupando términos, la fórmula de wRC+ se puede rescribir para una mejor interpretación como:

$$\text{wRC+} = \frac{\frac{\text{wRC}}{\text{PA}} + \lg\frac{\text{R}}{\text{PA}}(1 - \text{PF})}{\text{AL o NL}\,\frac{\text{wRC}}{\text{PA}}} \text{ x } 100 \qquad \text{(K.8)}$$

Donde el término de la izquierda representa el efecto de corregir por el año y la liga y el término de la derecha de corregir por efecto del estadio. Similarmente al OPS+, la fórmula esta escalada de forma tal que 100 corresponde al promedio de la liga y cada punto por encima o por debajo de 100 es un punto porcentual por encima o por debajo del promedio. Por ejemplo, un jugador promedio tiene un wRC+ del orden de 113 (excedieron este valor la mitad de todos los jugadores en el 2018) y uno excelente tiene 137 o mayor (solo un 10% de los jugadores excedieron este valor en 2018).

ANEXO J: Instructivo para Ejecutar el Modelo Matemático

En este anexo se describen las instrucciones necesarias para ejecutar (correr) el modelo matemático tridimensional que se ha formulado y desarrollado en este libro (ver Capítulo 1). El programa de cálculo ha sido implementado en una hoja Excel y puede descargarse en la dirección https://docs.google.com/spreadsheets/d/1SXKWJpPkrcZunS75cka-q7zHoRNo6d0N/edit?usp=sharing&ouid=116218158606944699984&rtpof=true&sd=true. Inicialmente se presentan los datos de entrada para comunicarse con el programa y posteriormente se ilustra la aplicación con dos ejemplos de cálculo, uno para una pelota bateada y otro para una pelota lanzada por el *pitcher*. Al final se presenta una ilustración del sistema de coordenadas usado por el modelo.

J.1. Descripción de los Datos de Entrada

Se describen los datos requeridos siguiendo la misma secuencia como aparecen en la hoja de cálculo. El usuario debe introducir los datos en las casillas que están resaltadas en color amarillo. Se usan unidades inglesas para ser consistentes con la terminología empleada en el béisbol.

Datos básicos:

Peso de la pelota en libras (lb): 0,31967

Circunferencia de la pelota en pies (ft): 0,75

Densidad (peso) del aire en lb/ft^3: 0,076474

Aceleración de gravedad en ft/sg^2: 32,174

Los dos primeros datos, peso y circunferencia de la pelota, no deberían ser cambiados por el usuario. Ellos son valores promedio de acuerdo a las reglas del béisbol. El tercer dato, densidad del aire, depende de la elevación del terreno de juego y de la temperatura, humedad y presión atmosférica. En el subcapítulo 2.4 (p.40) se presentan dos herramientas numéricas, disponibles en la web, para determinar la densidad del aire. El valor dado en esta casilla, 0,076474 lb/ft^3, o 1,225 kg/m^3, corresponde a unas condiciones estándar de clima para un estadio ubicado a nivel del mar.

Coordenadas iniciales

x (0) en ft: ?

y (0) en ft: ?

z (0) en ft: ?

Estos valores definen las coordenadas x, y, z, del punto inicial donde comienza la trayectoria de la pelota (bateada o lanzada) en el tiempo t = 0. Ver el sistema de coordenadas en las Figuras J.5 y J.6.

Rapidez inicial de salida de la pelota

Rapidez inicial en mph: ?

Ángulo β (horizontal) en grados: ?

Ángulo θ (vertical) en grados: ?

Estos valores definen la velocidad (rapidez) con que sale la pelota, ya sea despedida por el bate o lanzada por el *pitcher*, y su respectivo ángulo de salida horizontal y vertical.

Rapideces angulares iniciales

Hacia atrás o adelante (*Backspin* o *Topspin*) en rpm (ω_{bo}): ?

De lado (*Sidespin*) en rpm (ω_{so}): ?

De tirabuzón (*Gyrospin*) en rpm (ω_{go}): ?

Aquí se definen las tres componentes de la rapidez o velocidad angular con que sale la pelota: rotación hacia atrás o hacia adelante (*backspin* o *topspin*), rotación de lado (*side*spin) y rotación de tirabuzón (*gyrospin*). Si la rotación en eje horizontal es de *backspin* el signo es positivo, mientras que si la rotación es de *topspin* se le coloca al número un signo negativo (-). Si la rotación de *sidespin* es en sentido de las agujas del reloj, se le coloca un signo negativo (-). Por el contrario, si la rotación de *sidespin* es en sentido anti-horario, se le coloca un signo positivo (+). La rapidez inicial de la rotación de tirabuzón se suele adoptar igual a cero. Estos tres valores de componentes de la rapidez angular, no pueden ser todos iguales a cero.

Atenuación e intervalo del tiempo de cálculo

Factor atenuación: ?

Intervalo de tiempo en segundos: ?

La atenuación se refiere a la reducción en la rapidez rotacional debido a la resistencia del aire. Un factor de atenuación de 0,02 significa que la velocidad rotacional decae 2% cada segundo. En el capítulo 1.4, página 24, se discute este parámetro.

El intervalo de tiempo es el intervalo que usa el modelo para efectuar los cálculos de la trayectoria. Se recomienda un valor no mayor de 0,01 segundos.

Velocidad del viento

Velocidad (rapidez) horizontal en millas por hora: ?

Ángulo horizontal en grados: ?

Se supone que el viento actúa en dirección horizontal y mantiene la misma dirección, sentido y magnitud en todo el trayecto de la pelota. El rango de variación del ángulo es entre 0° y 360°. Se suele considerar que la componente vertical de la velocidad del viento es igual a cero.

Coeficiente de arrastre

Coef = ?

Cd = ?

Si el parámetro Coef es igual a 1, entonces el valor del coeficiente de arrastre Cd es constante e igual al valor especificado en la casilla E38.

Si el parámetro Coef es igual a 2, entonces el valor del coeficiente de arrastre Cd es variable en el tiempo y viene dado por la fórmula exponencial dada en la página 20 (ecuación 1.3.2).

Altura de la barrera del viento

h = ?

El modelo supone que el viento actúa solamente a una elevación por encima de la altura h. Es decir, se supone que las gradas actúan como una barrera de altura "h" que impide la acción del viento por debajo de "h". Si h = 0, no hay barrera; el viento actúa en toda la trayectoria de la bola.

J.2. Ejemplo de una pelota bateada hacia los jardines con rotación hacia atrás (*backspin*) y rotación de lado (*sidespin*)

Se presenta como ejemplo de aplicación el caso discutido en el capítulo 2.14 (página 57) del libro. Se supone que la bola es bateada hacia el jardín central (ángulo horizontal $\beta = 0$), rotando en sentido horario, con lo cual la pelota se desvía hacia el jardín derecho. La rapidez de salida es de 100 mph, con un ángulo vertical de despegue (θ) de 30º y rapidez de rotación (ω) de 3.000 rpm. La densidad del aire para unas condiciones estándar del clima es de 1,225 kg/m^3, equivalente a 0,07647 lb/ft^3. Se adopta para la componente de ω asociada a la rotación de lado (ω_{so}) un valor de 2.000 rpm y un valor igual a cero para la componente de tirabuzón (ω_{go}). Por consiguiente, el correspondiente valor de rotación hacia atrás (ω_{bo}) es igual 2.236 rpm, suponiendo que se mantiene constante la rapidez rotacional ω (factor de atenuación es igual a cero)[3].

Datos de Entrada

La Tabla J.2.1 presenta los datos de entrada al modelo tal como aparecen indicados en la hoja de cálculo. Se supone que el bateador golpea la pelota en el centro del plato y a una altura de 3 ft, es decir en el punto de coordenadas x=0, y=0,71 ft, z = 3 ft.

Resultados

La Figura J.2.1 muestra la trayectoria de la pelota en el plano vertical. La bola, bateada hacia el jardín central, se eleva a una altura de 91 ft y recorre una distancia horizontal de 382,6 ft. La Figura J.2.2 muestra la trayectoria en el plano horizontal x-y. Para ilustrar mejor la trayectoria de la bola en este plano, se han dibujado los contornos de un estadio arbitrario suponiendo unas distancias de 328 ft, 400 ft y 328 ft hasta las cercas del jardín derecho, central e izquierdo, respectivamente (Figura J.2.2). La bola bateada hacia el jardín central con una rotación de lado de 2.000 rpm curvea hacia el jardín derecho y termina casi pegada al extremo derecho de la barda del jardín central, después de recorrer una distancia de 382,5 ft en 5,31 sg.

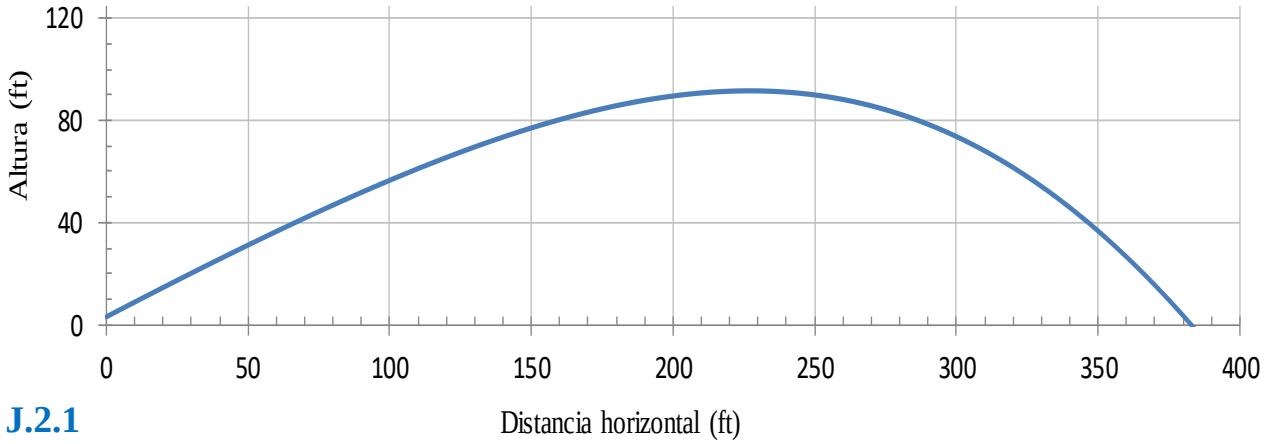


Figura J.2.1

Vista lateral, en plano vertical, de la trayectoria de la pelota bateada al jardín central con rotación hacia atrás (*backspin*) y de lado (*sidespin*) en sentido horario. La escala vertical está distorsionada para mejorar la lectura del gráfico.

[3] Este valor se obtiene directamente del Teorema de Pitágoras, que establece que la magnitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus lados. Al ser perpendiculares las componentes ω_b y ω_s, sus magnitudes deben cumplir el teorema. En este caso, ω es la hipotenusa igual a 3.000 rpm y ω_s es uno de los catetos igual a 2.000 rpm. El valor del otro cateto ω_b se calcula aplicando el teorema, obteniéndose 2.236 rpm.

Tabla J.2.1 Datos de entrada al modelo para el caso de una pelota bateada hacia los jardines. Los datos están resaltados en color amarillo.

Datos			
Pelota			
Peso pelota:		0,31967	lb
Circunferencia pelota:		0,75	ft
Densidad (peso) aire:		0,076474	lb/ft3
Aceleración de gravedad g:		32,174	ft/s2
Coordenadas iniciales			
x(0):		0	ft
y(0):		0,71	ft
z(0):		3	ft
Rapidez inicial		100	mph
Ángulo β (horizontal):		0	°
Ángulo θ (vertical):		30	°
Rapideces angulares iniciales			
backspin o topspin	ω_{b0}:	2236	rpm
sidespin	ωs_0:	-2000	rpm
gyrospin	ωg_0:	0	rpm
Factor atenuación	a=	0	fracción de
Intervalo de tiempo		Delta t:	0,005
Viento			
Velocidad horizontal:		0	mph
Ángulo horizontal:		0	°
Velocidad vertical:		0	mph
Coeficiente de arrastre			
Si Coef = 1, Cd es constante e igual al valor especificado en E38			
Si Coef = 2, Cd es variable y es dado por la formula exponencial			
Coef =	2	C_d =	0,33
Altura de la barrera del Viento			
h =	0	ft	
h es la altura de la barrera, a partir de la cual actúa el viento.			
Si h = 0 no hay barrera; el viento actúa en toda la trayectoria.			

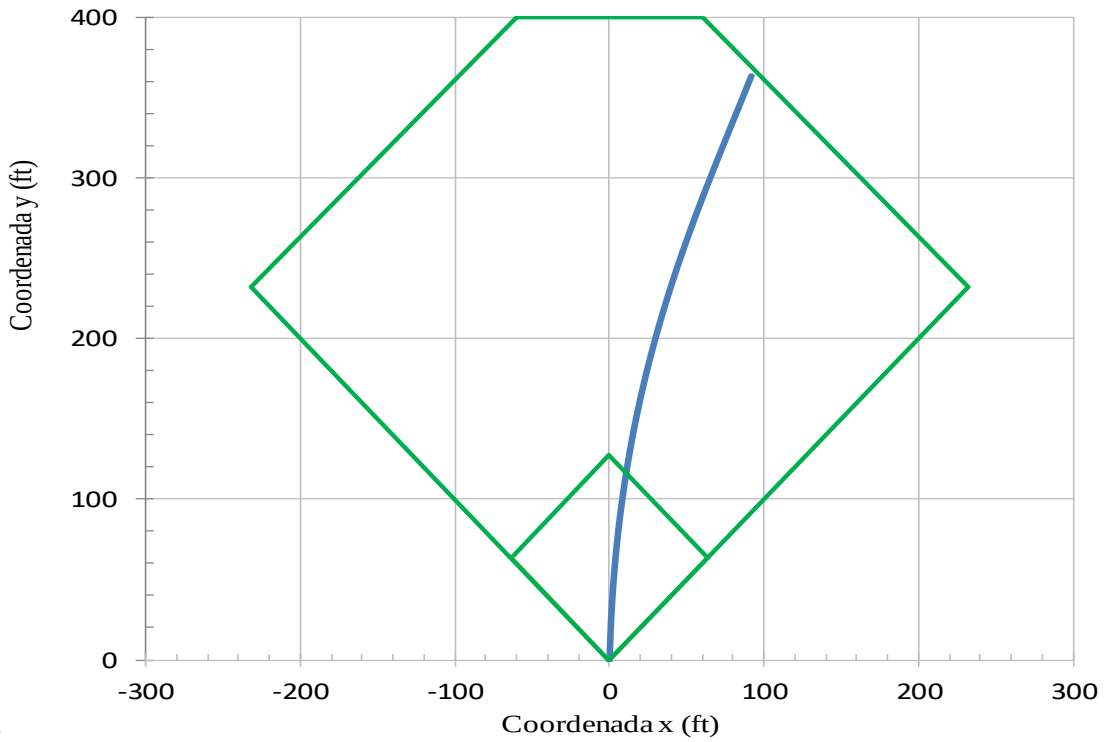


Figura J.2.2

Vista en planta (plano horizontal) de la trayectoria de la pelota bateada al jardín central con rotación hacia atrás (*backspin*) y de lado (*sidespin*) en sentido horario. No hay distorsión de escalas. Se indican las líneas del cuadro interior, la línea de *foul* y las cercas en los jardines para ilustrar el caso.

J.3. Ejemplo de pelota lanzada por el *pitcher*

Este caso representa una situación real de juego, donde se usa el modelo para simular un lanzamiento de Jordan Hicks, de los Cardenales de San Luis, con velocidad de salida medida por Statcast de 100 mph, que tuvo un rompimiento muy notorio y dejó totalmente fuera de balance al bateador. El análisis detallado del lanzamiento se presenta en el capítulo 3.22, página 101 del libro.

El video de este lanzamiento puede verse en:
https://twitter.com/PitchingNinja/status/1042229507451707392

El pitcher suelta la bola a 5 ft enfrente del montículo, es decir a 55,5 ft de la esquina trasera del plato, y a 6 ft de altura. El lanzamiento sale a 100 mph con una rapidez rotacional hacia atrás (*backspin*) de ω_b = 1.500 rpm y de lado (*sidespin)* de ω_s = 1.500 rpm, rotando en sentido horario, correspondientes a una rapidez rotacional total ω = 2.121 rpm. El ángulo vertical de salida es θ = -4,5º y el ángulo horizontal es β = 180°.

Datos de Entrada

La Tabla J.3.1 presenta los datos de entrada al modelo tal como aparecen indicados en la hoja de cálculo.

Tabla J.3.1. Datos de entrada al modelo para el caso de una pelota lanzada por el pitcher. El lanzamiento es del tipo sinker que sale a 100 mph con una rotación de 2.121 rpm que tiene una componente de backspin y otra de sidespin (rotando en sentido horario). Los datos están resaltados en color amarillo.

Datos			
Pelota			
Peso pelota:		0,31967	lb
Circunferencia pelota:		0,75	ft
Densidad (peso) aire:		0,076474	lb/ft3
Aceleración de gravedad g:		32,174	ft/s2
Coordenadas iniciales			
x(0):		0	ft
y(0):		55,5	ft
z(0):		6	ft
Rapidez inicial		100	mph
Ángulo β (horizontal):		180	°
Ángulo θ (vertical):		-4,5	°
Rapideces angulares iniciales			
backspin o topspin	ω_{b0}:	1500	rpm
sidespin	ωs_0:	-1500	rpm
gyrospin	ωg_0:	0	rpm
Factor atenuación	a=	0	fracción de
Intervalo de tiempo		Delta t:	0,005
Viento			
Velocidad horizontal:		0	mph
Ángulo horizontal:		0	°
Velocidad vertical:		0	mph
Coeficiente de arrastre			
Si Coef = 1, Cd es constante e igual al valor especificado en E38			
Si Coef = 2, Cd es variable y es dado por la formula exponencial			
Coef =	2	C_d =	0,33
Altura de la barrera del Viento			
h =	0	ft	
h es la altura de la barrera, a partir de la cual actúa el viento.			
Si h = 0 no hay barrera; el viento actúa en toda la trayectoria.			

Resultados

Los resultados se presentan en las figuras J.3.1 y J.3.2. La Figura J.3.1 muestra la trayectoria de la pelota en el plano vertical. El lanzamiento finaliza su recorrido a los 0,4 sg, casi en contacto con el suelo, a una altura de 0,39 m sobre el plato (Figura J.3.1). La trayectoria en planta horizontal (Figura J.3.2) muestra la bola *sinker* rompiendo 1,2 ft hacia la derecha del plato (visto desde la perspectiva del *pitcher*). La escala horizontal (eje x) se ha ampliado para poder apreciar el movimiento horizontal de la bola.

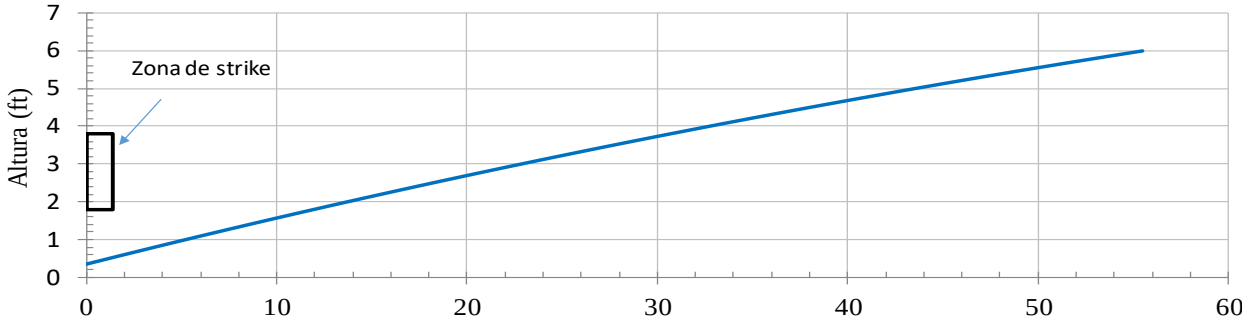


Figura J.3.1

Vista lateral, en plano vertical, de la trayectoria de la pelota *sinker* lanzada a 100 mph con rotación hacia atrás (*backspin*) y de lado (*sidespin*) en sentido horario. La escala vertical está distorsionada para mejorar la lectura del gráfico. El rectángulo negro representa la zona de *strike* promedio para un bateador de 6 ft de estatura

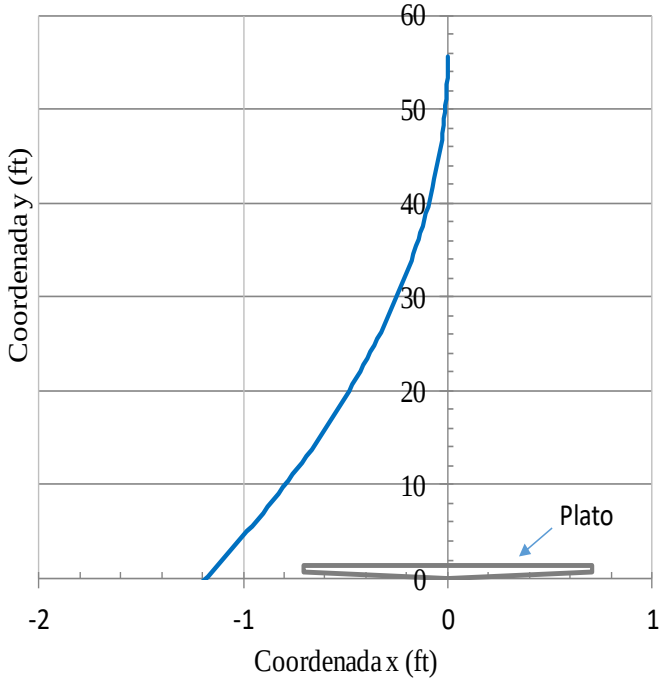


Figura J.3.2

Vista en planta, en plano horizontal, de la trayectoria calculada por el modelo de un lanzamiento en *sinker* de 100 mph, rompiendo 1,2 ft hacia la derecha del plato. La escala horizontal está ampliada.

J.4. Sistema de Coordenadas

Se presenta a continuación el sistema de coordenadas x, y, z, que usa el modelo para calcular la trayectoria de la pelota.

Sistema de Coordenadas (x, y, z) en el plano horizontal

Con referencia a la Figura J.4.1

Origen en la esquina posterior del plato

Eje x: Hacia fuera del cuadro

Eje y: Hacia la 2a Base

Eje z: Perpendicular a la hoja

β: Ángulo horizontal de salida (positivo en sentido horario)

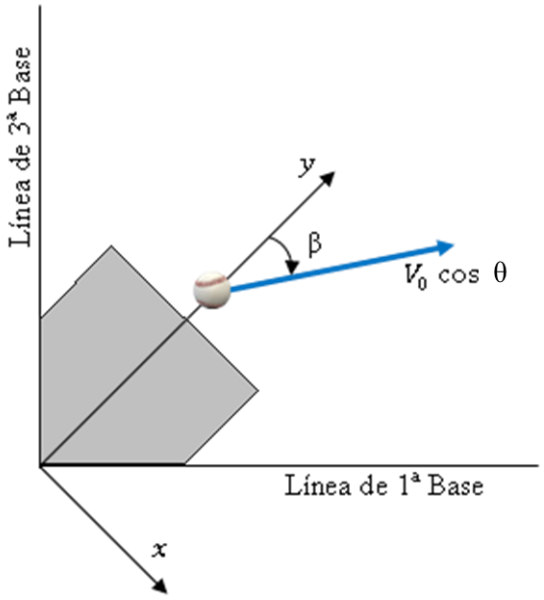


Figura J.4.1

Sistema de Coordenadas (x, y, z) en el plano horizontal. Se indica el sentido positivo del ángulo horizontal β.

Sistema de Coordenadas (x, y, z) en el plano vertical

Con referencia a la Figura J.4.2

θ: ángulo vertical de salida (positivo en sentido anti-horario)

Eje z: Vertical

Plano horizontal: (x, y)

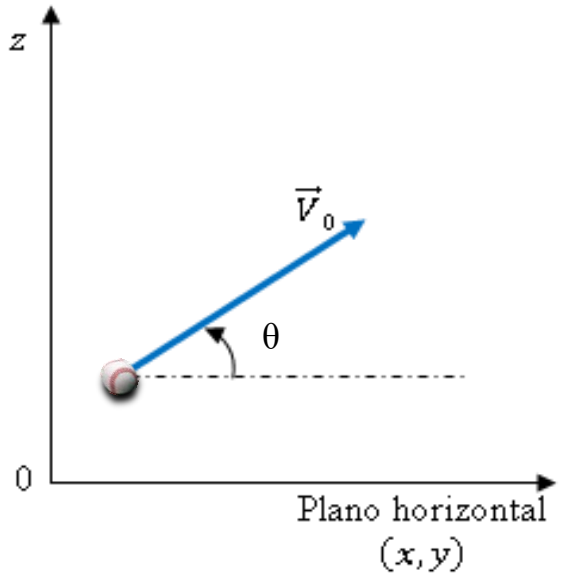


Figura J.4.2

Sistema de Coordenadas (x, y, z) en el plano vertical. Se indica el sentido positivo del ángulo vertical θ.